



# Méthodologie d'estimation des incertitudes d'un processus de mesure utilisant un bras polyarticulé portable

Fékria Romdhani

## ► To cite this version:

Fékria Romdhani. Méthodologie d'estimation des incertitudes d'un processus de mesure utilisant un bras polyarticulé portable. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université de Bourgogne, 2014. Français. NNT : 2014DIJOS011 . tel-01127144

**HAL Id: tel-01127144**

**<https://theses.hal.science/tel-01127144>**

Submitted on 7 Mar 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# SPIM

## Thèse de Doctorat



école doctorale sciences pour l'ingénieur et microtechniques  
U N I V E R S I T É D E B O U R G O G N E

**Discipline : Instrumentation et informatique de l'image**

**Spécialité : Métrologie**

**Sujet : Méthodologie d'estimation des incertitudes  
d'un processus de mesure utilisant un bras  
polyarticulé portable**

Présentée et soutenue publiquement par :

■ **Fékria ROMDHANI**

le 26 septembre 2014

Directeur de thèse : *Jean-François FONTAINE*

Co-Encadrant : *François HENNEBELLE*

### JURY

**M. Shahram AIVAZZADEH**, Professeur, ISAT, Université de Bourgogne .....Président du jury  
**M. Thierry COOREVITS**, Maître de Conférences, Arts et Métiers Paris Tech, CER Lille .....Membre du jury  
**M. Richard COQUET**, Ingénieur de recherches, CETIM de Senlis .....Membre du jury  
**M. Jean-François FONTAINE**, Professeur, IUT DIJON-AUXERRE .....Directeur de thèse  
**M. François HENNEBELLE**, Maître de conférences, Université de Bourgogne, UFR ST, ITIIB .....Co-encadrant  
**M. Luc MATHIEU**, Professeur, IUT de Cachan, Université de Paris Sud .....Rapporteur  
**M. Serge SAMPER**, Professeur, Institut de Physique de Rennes UMR 6251 – CNRS .....Rapporteur

**Laboratoire Electronique, Informatique et Image**



## Remerciements

*Dans un premier temps, j'adresse tout particulièrement ma reconnaissance à mon directeur de thèse, Jean François FONTAINE et mon encadrant François HENNEBELLE pour leur encadrement, leurs nombreux conseils et leur soutien constant tout au long de ma thèse.*

*Je tiens à remercier Luc MATHIEU, Professeur des Universités à l'IUT de Cachan et à Serge SAMPER, Professeur des Universités à l'Institut de physique de Rennes d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail.*

*Merci à Messieurs Shahram AIVAZZADEH, professeur des Universités à l'ISAT de Nevers et Thierry COOREVITS, maître de conférence à l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Paris Tech de Lille, d'avoir accepté de participer à ce jury.*

*Je tiens également à remercier les membres du laboratoire de métrologie du CETIM de Senlis, et notamment Richard COQUET, Pascal SESSA et Renald VINCENT pour leur accueil chaleureux et leur aide pour mener à bien cette étude. Je remercie plus particulièrement Richard COQUET d'avoir accepté de participer à mon jury.*

*Je remercie également Romer du groupe Hexagon Metrology et notamment Laurent DESFORGES sans qui cette thèse n'aurait pu être réalisée.*

*J'adresse mes remerciements à toute l'équipe du laboratoire Electronique, Informatique et Image d'Auxerre pour tous les échanges techniques, scientifiques et pour leur sympathie et leur accueil chaleureux pendant ces trois ans de thèse.*

*J'aimerais adresser un remerciement particulier à Patrick JUILLEON, ingénieur du laboratoire d'Electronique, Informatique et Image d'Auxerre pour son soutien, sa disponibilité, son aide et sa bonne humeur.*

*Je remercie Min pour sa contribution bénéfique à la réalisation de ce travail.*

*Je remercie Yufei spécialement pour sa qualité de photographie.*

*Pour le meilleur, je tiens à remercier ma famille et tout particulièrement mes parents pour leur amour et leur soutien sans faille tout au long de ces années. Sans eux je n'aurais pas été ce que je suis.*

*Mes derniers remerciements vont à Halima qui a tout fait pour m'aider, qui m'a soutenu et supporté durant ces trois ans.*



## Sommaire

|   |           |
|---|-----------|
| <b>INTRODUCTION.....</b>  | <b>1</b>  |
| <b>CHAPITRE I : PROBLEMATIQUE DES INCERTITUDES DE MESURES LIEES AUX<br/>BRAS POLYARTICULES PORTABLES .....</b>                            | <b>5</b>  |
| <b>I.1. Présentation des bras polyarticulés portables .....</b>   | <b>6</b>  |
| <b>I.2. Etat de l'art.....</b>  | <b>8</b>  |
| <b>I.3. Structure du bras Sigma 2025 .....</b>  | <b>11</b> |
| I.3.1. Matériaux utilisés .....   | 13        |
| I.3.1.1. Alliage d'aluminium.....   | 13        |
| I.3.1.2. Composite de fibres de carbone .....   | 13        |
| I.3.2. Composants internes.....   | 14        |
| I.3.2.1. Codeurs angulaires .....   | 15        |
| I.3.2.2. Roulements .....   | 17        |
| I.3.2.3. Accouplements élastiques .....   | 17        |
| I.3.3. Composants périphériques.....  | 18        |
| I.3.3.1. L'équilibrage.....   | 18        |
| I.3.3.2. Le capteur.....  | 19        |
| <b>I.4. Démarche de l'étude pour la détermination des incertitudes de mesures des bras polyarticulés<br/>portables .....</b>              | <b>19</b> |
| I.4.1. Notion d'incertitude de mesure .....   | 20        |
| I.4.2. Méthode du GUM [N. 1].....   | 21        |
| - ETAPE 1 : Analyse du processus de mesure .....  | 22        |
| - ETAPE 2 : Quantification des sources d'incertitude .....  | 22        |
| - ETAPE 3 : Détermination de l'incertitude composée .....   | 23        |
| - ETAPE 4 : Expression de l'incertitude élargie et du résultat final.....   | 23        |
| - Limites de la méthode du GUM.....   | 23        |
| I.4.3. Méthode de Monte Carlo .....   | 24        |
| - ETAPE 1 : Analyse du processus de mesure .....  | 25        |
| - ETAPE 2 : Quantification des sources d'incertitude .....  | 25        |
| - ETAPE 3 : Evaluation de l'incertitude composée par simulation .....   | 25        |
| - ETAPE 3' : Analyse des sensibilités .....   | 25        |
| - ETAPE 4 : Expression de l'incertitude élargie et du résultat final.....   | 26        |
| I.4.4. Comparatif entre la méthode GUM et la méthode de Monte Carlo .....   | 27        |
| I.4.5. Détermination de la démarche de l'étude pour la détermination des incertitudes de mesures des bras<br>polyarticulés portables..... | 27        |
| I.4.5.1. Niveau 1 : Evaluation du porteur à mesurer les coordonnées cartésiennes d'un point .....   | 29        |
| I.4.5.1.1. Niveau 1.1 : Evaluation de la dispersion des la mesure des coordonnées cartésiennes d'un<br>point .....                        | 30        |
| I.4.5.1.2. Niveau 1.2 : Détermination des dispersions des paramètres géométriques .....   | 31        |
| I.4.5.2. Niveau 2 .....   | 32        |
| <b>CHAPITRE II : FACTEURS D'INFLUENCE ET METHODOLOGIE EXPERIMENTALE... 34</b>   |           |
| <b>Introduction .....</b>   | <b>35</b> |
| <b>II.1. Diagramme 5M.....</b>  | <b>35</b> |

|  |           |
|--|-----------|
| II.1.1. Présentation.....  | 35        |
| II. 1.2. Construction du diagramme .....   | 35        |
| <b>II.1.2.1. Matière</b> .....   | 37        |
| <b>II.1.2.2. Moyens</b> .....  | 37        |
| <b>II.1.2.3. Milieu</b> .....  | 38        |
| <b>II.1.2.4. Main d'oeuvre</b> .....   | 39        |
| <b>II.1.2.5. Méthode</b> .....   | 40        |
| <b>II.2. Etude expérimentale de la répétabilité des mesures</b> .....                  | <b>42</b> |
| II.2.1. Procédure de mesure .....  | 42        |
| <b>II.2.2. Analyse des résultats</b> .....   | 46        |
| <b>II.2.3. Protocole de palpage</b> .....  | 47        |
| <b>II.2.4. Conclusion</b> .....  | 49        |
| <b>II.3. Evaluation des paramètres environnementaux</b> .....                          | <b>50</b> |
| II.3.1. Effet thermique.....   | 50        |
| <b>II. 3.1.1. Gradient spatial</b> .....   | 51        |
| <b>II.3.1.2. Gradient temporel</b> .....   | 52        |
| <b>II.3.1.3. Ecart à 20 °C</b> .....   | 54        |
| II.1.5.3.1. Effet sur la répétabilité des mesures.....                                 | 54        |
| II. 3.2. Effet de la vibration sur la répétabilité des mesures .....                   | 56        |
| <b>II.4. Conclusion</b> .....  | <b>58</b> |
| <b>CHAPITRE III : MODELISATION ET SIMULATION DE MONTE CARLO</b> .....                  | <b>59</b> |
| <b>Introduction</b> .....  | <b>60</b> |
| III.1. Modélisation géométrique .....  | 61        |
| III.1.1. Introduction et choix du modèle.....  | 61        |
| III.1.2. Présentation du modèle de « DENAVIT HARTENBERG » .....                        | 62        |
| <b>III.1.2.1. Principe</b> .....   | 62        |
| <b>III.1.2.2. Paramétrage des liaisons et centre des liaisons</b> .....                | 63        |
| <b>III.1.2.3. Création des axes des liaisons</b> .....                                 | 63        |
| <b>III.1.2.4. Paramétrage des mobilités entre les liaisons</b> .....                   | 63        |
| <b>III.1.2.5. Convention de construction du modèle</b> .....                           | 65        |
| <b>III.1.2.6. Initialisation des angles <math>\theta</math></b> .....                  | 65        |
| <b>III.1.2.7. Remarque importante liée aux repères</b> .....                           | 65        |
| III.1. 3. Elaboration du modèle pour le bras Sigma 2025.....                           | 66        |
| <b>III.1.3.1. Construction du modèle</b> .....   | 66        |
| <b>III.1.3.2. Détermination des paramètres de « DENAVIT HARTENBERG »</b> .....         | 67        |
| <b>III.1.3.3. Création du repère fixe : R0 et du repère lié au codeur A : R1</b> ..... | 69        |
| <b>III.1.3.4. Création du repère intermédiaire : R1b</b> .....                         | 69        |
| III.2. Prise en compte des déformations.....   | 71        |
| III.2.1. Présentation globale.....   | 71        |
| III.2.2. Estimation expérimentales des variations de déformations de la structure..... | 72        |
| <b>III.2.2.1. Dispositif expérimental</b> .....  | 72        |
| <b>III.2.2.2. Vérification du dispositif de mesure</b> .....                           | 75        |
| <b>III.2.2.3. Hypothèses</b> .....   | 77        |
| III.2.2.3.1. Détermination de l'allongement .....                                      | 77        |
| III.2.2.3.2. Détermination de la flexion .....   | 77        |
| III.2.2.3.3. Détermination de la torsion.....  | 78        |

|  |            |
|--|------------|
| <b>III.2.2.4. Mesures des déformations sur de courtes périodes</b> .....   | 79         |
| III.2.2.4.1. Résultats de mesure du protocole complet avec deux rosettes .....   | 79         |
| III.2.2.4.2. Résultats de mesure de la position P1-V .....   | 82         |
| III.2.2.4.3. Récapitulatif des résultats .....   | 85         |
| <b>III.2.2.5. Vérification des hypothèses effectuées sur une période de temps plus étendue</b> .....                                     | 87         |
| <b>III.2.2.6. Conclusions</b> .....  | 90         |
| III.2.3. Vérification à l'aide d'une simulation par éléments finis.....  | 91         |
| <b>III.2.3.1. Caractéristiques des matériaux utilisés</b> .....  | 91         |
| <b>III.2.3.2. Hypothèses</b> .....   | 91         |
| <b>III.2.3.3. Résultats</b> .....  | 92         |
| III.2.4. Effet des paramètres environnementaux sur la déformation du bras .....  | 93         |
| <b>III.2.4.1. Effet de la température sur la déformation du bras</b> .....   | 93         |
| <b>III.2.4.2. Effet de la vibration sur la déformation du bras</b> .....   | 95         |
| III.3. Réalisation de la simulation Monte Carlo du niveau 1.1. ....  | 96         |
| III.3.1. Résolution des codeurs.....   | 96         |
| III.3.2. Variations dimensionnelles des poutres.....   | 96         |
| III.3.3. Erreur sur le coefficient de dilatation .....   | 96         |
| III.3.4. Prise en compte des déformations de flexion et de torsion .....   | 97         |
| III.3.5. Mise en place de la simulation de Monte Carlo .....   | 98         |
| III.3.6. Détermination du nombre d'itérations nécessaires pour la stabilisation de la simulation de Monte Carlo.....                     | 99         |
| III.3.7. Résultats de la simulation de Monte Carlo de niveau 1.1.....  | 100        |
| <b>III.4. Niveau1.2 : Détermination des dispersions des paramètres géométriques</b> .....  | <b>103</b> |
| III.4.1. Détermination des erreurs sur les paramètres géométriques .....   | 103        |
| <b>III.4.1.1. Modélisation des paramètres géométriques du bras</b> .....   | 104        |
| <b>III.4.1.2. Identification des paramètres</b> .....  | 104        |
| <b>III.4.1.3. Mesures</b> .....  | 106        |
| <b>III.4.1.4. Implémentation des paramètres géométriques et vérification</b> .....   | 107        |
| III.4.2. Détermination des incertitudes sur les paramètres géométriques.....   | 109        |
| <b>III.5. Niveau1.3 : Détermination de l'incertitude sur les coordonnées cartésiennes d'un point</b> .....                               | <b>109</b> |
| III.5.1. Détermination de l'incertitude-type sur les coordonnées cartésiennes d'un point : Simulation de Monte Carlo de niveau 1.3 ..... | 109        |
| III.5.2. Détermination de l'incertitude élargie sur la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point ...                                | 111        |
| <b>III.6. Simulation de Monte Carlo de niveau 2 liée à la mesure d'une pièce considérée</b> .....  | <b>111</b> |
| III.6.1. Introduction .....  | 111        |
| III.6.2. Application à la mesure d'une bague en palpeur statique .....   | 112        |
| <b>III.6.2.1. Processus de mesure</b> .....  | 112        |
| <b>III.6.2.2. Evaluation des incertitudes de mesure</b> .....  | 114        |
| III.6.2.2.1. Evaluation des erreurs liée à la dilatation de la pièce .....   | 114        |
| III.6.2.2.2. Evaluation des erreurs liées au capteur.....  | 114        |
| III.6.2.2.3. Evaluation de l'erreur de la prise de mesure / prise de référence .....   | 114        |
| III.6.2.2.4. Evaluation des erreurs liée à la rugosité de la pièce .....   | 115        |
| III.6.2.2.5. Traitement des points de mesure du cercle .....   | 116        |
| III.6.2.2.6. Incertitude du bras de mesure.....  | 117        |
| III.6.2.2.7. Détermination des incertitudes de mesures.....  | 117        |
| III.6.2.2.8. Conclusion .....  | 118        |
| <b>CHAPITRE IV : ETUDE DU BRAS ABSOLUTE</b> .....  | <b>119</b> |

|  |            |
|--|------------|
| <b>Introduction .....</b>  | <b>120</b> |
| <b>IV.1. Modélisation géométrique .....</b>  | <b>120</b> |
| IV.1.1. Présentation du bras .....   | 120        |
| IV.1.2. Construction du modèle .....   | 121        |
| IV.1.3. Détermination des paramètres de « DENAVIT HARTENBERG » .....   | 122        |
| IV.1.4. Création du repère fixe : R0 et du repère lié au codeur A : R1 .....   | 123        |
| IV.1.5. Création du repère intermédiaire : R1b .....   | 123        |
| <b>IV.2. Répétabilité des mesures .....</b>  | <b>124</b> |
| IV.2.1. Procédure de mesure .....  | 124        |
| IV.2.2. Analyse des résultats .....  | 127        |
| <b>IV.3. Reproductibilité des mesures .....</b>  | <b>127</b> |
| IV.3.1. Procédure de mesure .....  | 127        |
| IV.3.2. Analyse des résultats .....  | 128        |
| <b>IV.4. Mesures des déformations .....</b>  | <b>129</b> |
| IV.4.1. Dispositif expérimental .....  | 129        |
| IV.4.2. Vérification des voies de mesure de déformation .....  | 130        |
| IV.4.3. Détermination des déformations .....   | 131        |
| IV.4.5. Mesure des déformations .....  | 132        |
| <b>IV.5. Etude de l'impact de la déformation sur la répétabilité des mesures .....</b>   | <b>136</b> |
| <b>IV.6. Conclusions et recommandations .....</b>  | <b>138</b> |
| <b>CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES .....</b>   | <b>140</b> |
| <b>LISTE BIBLIOGRAPHIQUE .....</b>   | <b>143</b> |
| <b>COMMUNICATIONS ET PUBLICATIONS .....</b>  | <b>150</b> |
| <b>ANNEXES .....</b>   | <b>151</b> |
| <b>ANNEXE I. VERIN PNEUMATIQUE LIFT-O-MAT .....</b>  | <b>152</b> |
| <b>ANNEXE II. CONSTRUCTION DU MODELE DE DH POUR LE BRAS SIGMA 2025.....</b>  | <b>153</b> |
| III.1.3.5. Création du repère lié au codeur B : R2 .....   | 153        |
| III.1.3.6. Création du repère lié au Codeur C : R3 .....   | 153        |
| III.1.3.7. Création du repère intermédiaire : R3b .....  | 154        |
| III.1.3.8. Création du repère lié au codeur D : R4 .....   | 155        |
| III.1.3.9. Création du repère lié au Codeur E : R5 .....   | 155        |
| III.1.3.10. Création du repère intermédiaire : R5b .....   | 156        |
| III.1.3.11. Création du repère lié au codeur F : R6 .....  | 157        |
| <b>ANNEXE III : RESULTATS DE L'ETUDE DE REPETABILITE SUR LA MESURE DE POINT ET DE DISTANCE .....</b>                             | <b>158</b> |
| <b>ANNEXE IV: RESULTATS DE MESURES DE TORSION ET DE FLEXION DANS LES DIFFERENTES POSITIONS CONSIDEREES.....</b>                  | <b>171</b> |
| <b>ANNEXE V : RESULTATS DE MESURES DE TORSION ET DE FLEXION DANS LES DIFFERENTES POSITIONS CONSIDEREES APRES CORRECTION.....</b> | <b>175</b> |

|   |            |
|---|------------|
| <b>ANNEXE VI. CONSTRUCTION DU MODELE DE DH POUR LE BRAS ABSOLUTE.....</b>                     | <b>180</b> |
| IV.1.6. Création du repère lié au codeur B : R2.....  | 180        |
| IV.1.7. Création du repère lié au Codeur C : R3 .....   | 180        |
| IV.1.8. Création du repère intermédiaire : R3b .....  | 181        |
| IV.1.9. Création du repère lié au codeur D : R4 .....   | 182        |
| IV.1.10. Création du repère lié au Codeur E : R5 .....  | 183        |
| IV.1.11. Création du repère intermédiaire : R5b.....  | 183        |
| IV.1.12. Création du repère lié au codeur F : R6 .....  | 184        |
| <b>ANNEXE VII : INSTRUMENTATION DU BRAS ABSOLUTE.....</b>                                     | <b>185</b> |
| <b>ANNEXE IIX : TABLEAU DE VERIFICATION ET DE CONTROLE DES JAUGES.....</b>                    | <b>187</b> |
| <b>ANNEXE IX: PARAMETRES DE REGLAGE DE LA CENTRALE D'ACQUISITION<br/>QUANTUMX MX1615.....</b> | <b>188</b> |
| <b>ANNEXE X : VERIFICATION DES VOIES DE MESURE DE DEFORMATION .....</b>                       | <b>189</b> |

## Liste des abréviations

**MMT** : Machine à Mesurer Tridimensionnelle.

**CETIM** : Centre Technique des Industries Mécaniques.

**GUM** : Guide pour l'expression des incertitudes (Guide to the expression of Uncertainty in Measurement).

**DH** : Denavit-Hartenberg.

**VIM** : Vocabulaire International de Métrologie.

**P1-V** : Position Point1-Verticale.

**P2-V** : Position Point2-Verticale.

**P1-I1** : Position Point1-Incliné type 1.

**P1-I2** : Position Point1-Incliné type 2.

## Table des unités utilisées

| Symbole                | Unité                 |
|------------------------|-----------------------|
| GPa                    | gigapascal            |
| MPa                    | mégapascal            |
| rad                    | radian                |
| °                      | degré                 |
| °C                     | degré Celsius         |
| °K                     | degré Kelvin          |
| $\Omega$               | ohm                   |
| $\mu\text{m}$          | micromètre            |
| mm                     | millimètre            |
| $\mu\text{m}/\text{m}$ | micromètre par mètre  |
| rad/mm                 | radian par millimètre |
| N                      | newton                |
| g                      | gramme                |
| mn                     | minute                |
| s                      | seconde               |
| Hz                     | hertz                 |

## Liste des figures

|   |    |
|---|----|
| Figure 1: Schéma générique d'un bras de mesure à 7 liaisons (d'après [50]) .....  | 6  |
| Figure 2: Mesure d'une pièce mécanique avec un bras polyarticulé portable de type Sigma 2025 ....   | 7  |
| Figure 3 : Prototype du capteur statique utilisé par San. Et al. [19] .....   | 9  |
| Figure 4: Schéma du bras Sigma 2025 .....   | 12 |
| Figure 5: Liaison de Boys [T. 4] .....  | 12 |
| Figure 6: Composite utilisé par Romer .....   | 14 |
| Figure 7: Schématisation d'une structure interne d'un bras de type Sigma 2025 .....   | 14 |
| Figure 8: Partie optique d'au codeur angulaire [T. 17] .....  | 15 |
| Figure 9: Disque d'un codeur incrémental .....  | 16 |
| Figure 10 : Disque 12 pistes d'un codeur absolu .....   | 16 |
| Figure 11: Codeur incrémental [T. 17] .....   | 17 |
| Figure 12: Roulements à billes .....  | 17 |
| Figure 13: Accouplement élastique .....   | 17 |
| Figure 14: Tube en fibre de carbone fixé avec la fourchette en aluminium .....  | 18 |
| Figure 15: Vérin pneumatique .....  | 18 |
| Figure 16: Capteur de référence utilisé dans l'étude .....  | 19 |
| Figure 17: Schéma global du principe de la méthode du GUM .....   | 23 |
| Figure 18 : Schéma global du principe de la méthode de Monte Carlo .....  | 26 |
| Figure 19 : Schéma comparatif des deux méthodes pour l'estimation des incertitudes de mesure, le GUM et son Supplément 1 sur la méthode de Monte Carlo (d'après [T. 3]) ..... | 27 |
| Figure 20: Description du Niveau 1 de la modélisation par la méthode de Monte Carlo .....   | 30 |
| Figure 21: Barre étalon à billes .....  | 31 |
| Figure 22 : Description du Monte Carlo de Niveau 2 .....  | 33 |
| Figure 23: Diagramme 5M d'un processus de mesure utilisant un bras polyarticulé portable .....  | 36 |
| Figure 24: Diagramme 5M simplifié relatif aux principales sources d'incertitudes du porteur .....   | 41 |
| Figure 25 : Photo de l'étude de la stabilité de prise d'un point sur MMT .....  | 43 |



|   |    |
|---|----|
| Figure 26: Positions recommandées de la ball bar [N. 4] .....   | 43 |
| Figure 27: Positions considérées pour la mesure de répétabilité.....  | 45 |
| Figure 28: Palpage vertical.....  | 47 |
| Figure 29: Palpage incliné .....  | 48 |
| Figure 30: Représentation de la répétabilité de mesure.....   | 49 |
| Figure 31: Sondes de températures installées sur le bras Sigma 2025 .....   | 50 |
| Figure 32: Sondes de température d'ambiance .....   | 51 |
| Figure 33: Centrale d'acquisition Agilent.....  | 51 |
| Figure 34: Evolution de la température d'un bras sigma 2025 durant une heure de manipulation ..                       | 53 |
| Figure 35: Projecteur utilisé pour chauffer le bras .....   | 54 |
| Figure 36: Positions considérées dans l'évaluation de l'effet de la température sur la répétabilité des mesures ..... | 55 |
| Figure 37: Pot vibrant .....  | 56 |
| Figure 38: Positions considérées dans l'évaluation de l'effet de la vibration sur la répétabilité des mesures .....   | 57 |
| Figure 39: Paramètres géométriques dans le cas d'une structure ouverte simple [T. 6] .....                            | 64 |
| Figure 40: Schéma du paramétrage avec insertion d'un repère intermédiaire.....  | 66 |
| Figure 41: Schéma cinématique du bras sigma 2025 en initialisant les angles $\theta_i$ .....                          | 67 |
| Figure 42: Identification des principaux repères pour le bras Sigma 2025 .....  | 68 |
| Figure 43: Création du repère fixe $R_0$ et du repère lié au codeur A : $R_1$ .....                                   | 69 |
| Figure 44: Création du repère intermédiaire: $R_{1b}$ .....   | 70 |
| Figure 45: Positions du bras analysées.....   | 72 |
| Figure 46 : Pont de Wheatstone .....  | 73 |
| Figure 47: Montage en quart de pont .....   | 73 |
| Figure 48: Rosette rectangulaire.....   | 74 |
| Figure 49: Dispositions des jauges sur le bras Sigma 2025.....  | 74 |
| Figure 50: Banc de traction-flexion .....   | 75 |
| Figure 51: Comparaison des résultats des relevés de la centrale d'acquisition et du banc de traction-flexion .....    | 76 |

|   |     |
|---|-----|
| Figure 52 : Schéma représentatif de l'effet de la flexion d'une poutre encastré à une extrémité.....                          | 77  |
| Figure 53 : Représentation de l'effet de la torsion sur une poutre .....  | 79  |
| Figure 54: Protocole de mesure .....  | 80  |
| Figure 55 : Résultats bruts des mesures des déformations.....   | 80  |
| Figure 56: Résultats Rosettes Protocole complet .....   | 81  |
| Figure 57: Bras au repos .....  | 81  |
| Figure 58: Résultats des relevés de la jauge 3 pour le bras à l'état initial .....  | 82  |
| Figure 59: Mesure de la position P1-V .....   | 82  |
| Figure 60: Résultats des déformations de la position P1-V- Mesure 1 .....   | 83  |
| Figure 61: Résultats de des déformations de la position P1-V- Mesure 2 .....  | 84  |
| Figure 62: Mesure du premier point de la barre étalon en positions P1-I1 et P1-I2 .....                                       | 85  |
| Figure 63: Mesure du deuxième point de la barre étalon en position P2-V.....  | 85  |
| Figure 64: Mesure des déformations à l'état de repos du bras .....  | 88  |
| Figure 65: Evolution de la température durant les mesures .....   | 88  |
| Figure 66: Résultats d'une série de mesures successives pendant 150 secondes avec remise du bras à sa position de repos ..... | 89  |
| Figure 67: Protocole de mesures .....   | 89  |
| Figure 68: Résultats d'une série de mesures pendant 150 secondes avec remise du bras à sa position de repos.....              | 90  |
| Figure 69: Modélisation des positions étudiées en simulation .....  | 92  |
| Figure 70: Evolution des déformations du bras en fonction de la température .....   | 94  |
| Figure 71: Positions considérées dans l'évaluation de l'effet de la vibration sur la déformation du bras.....                 | 95  |
| Figure 72: Evolution des incertitudes-types sur X, Y et Z du point mesuré en fonction du nombre d'itérations.....             | 99  |
| Figure 73: Positions considérées dans le processus d'étalonnage.....  | 107 |
| Figure 74: Mesure de la bague extérieure d'un roulement à bille à mi-hauteur en plaçant une cale étalon.....                  | 112 |
| Figure 75: Processus 1 de mesure.....   | 113 |
| Figure 76: Processus 2 de mesure.....   | 113 |

|  |     |
|--|-----|
| Figure 77: Erreur de la prise de mesure- Processus 1 .....   | 115 |
| Figure 78: Erreur de la prise de mesure - Processus 2 .....  | 115 |
| Figure 79: Relevée des écarts obtenus sur la mesure de la bague .....                              | 118 |
| Figure 80: Schématisation du Bras Absolute issue de la documentation commerciale.....              | 120 |
| Figure 81: Schéma cinématique du bras Absolute en initialisant les angles $\theta_i$ .....         | 121 |
| Figure 82: Identification des principaux repères pour le bras Absolute .....                       | 122 |
| Figure 83: Création du repère fixe $R_0$ et du repère lié au codeur A : $R_1$ .....                | 123 |
| Figure 84: Création du repère intermédiaire: $R_{1b}$ .....  | 124 |
| Figure 85: Positions considérées pour les mesures de répétabilité.....                             | 125 |
| Figure 86: Bras Absolute instrumenté par des thermocouples .....                                   | 126 |
| Figure 87: Protocole d'évaluation de la reproductibilité de mesure d'un point.....                 | 128 |
| Figure 88: Protocole d'évaluation de la reproductibilité de mesure d'une distance .....            | 128 |
| Figure 89: Position des rosettes sur le bras Absolute .....  | 129 |
| Figure 90: Centrale d'acquisition QUANTUMX MX1615 .....  | 130 |
| Figure 91: Simulateur de jauges d'extensométrie Vishay / Ellis-40 .....                            | 130 |
| Figure 92: Rosette rectangulaire.....  | 132 |
| Figure 93: Positions considérées pour la mesure des déformations du bras Absolute .....            | 133 |
| Figure 94: Résultats bruts des mesures des déformations.....                                       | 133 |
| Figure 95: Résultats des mesures des déformations filtrées.....                                    | 134 |
| Figure 96: Positions considérées pour la mesure des déformations du bras Absolute selon l'axe Y136 |     |
| Figure 97: Création du repère lié au Codeur B: $R_2$ .....   | 153 |
| Figure 98: Création du repère lié au Codeur C: $R_3$ .....   | 154 |
| Figure 99: Création du repère intermédiaire $R_{3b}$ .....   | 154 |
| Figure 100: Création du repère lié au codeur D : $R_4$ .....                                       | 155 |
| Figure 101: Création du repère lié au Codeur E : $R_5$ .....                                       | 156 |
| Figure 102: Création du repère intermédiaire : $R_{5b}$ .....                                      | 156 |
| Figure 103: Création du repère lié au codeur F : $R_6$ .....                                       | 157 |
| Figure 104: Position Horizontale Haut selon l'axe X (Pos 1) .....                                  | 159 |

|   |     |
|---|-----|
| Figure 105: Position Horizontale Haut selon l'axe Y (Pos 2) .....                     | 160 |
| Figure 106: Position Horizontale selon l'axe X (Pos 3) .....                          | 161 |
| Figure 107: Position Horizontale selon l'axe Y (Pos 4) .....                          | 162 |
| Figure 108: Position Inclignée de 45° selon l'axe X (Pos 5) .....                     | 163 |
| Figure 109: Position Inclignée de 45° selon l'axe Y (Pos 6) .....                     | 164 |
| Figure 110: Position Verticale selon l'axe X (Pos 7).....                             | 165 |
| Figure 111: Position Verticale selon l'axe Y (Pos 8).....                             | 166 |
| Figure 112: Position Inclignée selon l'axe X (Pos 9) .....                            | 167 |
| Figure 113: Position Inclignée selon l'axe Y (Pos 10) .....                           | 168 |
| Figure 114: Position Inclignée Interne selon l'axe X (Pos 11) .....                   | 169 |
| Figure 115: Position Inclignée Interne selon l'axe Y (Pos 12) .....                   | 170 |
| Figure 116: Résultats de mesure de la position P1-I1- Essai 1.....                    | 172 |
| Figure 117: Résultats de mesure de la position P1-I1- Essai 2.....                    | 172 |
| Figure 118: Résultats de mesure de la position P1-I2- Essai 1.....                    | 173 |
| Figure 119: Résultats de mesure de la position P1-I2- Essai 2.....                    | 173 |
| Figure 120: Résultats de mesure de la position verticale P2-V- Essai .....            | 174 |
| Figure 121: Résultats de mesure de la position verticale P2-V- Essai 2 .....          | 174 |
| Figure 122: Résultats de mesure corrigés de la position verticale P1-V- Essai 1 ..... | 176 |
| Figure 123: Résultats de mesure corrigés de la position verticale P1-V- Essai 2 ..... | 176 |
| Figure 124: Résultats de mesure corrigés de la position P1-I1- Essai 1 .....          | 177 |
| Figure 125: Résultats de mesure corrigés de la position P1-I1- Essai 2 .....          | 177 |
| Figure 126: Résultats de mesure corrigés de la position P1-I2- Essai 1 .....          | 178 |
| Figure 127: Résultats de mesure corrigés de la position P1-I2- Essai 2 .....          | 178 |
| Figure 128: Résultats de mesure corrigés de la position verticale P2-V- Essai 1 ..... | 179 |
| Figure 129: Résultats de mesure corrigés de la position verticale P2-V- Essai 2 ..... | 179 |
| Figure 130: Création du repère lié au Codeur B: $R_2$ .....                           | 180 |
| Figure 131: Création du repère lié au Codeur C: $R_3$ .....                           | 181 |
| Figure 132: Création du repère intermédiaire $R_{3b}$ .....                           | 182 |

|   |     |
|---|-----|
| Figure 133: Création du repère lié au codeur D : $R_4$ .....  | 182 |
| Figure 134: Création du repère lié au Codeur E : $R_5$ .....  | 183 |
| Figure 135: Création du repère intermédiaire : $R_{5b}$ ..... | 184 |
| Figure 136: Création du repère lié au codeur F : $R_6$ .....  | 184 |
| Figure 137: Position des rosettes sur le bras Absolute .....  | 186 |

## Liste des tableaux

|  |     |
|--|-----|
| Tableau 1: Résultats de l'étude de répétabilité sur la mesure de point et de distance .....                                | 46  |
| Tableau 2: Ecart-types des mesures de répétabilité selon le protocole de palpation .....                                   | 48  |
| Tableau 3 : Caractérisation de la salle .....  | 52  |
| Tableau 4: Résultats des écart-types des mesures de répétabilité à température ambiante et à température élevée.....       | 55  |
| Tableau 5: Résultats des écart-types des mesures de répétabilité sans et avec vibration .....                              | 57  |
| Tableau 6: Paramètres de "Denavit Hartenberg" relatifs au bras Sigma 2025.....   | 67  |
| Tableau 7: Relevés de la jauge 3 pour bras à l'état initial .....  | 82  |
| Tableau 8: Tableau récapitulatif des résultats de mesures .....  | 86  |
| Tableau 9: Résultats des déformations sans vérin .....   | 86  |
| Tableau 10: Résultats des déformations corrigées .....   | 86  |
| Tableau 11: Valeurs de la torsion et de la flexion au premier bras.....  | 87  |
| Tableau 12: Caractéristiques des matériaux.....  | 91  |
| Tableau 13 : Comparatif entre simulation par éléments finis et expérimentation pour les quatre positions considérées ..... | 93  |
| Tableau 14: Résultats des déformations du bras en fonction de la température .....   | 94  |
| Tableau 15: Résultats des mesures de déformation sans et avec vibration .....  | 95  |
| Tableau 16: Récapitulatif pour la prise en compte des déformations de flexion et de torsion .....                          | 97  |
| Tableau 17: Récapitulatif des sources d'incertitudes prises en compte dans la simulation pour un bras Sigma 2025 .....     | 98  |
| Tableau 18: Comparatif des mesures de répétabilité et évaluation des incertitudes-types.....                               | 100 |
| Tableau 19: Incertitudes-type obtenues par la simulation de Monte Carlo pour un bras Sigma 2025 .....                      | 101 |
| Tableau 20: Résultats de la simulation de Monte Carlo sur 120 minutes .....  | 102 |
| Tableau 21: Incertitudes-type obtenues par la simulation de Monte Carlo sur 120 minutes pour un bras Sigma 2025 .....      | 102 |
| Tableau 22: Comparatif entre l'évaluation des incertitudes-types de la simulation de Monte Carlo sur 5 et 120 minutes..... | 103 |
| Tableau 23: Paramètres géométriques optimisés .....  | 108 |

|   |     |
|---|-----|
| Tableau 24: Somme des écarts des 8 positions considérées .....  | 108 |
| Tableau 25: Ecart-types des paramètres géométriques .....   | 109 |
| Tableau 26: comparaison entre les incertitudes-types des simulations de Monte Carlo de niveau 1 et de niveau 1.1.....   | 110 |
| Tableau 27: Incertitudes élargies sur la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point obtenues par la simulation de Monte Carlo pour un bras Sigma 2025 ..... | 111 |
| Tableau 28: Paramètres de "Denavit Hartenberg" relatifs au bras Absolute .....  | 122 |
| Tableau 29 : Résultats des mesures de répétabilité .....  | 127 |
| Tableau 30: Résultats des mesures de reproductibilité .....   | 129 |
| Tableau 31: Résultats des déformations du bras Absolute .....   | 134 |
| Tableau 32 : Résultats des déformations du bras Absolute corrigés .....   | 135 |
| Tableau 33: Résultats des déformations du bras Absolute selon l'axe Y .....   | 137 |
| Tableau 34: Comparaison des résultats des mesures de la déformation et de la répétabilité .....   | 137 |
| Tableau 35: Comparaison des déformations pour les mêmes positions avec les bras Sigma 2025 et Absolute.....   | 138 |
| Tableau 36: Tableaux d'identification des jauges d'extensométrie.....   | 185 |
| Tableau 37: Tableau d'identification des thermocouples .....  | 185 |
| Tableau 38: Vérification et contrôle des jauges.....  | 187 |
| Tableau 39: Paramètres de réglage de la centrale d'acquisition QUANTUM <sup>x</sup> MX1615.....   | 188 |
| Tableau 40: Vérification des voies de mesure de déformation .....   | 189 |

# Introduction

Les bras polyarticulés portables sont des appareils de mesures tridimensionnelles portables, généralement constitués d'un ensemble mécanique comprenant 6 ou 7 liaisons pivots. Ils réalisent des mesures à contact (palpeur statique ou dynamique) ou sans contact (scanner à nappe laser principalement). Le principe de mesure consiste à réaliser l'acquisition de la position (X, Y, Z) d'un point « fixe » en extrémité du bras calculé par l'intermédiaire de l'indication des codeurs angulaires des angles de rotation entre les différents éléments du bras et des longueurs des différentes parties constituant le bras.

Le contrôle de spécifications géométriques en trois dimensions était jusqu'à ces dernières années réservé au domaine du laboratoire grâce aux Machines à Mesurer Tridimensionnelles (MMT). Mais, du fait de leur portabilité, de leur moindre coût, et l'amélioration de leur performance, l'emploi des bras polyarticulés portables est de plus en plus courant dans l'industrie. Ces derniers ne remplacent pas les MMT mais les complètent avantageusement et plus particulièrement dans des mesures en atelier. Les mesures effectuées par les bras dépendent de nombreux paramètres et l'estimation de leurs incertitudes de mesurage reste peu maîtrisée. Il est donc nécessaire d'approfondir ce domaine afin d'apporter des solutions aux utilisateurs de ces matériels.

Cependant, à l'heure actuelle, peu d'études relatives à l'évaluation des incertitudes de ces appareils ont été réalisées.

C'est dans ce contexte que se situe les travaux de ma thèse, réalisée en collaboration, à la fois avec le fabricant ROMER qui fait partie du Groupe HEXAGON METROLOGY et le Centre Technique des Industries Mécanique (CETIM), utilisateur de ce type de dispositif.

Les travaux menés ont pour finalité, d'une part, d'aider Hexagon, en tant que fabricant, dans ses travaux de recherche et développement pour améliorer la qualité et la performance de ses produits et d'autre part, d'aider le CETIM, en tant qu'utilisateur du bras de mesures à disposer d'une méthode et d'un modèle permettant l'estimation des incertitudes de mesures liées aux bras polyarticulés portables.

L'objectif de ces travaux est donc de mettre en place un modèle d'estimation d'incertitudes de mesures d'un bras polyarticulé portable qui puisse directement être utilisable.

Si le principe de mesure des bras est relativement simple, les incertitudes sont difficiles à quantifier. En effet, alors que pour une MMT, les coordonnées (X,Y,Z) d'un point définissent clairement la position de la machine suivant les trois axes, pour un bras polyarticulé, il y a une infinité de positions et de configurations possibles de ce dernier pour atteindre un point fixe dans son volume de travail (non bijectivité du point mesuré).

De ce fait, le comportement métrologique du bras doit être élaboré à partir d'un modèle géométrique permettant d'identifier les différents paramètres géométriques menant à la détermination des coordonnées du point mesuré.

En outre, de par leur composition en alliage d'aluminium et en composite de carbone, les bras de mesures sont fortement soumis aux déformations de leur structure. Les parties en alliage d'aluminium



sont relativement rigides mais sont très sensibles aux variations de température. En outre, les pièces en composites à base de fibres de carbone sont relativement stables dimensionnellement, mais sont fortement soumises aux déformations dues aux contraintes extérieures à savoir : les masses des différentes parties constitutives, mais aussi les sollicitations extérieures, essentiellement celles causées par l'opérateur. Les principales déformations rencontrées sont donc dues à la traction ou compression, à la flexion et à la torsion.

Ajoutons à cela que la structure interne des bras de mesure est complexe, vu le nombre de composantes et de liaisons qu'ils comprennent (codeurs angulaires, accouplements élastiques, roulement,...). Ces facteurs rajoutent des composantes supplémentaires à l'incertitude de mesure, ce qui affecte directement la qualité de mesure réalisée.

D'un autre côté, l'incertitude de mesures est aussi affectée par les paramètres environnementaux tels que la température, l'hygrométrie, la vibration,...

Au vu de la complexité du problème, pour évaluer les incertitudes, la méthode de Monte Carlo publiée en 2008 dans le supplément n°1 du GUM [N. 2] est utilisée. Cette méthode permet de simuler la propagation des distributions des variables grâce à un modèle numérique et d'en estimer la conséquence sur le résultat, c'est-à-dire l'incertitude de la mesure.

La simulation de Monte Carlo mise en place est constituée de plusieurs niveaux:

- Niveau 1 : Caractérisation du bras polyarticulé portable en trois étapes:
  - Détermination de la dispersion de la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point .
  - Détermination des dispersions des paramètres géométriques.
  - Evaluation des incertitudes sur les coordonnées cartésiennes d'un point .

Ce niveau correspond à l'évaluation du porteur. En effet, lorsqu'un opérateur souhaite évaluer ses incertitudes, c'est sur un mesurande bien défini avec un processus de mesure bien déterminé. Il souhaite alors caractériser une planéité, le diamètre d'un cylindre,... Pour ce faire, il a besoin de connaître les incertitudes de ses points mesurés. Notre protocole de mesurage consiste donc à évaluer les incertitudes de mesure des coordonnées cartésiennes d'un point à la surface d'un objet. Ainsi, en réalisant une simulation de Monte Carlo de niveau 1 nous arrivons à développer un modèle d'incertitude pour un processus de mesure utilisant un bras polyarticulé portable applicable quelque soit le mesurande.

- Niveau 2: Evaluation globale de l'incertitude de mesure d'un mesurande donné utilisant un bras polyarticulé portable, en associant les incertitudes liées à la pièce mesurée.

Cette étude se concentre sur un bras de Romer d'ancienne génération de type Sigma 2025 et est étendue à l'utilisation d'un bras de nouvelle génération de type Absolute. L'objectif de cette approche est de bien appréhender ce qui se passe pour un bras d'ancienne génération pour comprendre principalement les problèmes mécaniques liés aux structures et composantes des bras puis d'appliquer la méthode à un bras de nouvelle génération qui est plus performant sur le plan métrologique. Par ailleurs, le bras Sigma 2025 présente le grand avantage de pouvoir lever un grand nombre de verrous liés à la confidentialité et de pouvoir maîtriser un système plus complexe que les produits actuels du marché.

Le rapport s'articule donc autour de quatre chapitres, comme suit :

- Chapitre 1 : « Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras polyarticulés portables », dans lequel nous introduisons d'abord les bras polyarticulés portables et l'état de l'art. Ensuite nous présentons la structure du bras Sigma 2025, objet de notre étude, ce qui nous permet de justifier l'utilisation de la technique de calcul des incertitudes par la méthode de Monte Carlo.
- Chapitre 2 : « Facteurs d'influence et méthodologie expérimentale ». Dans la première partie de ce chapitre, les paramètres influençant l'incertitude de mesures sont identifiés à travers un diagramme 5M. Ensuite, étant donné que le bras de mesure est utilisé manuellement, une première étude expérimentale de la répétabilité de mesure dans des conditions de laboratoire (salle climatisée à température maîtrisée et sans vibration) est effectuée. Cette étude nous permettra d'avoir une première évaluation expérimentale de la qualité de mesure de ces dispositifs. Dans la troisième partie de ce chapitre, une étude expérimentale de l'effet des paramètres environnements, notamment la température et la vibration est effectuée. L'objectif de cette démarche est d'évaluer le comportement de ces appareils dans des conditions ateliers, étant donné qu'ils sont principalement conçus pour être utilisés sur site de production.
- Chapitre 3 : « Modélisation et simulation de Monte Carlo ». Ce chapitre présente notre étude concernant l'évaluation d'un bras Sigma 2025. Au début de ce chapitre, un modèle géométrique se basant sur la méthode de Denavit-Hartenberg, a été réalisé. Ensuite, les déformations de la structure sous l'effet des contraintes provoquées par les manipulations de l'opérateur sont évaluées. Les déformations ont été estimées expérimentalement et validées par simulation par éléments finis. Ceci nous permet alors de faire une simulation de Monte Carlo de niveau 1.1 visant à déterminer les incertitudes sur la mesure d'un point en considérant que le bras est étalonné. Dans une deuxième étape, nous effectuons une simulation de Monte Carlo de niveau 1.2, pour estimer les erreurs sur la détermination des paramètres géométriques du bras lors de la phase d'étalonnage. Nous aboutissons donc, à la fin de ce chapitre, sur la réalisation d'une simulation de Monte Carlo de niveau 1.3, permettant de déterminer l'incertitude de mesure des coordonnées cartésiennes d'un point. Les principales sources d'incertitude sont prises en compte, notamment les fluctuations des longueurs des poutres, en particulier sous l'effet des variations de température, les erreurs liées à la résolution des codeurs et les déformations de la structure (flexion et torsion) sous l'action des efforts extérieurs et de l'opérateur. La dernière partie de ce chapitre consiste à effectuer une simulation de Monte Carlo de niveau 2 qui permet de déterminer les incertitudes de mesure d'un mesurande donné. Dans cette partie, pour ce faire, nous appliquons le modèle développé au niveau 1 en intégrant la pièce. Le mesurande choisi pour l'application du modèle est la mesure de la bague extérieure d'un roulement à billes.
- Chapitre 4 : « Etude du bras Absolute ». Dans ce chapitre, une étude équivalente a été effectuée sur le bras Absolute dans laquelle nous avons fait une modélisation géométrique du bras par la méthode de Denavit-Hartenberg. Ensuite, nous avons étudié la répétabilité et la reproductibilité des mesures. Et en dernière étape, nous avons effectué une

évaluation expérimentale des déformations des différentes parties du bras. Les résultats obtenus sont ensuite comparés à ceux obtenus par le bras Sigma 2025.

## **Chapitre I : Problématique des incertitudes de mesures liées aux bras polyarticulés portables**

## I.1. Présentation des bras polyarticulés portables

Les bras polyarticulés portables ont été développés pour la première fois à Montoire/France, en 1986 par Romer qui fait partie du groupe Hexagon Metrology. Ces appareils sont des dispositifs de mesures tridimensionnelles, généralement constitués d'un ensemble mécanique comprenant 6 ou 7 liaisons pivots [Figure 1]. Ils réalisent des mesures à contact (palpeur statique ou dynamique) ou sans contact (scanner à nappe laser principalement). Six liaisons suffisent pour la mesure à contact, le 7<sup>ème</sup> axe sert à orienter la nappe laser et est situé en extrémité du bras ou directement intégré sur le capteur.

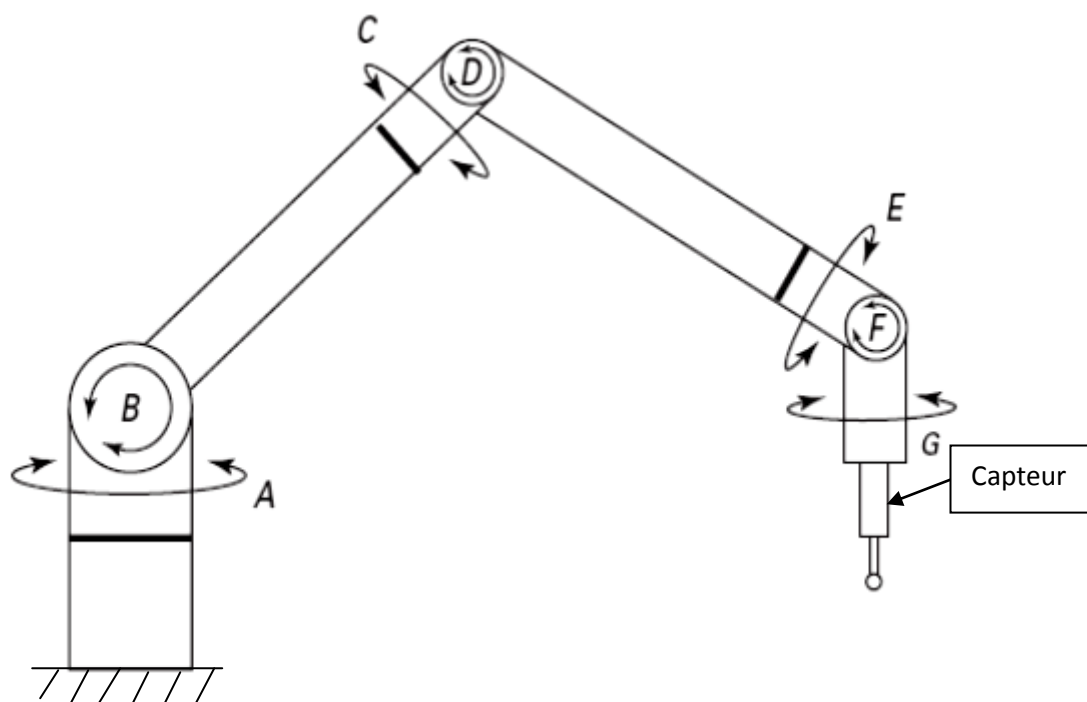


Figure 1: Schéma générique d'un bras de mesure à 7 liaisons (d'après 0)

Le principe de mesure consiste à réaliser l'acquisition de la position (X, Y, Z) d'un point fixe en extrémité du bras [Figure 2] calculé par l'intermédiaire de l'indication des codeurs angulaires de chaque liaison et de la longueur des différentes parties (poutres) constituant le bras. Les coordonnées des points mesurés d'une pièce sont alors obtenues par transformations géométriques. Les points réellement mesurés sont obtenus par la connaissance des caractéristiques du capteur fixé à l'extrémité.

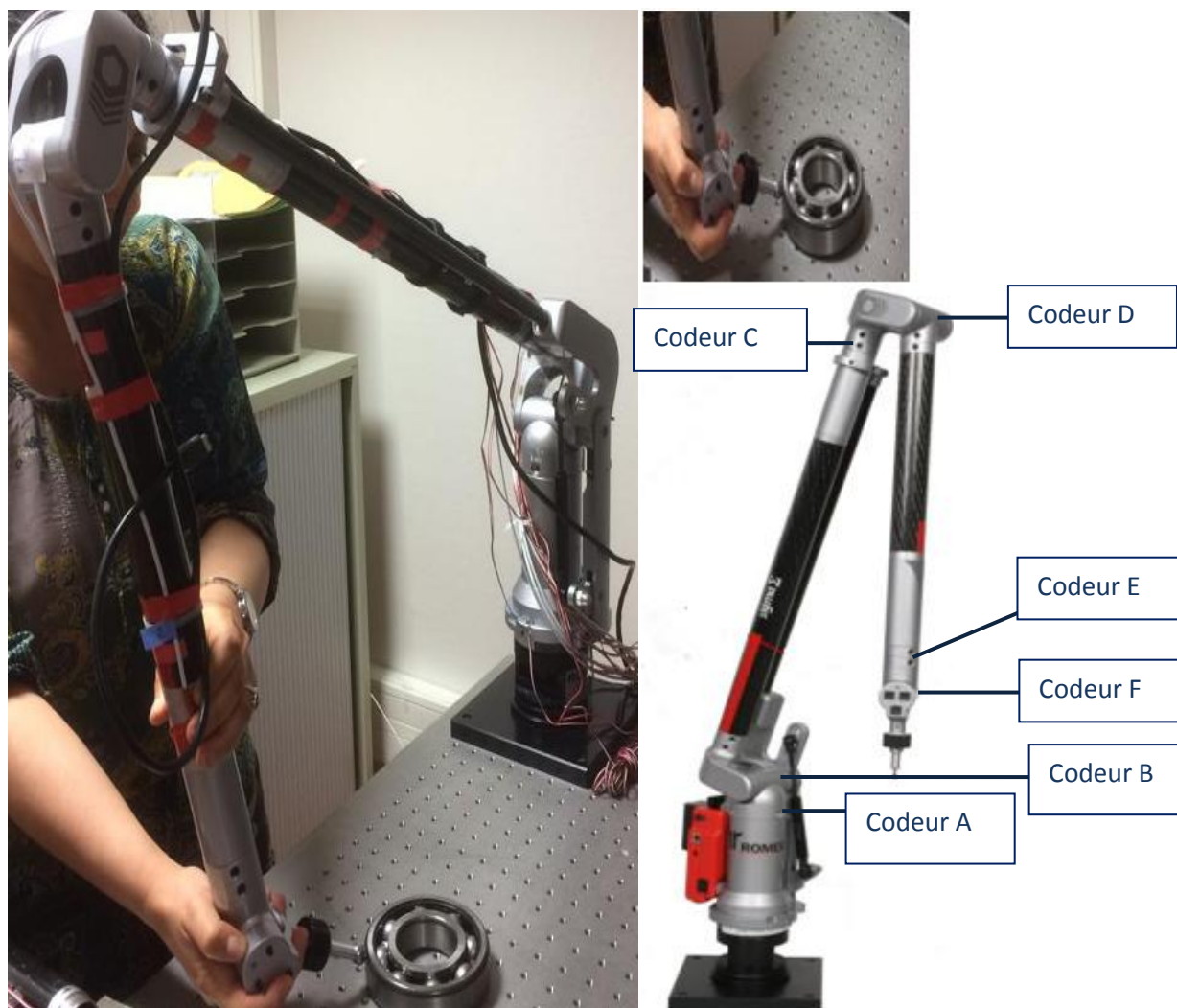


Figure 2: Mesure d'une pièce mécanique avec un bras polyarticulé portable de type Sigma 2025

Les bras de mesure polyarticulés portables sont actuellement utilisés pour effectuer des mesures et des contrôles dans différents secteurs industriels [T. 19]. Grâce à leur portabilité, et leur faible coût, les bras de mesure constituent, une alternative intéressante aux machines à mesurer tridimensionnelles en particulier pour les pièces de grandes dimensions ou les pièces trop lourdes qui doivent être contrôlées sur place.

En plus de ces applications, les bras articulés peuvent servir à collecter des données afin d'améliorer le contrôle de processus de production et ce, en contrôlant régulièrement les pièces fabriquées et les outillages. L'association d'un logiciel de mesure au bras de mesure permet d'importer des fichiers CAO et d'en créer à partir des données de mesure pour comparer les pièces aux modèles théoriques correspondants ce qui permet un gain de temps important dans le processus de contrôle.

Actuellement, plusieurs bras de mesures existent sur le marché, on peut citer les plus répandus: les bras de Romer qui seront utilisés dans cette étude, les bras de mesure Faro et les bras de mesure Kreon Baces.

Pendant cette dernière décennie et avec l'utilisation de plus en plus importante des bras de mesures dans les différents secteurs industriels, plusieurs améliorations ont été introduites sur les matériaux

utilisés, les capteurs, la compensation de la température et des efforts, ainsi que sur les systèmes de traitement de données et sur les fonctionnalités de ces appareils afin d'augmenter leurs performances. Ces améliorations ont fait l'objet de plusieurs brevets déposés par le groupe Hexagon Metrology mais aussi par ses concurrents sur le marché notamment Faro [B. 1 à B. 48].

### I.2. Etat de l'art

L'utilisation croissante des bras polyarticulés n'a malheureusement pas été accompagnée par des normes sur les procédures de vérification et d'étalonnage. Traditionnellement, chaque fabricant a adopté ses propres procédures d'évaluation. Pour dépasser ce manque de normalisation, des préconisations ont été récemment développées l'ASME B89.4.22-2004 [N. 4] et la VDI 2617-9 [N. 5] à travers l'expérience accumulée lors de la définition et la réalisation des méthodes d'évaluation des différents fabricants. Ces documents représentent une étape historique dans l'évaluation des bras de mesure. Ils concernent uniquement la mesure et l'évaluation des mesures effectuées à l'aide de capteur statique (ou capteur passif) et de capteur dynamique (ou capteur actif), couvrant les applications communes des bras de mesure, excluant spécifiquement les tests d'évaluation pour les bras avec des capteurs optiques sans contact. Afin d'uniformiser et d'éliminer toute ambiguïté dans les méthodes d'évaluation pour les bras de mesure, ces préconisations remplissent leur fonction, sans toutefois donner d'indication en ce qui concerne les méthodes d'identification des paramètres, d'étalonnage ou de correction.

En plus de l'évaluation des performances des bras de mesure, ces préconisations cherchent à faciliter la comparaison des performances des machines en établissant une classification générale des appareils et en unifiant la terminologie, le traitement des effets environnementaux et l'analyse de données. La classification des appareils inclut le type de l'appareil, les plages de mesure et la résolution des codeurs des axes de rotation. Les exigences environnementales incluent l'influence de la température, les exigences électriques et la sensibilité à la vibration. L'exigence de la performance de l'appareil inclut l'essai de la performance sur la mesure d'un point isolé et des essais de performance volumétriques.

Dans ces préconisations, les valeurs de performance sont annoncées comme la plage de mesures, l'écart maximal et l'écart-type afin d'être cohérent avec des normes nationales et internationales existantes.

Dans ce sens, Multiba et al. [37] ont mis en œuvre ces deux procédures, dans l'objectif de qualifier la performance de l'étalonnage de plusieurs bras de mesure.

Une nouvelle norme ISO 10360-12 est en préparation actuellement, elle reprend les grands principes de la norme 10360-2 (GPS, essais de réception et de vérification périodique machine à mesurer tridimensionnelles) et de l'ASME B89.4.22.

En terme d'estimation de l'incertitude des mesures par bras polyarticulés, peu de travaux ont été élaborés. Santolaria et al. [18] ont caractérisé les erreurs de répétabilité de la mesure de différentes distances dans différentes orientations de l'espace de travail afin d'estimer les erreurs sur la base d'un modèle dépendant des paramètres géométriques. Ils ont aussi introduit l'influence de la

température et établi un modèle de correction [20]. Sladeck et al. [21] abordent le problème de la modélisation théorique de l'erreur induite par les bras de mesure. Ils proposent une démarche d'estimation des erreurs en ligne (Virtual Articulated Arm Coordinate Measuring Machines) basée sur une simulation numérique qui permet par la suite d'effectuer une correction grâce à une matrice de compensation (Articulated Arm Computer Aided Accuracy).

Certains travaux ont intégré l'influence de la déformation des différentes parties du bras. Li et al. [23] ont considéré un modèle intégrant les flexions et les torsions engendrées par la gravité en considérant un bras présentant des axes de rotation parallèles (type scara). Les flexions sont mesurées avec un niveau, l'approche reste donc assez sommaire. Hamana et al [10] ont intégré les flexions dans leur modèle théorique de bras type mais le fait qu'ils aient couplé l'extrémité du bras avec la tête d'une MMT avec une double ball-bar modifie le comportement mécanique du bras qui ne se trouve donc pas en condition normale d'utilisation. Les résultats obtenus indiquent d'ailleurs une faible influence des déformations en flexion.

D'autres travaux ont étudié l'influence du capteur utilisé. San et al [19] ont étudié une méthode de détection de données en utilisant un capteur dynamique auto-centré, ce qui réduit considérablement le temps de détection et le nombre requis de positions par rapport à la l'ASME B89.4.22-2004 [N. 4] et aux procédures des fabricants. Les auteurs ont présenté une méthode d'auto-étalonnage qui permet de déterminer une matrice de transformation homogène qui relie le repère de référence du capteur au repère final du bras à partir du palpé de sphères. En outre, en comparant les résultats, ils ont constaté que l'erreur obtenue par ce capteur dynamique est plus petite que celle obtenue par le capteur statique d'où l'intérêt d'utiliser ce type de capteur dynamique dans les procédures d'identification des paramètres cinématiques et de vérification du bras. Le système de palpé utilisé se compose d'un capteur de mouvement linéaire à 3 billes en carbure de tungstène de 6mm de diamètre, disposés à 120° sur l'extrémité du capteur [Figure 3]. Il s'agit d'un système de mesure directe qui est capable de déterminer le centre d'une sphère par un contact physique direct entre la sphère et les capteurs de mouvement linéaire.

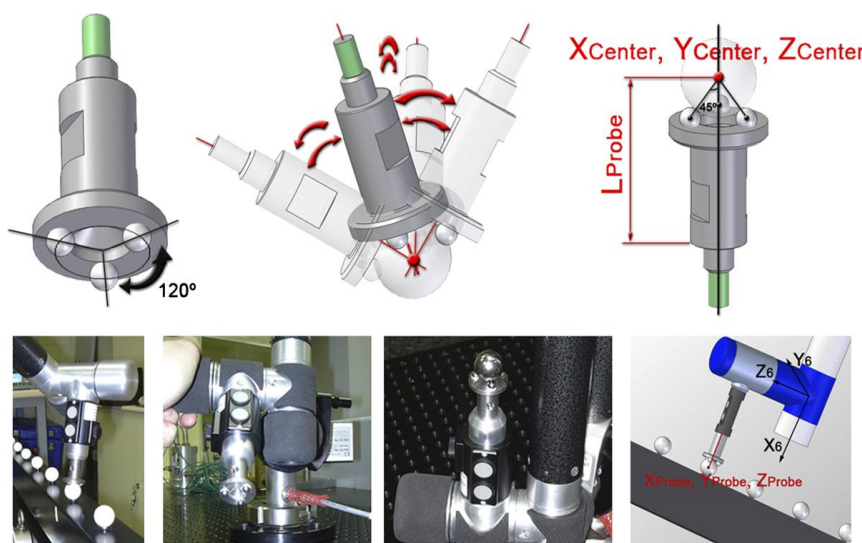


Figure 3 : Prototype du capteur statique utilisé par San. Et al. [19]



Shimajima et al. [22] ont utilisé un stylet en forme de cône. En appuyant sur la pièce mesurée avec le stylet, celle-ci change de position engendrant une incertitude importante. Les résultats ont été comparés par la suite à ceux obtenus en utilisant un capteur à 3 sphères équidistantes de 15 mm permettant un contact ponctuel avec la sphère. Ils ont donc conclu que l'incertitude obtenue était plus petite que celle obtenue avec le stylet conique d'où le capteur à trois billes assure une incertitude plus faible.

En termes d'étalonnage des bras de mesures, Santolaria et al. [17] se sont basés sur la méthode d'étalonnage à boucle ouverte pour définir un modèle permettant d'optimiser les paramètres géométriques d'un bras en utilisant un laser tracker. Dans une autre étude, Hamana et al. [10] ont attaché l'extrémité de l'artefact à une MMT à la place du capteur et l'autre extrémité est attachée au bras à la place du stylet. La MMT mesure directement les coordonnées du centre de la sphère lors de l'étalonnage du bras de mesure. I. A. Sultan [12] a développé un processus d'étalonnage sur la base d'un modèle géométrique dont les paramètres sont identifiés par approximation résultant d'une perturbation aléatoire. De leur côté Kovac et al. [13] ont construit un système dans lequel la mesure de position est réalisée avec un système de mesure séparé de la ligne d'étalonnage. Les positions cibles le long de la ligne d'étalonnage sont mesurées avec un interféromètre laser.

Dans une autre approche se basant sur la méthode d'étalonnage en boucle fermée, Santolaria et al. [18] ont défini un modèle dépendant des paramètres géométriques du bras permettant d'optimiser ces paramètres. Cette étude est basée sur la méthode de Levenberg-Marquard pour minimiser la somme des erreurs quadratiques entre la distance euclidienne mesurée entre le centre de deux sphères sur une ball bar et la valeur étalon de la même distance. Dans la même approche, Shimajima et al. [22] ont mesuré une plaque à billes avec 9 sphères 5 fois dans 5 configurations différentes du bras ce qui fait un total de 45 points mesurés, pour déterminer les paramètres géométriques de chaque articulation par la méthode des moindres carrés. Gao et al. [9] ont développé la matrice Jacobienne du modèle de Denavit Hartenberg pour développer une base théorique d'étalonnage des bras de mesure, en mettant en évidence l'effet des paramètres articulaires sur l'incertitude de mesure.

La problématique scientifique consiste à développer un modèle complet permettant la quantification des incertitudes de mesure sur un bras polyarticulé portable quelconque, en prenant en compte les paramètres les plus influents (températures, efforts exercés par l'opérateur, structure du bras considéré, matériaux utilisés, codeurs angulaires,...). Les études réalisées à ce jour, et citées dans le paragraphe précédent, ont traité chacune une problématique particulière liée aux mesures sur un bras polyarticulé portable. Ainsi, la répétabilité des mesures, l'influence des capteurs, l'effet des déformations dues au poids propre et la détermination des erreurs sur les paramètres géométriques ont été traités de manière indépendantes et sous certaines conditions. Cependant, à l'heure actuelle aucune étude n'a été présentée pour déterminer un modèle globale permettant d'évaluer les incertitudes d'un mesurande donné. Ce modèle se révèle être indispensable à l'heure actuelle, pour les fabricants de ces appareils pour pouvoir évaluer leur système de mesure et améliorer leurs performances mais aussi pour les utilisateurs de ces dispositifs afin de pouvoir évaluer la qualité de leurs mesures. C'est dans ce cadre, que nous œuvrons à l'élaboration d'un modèle d'estimation des incertitudes en prenant en compte les différents paramètres intervenant sur la qualité de mesure.

Notre étude se focalise principalement sur un bras de mesure Romer (Hexagon Metrology) d'ancienne génération, de type Sigma série 2025, dont la structure sera présentée au prochain paragraphe. Nous utilisons l'étalon spécifique du fabricant, présenté au paragraphe § 1.4.5.1.2. afin de rester dans les mêmes conditions que celles utilisées en usine pour l'étalonnage de ces dispositifs. L'avantage de cet étalon est de conserver un palpeur standard et de pouvoir à la fois évaluer la répétabilité sur point et la mesure de distances.

### **I.3. Structure du bras Sigma 2025**

En général, les bras de mesure sont constitués d'éléments en aluminium et en fibre de carbone, montés sur des articulations à roulements à billes leur conférant six ou sept degrés de liberté.

Les bras récents sont généralement en fibre carbone, à l'exception des articulations qui sont en aluminium. Le choix de la fibre de carbone se justifie par son poids léger comparé à l'aluminium et sa faible sensibilité à la température. En effet, le carbone se dilate très peu comparé à l'aluminium. En outre la fibre de carbone a un module d'Young huit fois plus grand que celui de l'aluminium ce qui lui confère une rigidité théorique beaucoup plus importante. La rigidité globale dépend de la structure de plis, elle est généralement plus faible que la rigidité de la fibre.

Néanmoins, le carbone est plus sensible aux variations climatiques en termes de déformations résiduelles (libération de contraintes internes provoquant des erreurs d'hystérésis). Il est donc conseillé aux fabricants de faire subir aux pièces des cycles de vieillissement avant l'étalonnage pour éviter les dérives rapides des bras fabriqués.

Les forces appliquées sur le bras auront tendance à déplacer la totalité du système de mesure le long d'un axe (ou une combinaison d'axes) ou causer la rotation du système de mesure autour d'un axe (ou une combinaison d'axes) ce qui engendre un décalage entre les axes des codeurs et les axes du bras et par conséquent induit une incertitude de mesure.

Le bras de mesure SIGMA 2025 est composé d'environ 40% d'alliage d'aluminium et 60% de composite de fibres de carbone. Il possède 6 axes de rotation reliés entre eux par des liaisons pivots [Figure 4]. Ce porteur peut être équipé de différents types de capteurs avec contact statique à bille ou à pointe, dynamique (RENISHAW TP20) ou sans contact (scanner à ligne laser et capteur CCD). Le capteur est fixé au support du bras par une liaison de type Boys [T. 4] par l'intermédiaire de trois rainures [Figure 5].

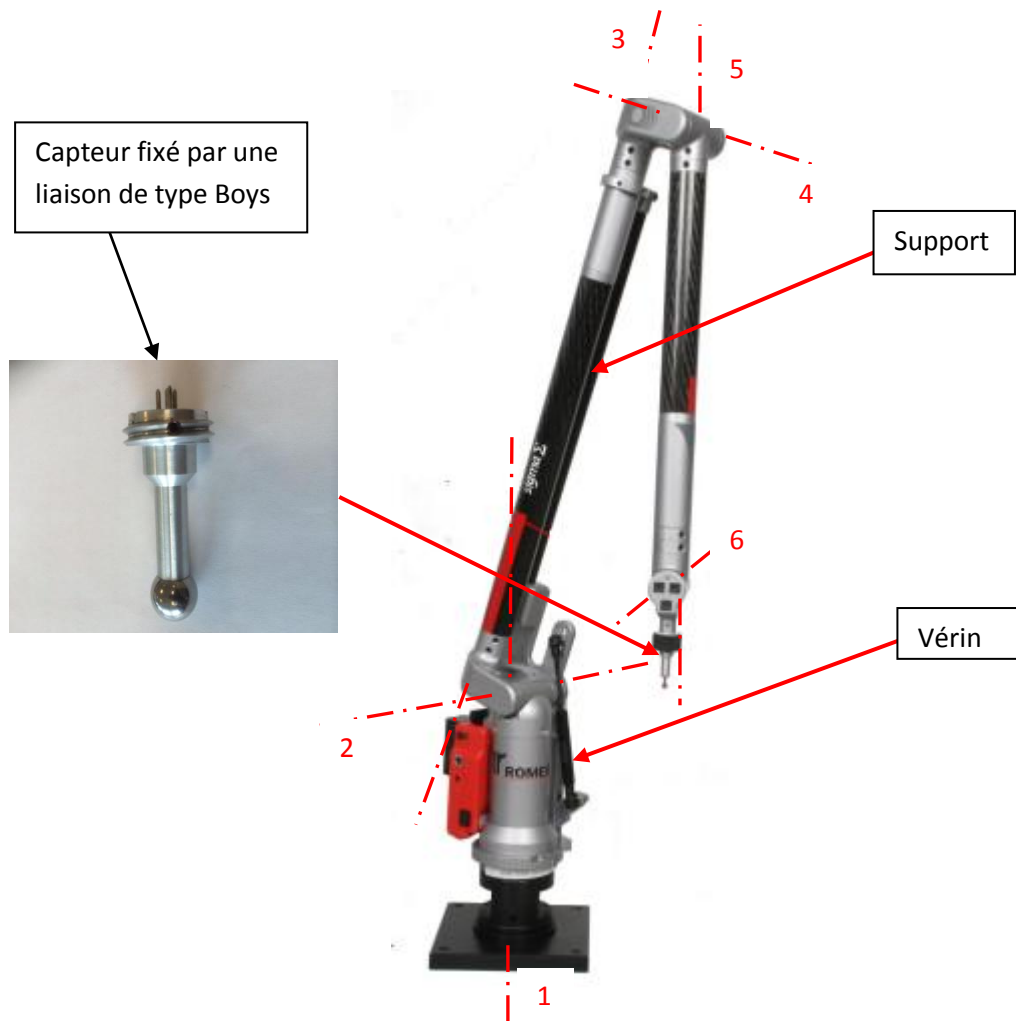


Figure 4: Schéma du bras Sigma 2025

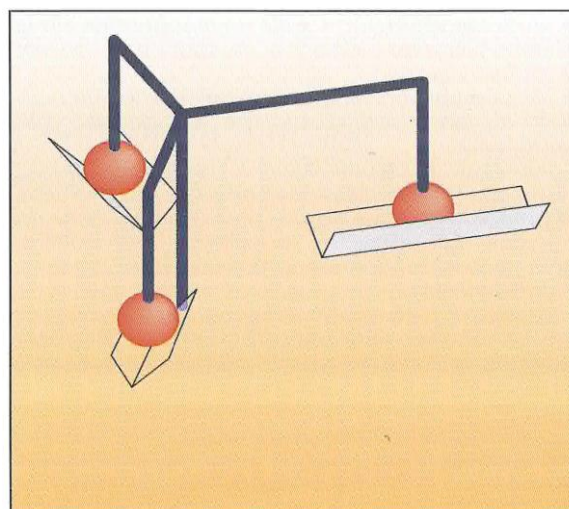


Figure 5: Liaison de Boys [T. 4]

### **I.3.1. Matériaux utilisés**

Comme indiqué dans le paragraphe précédent, le bras de mesure SIGMA 2025 est composé d'environ 40% d'alliage d'aluminium et 60% de composite de fibres de carbone.

#### **I.3.1.1. Alliage d'aluminium**

D'après les informations données par le groupe Hexagon Metrology, l'alliage d'aluminium utilisé dans la composition du bras Sigma 2025 est un AU4G dont le module d'Young est de 74 GPa.

#### **I.3.1.2. Composite de fibres de carbone**

##### **▪ Fibre de Carbone**

La fibre de carbone est un matériau à brin long et mince d'environ 0,005 ~ 0,010 mm de diamètre. Elle est composée essentiellement d'atomes de carbone. Les atomes de carbone sont solidaires dans des cristaux microscopiques qui sont plus ou moins alignés parallèlement à l'axe longitudinal de la fibre. L'alignement des cristaux rend la fibre extrêmement résistante pour sa taille. Plusieurs milliers de fibres de carbone sont enroulées ensemble pour former un fil, qui peut être employé tel quel ou tissé.

Ce matériau est caractérisé par sa faible densité, sa résistance élevée à la traction et à la compression, sa flexibilité, sa bonne conductivité électrique et thermique, sa tenue en température et son inertie chimique (sauf à l'oxydation).

##### **▪ Composite de fibre de carbone**

Un matériau composite est constitué typiquement d'un ou plusieurs nappes de fibres noyées dans une matrice. Les renforts et la matrice sont miscibles, en ayant une forte capacité d'adhésion. Un composite de fibres de carbone se réfère à un matériau composite dans lequel au moins l'un des renforts est la fibre de carbone, courte ou continue, unidirectionnelle ou multidirectionnelle, tissée ou non tissée. La matrice, lie les fibres renforts, répartit les efforts (résistance à la compression ou à la flexion), assure la protection chimique. Elle est généralement constituée d'un polymère, d'un métal, d'une céramique, ou d'une combinaison de différents matériaux [4].

Les avantages spécifiques des composites de fibre de carbone tiennent dans le fait qu'ils sont légers et de faible densité, qu'ils possèdent une haute résistance et rigidité, une conductivité thermique élevée, un faible coefficient de dilatation thermique, une haute ténacité et une bonne fatigue, ainsi qu'une résistance au fluage. Par conséquent, les tubes en fibre de carbone garantissent la stabilité et un poids léger du bras [36].

##### **▪ Composite utilisé par ROMER sur les bras Sigma**

Le matériau utilisé dans la composition du bras Sigma 2025 est, selon les informations données par Romer, un composite à renforts en fibres unidirectionnelles [Figure 6]. Il comporte trois couches orientées à 0°, 20° et -20° par rapport à l'axe du tube. L'épaisseur du tube est de 2mm et le module d'Young est de 640 GPa.

Pour une couche, la résistance à la traction longitudinale est tout à fait indépendante de la liaison fibre-matrice, la résistance à la traction transversale et la résistance à la flexion (par flexion dans des directions longitudinale ou transversale) augmentent avec l'augmentation de la liaison fibre-matrice. Cela donne un comportement fortement anisotrope.



Figure 6: Composite utilisé par Romer

### I.3.2. Composants internes

Les liaisons entre les parties en fibre de carbone composé et l'alliage d'aluminium sont des liaisons pivots assurés par des roulements de type SKF. Par ailleurs des accouplements élastiques sont installés entre les roulements et les codeurs pour pallier les problèmes de coaxialité. La structure type d'une liaison entre un codeur et un roulement pour un bras Sigma 2025 est schématisée par la Figure 7.

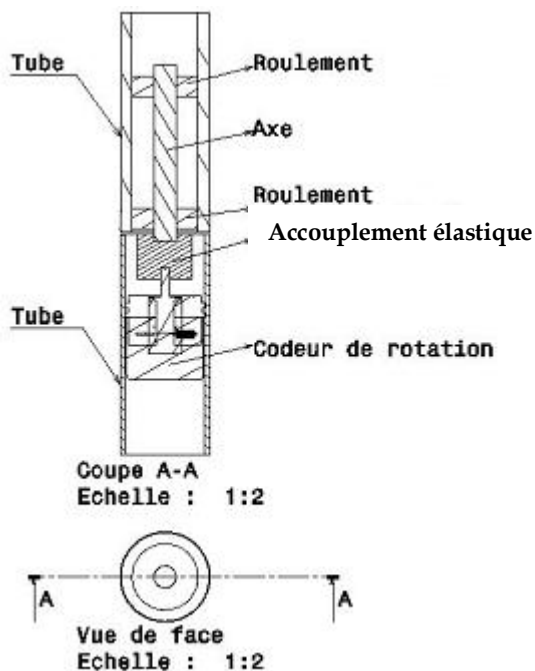


Figure 7: Schématisation d'une structure interne d'un bras de type Sigma 2025

### I.3.2.1. Codeurs angulaires

A chaque articulation du bras, des codeurs optiques fournissent les coordonnées de leur position (X-Y-Z) et de leur orientation (I-J-K). Ces codeurs sont des capteurs de position angulaire, composés d'un axe relié à un des axes d'articulation du bras. Cet axe fait tourner un disque lorsque l'articulation bouge. Le disque comporte une succession de parties opaques et transparentes. Une lumière émise par des Diodes Electro-Luminescentes, traverse les fentes de ce disque créant, sur les photodiodes réceptrices, un signal analogique et constitue ainsi la partie optique du codeur [Figure 8]. Le signal électrique recueilli est amplifié puis converti en signal de type carré, qui est alors transmis à un système de traitement.

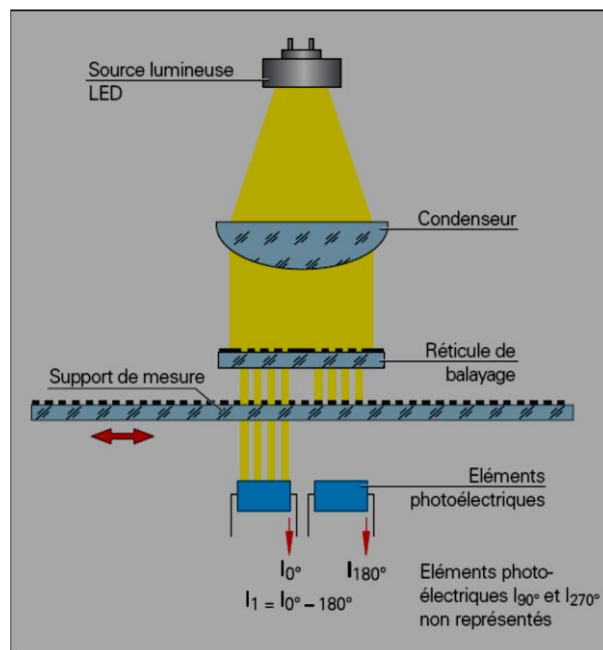


Figure 8: Partie optique d'un codeur angulaire [T. 17]

Il existe deux types de codeurs optiques, à savoir :

- Les codeurs incrémentaux : sont des générateurs d'impulsions constitués généralement, de deux pistes externes divisées en intervalles d'angles égaux de telle sorte que les signaux carrés obtenus soient déphasés de  $90^\circ$ , ce qui donne les sens de rotation et d'une voie avec impulsion zéro [Figure 9]. Les pistes externes sont divisées en  $n$  intervalles d'angles égaux alternativement opaques et transparents. Le nombre d'intervalles représente la résolution du codeur (dans notre cas  $n = 1280000$  pour le codeur lié au repère fixe et  $640000$  pour les autres). Ce signal permet de définir un zéro de comptage et une position de référence.
- Les codeurs absolus : donnent la position de l'axe sous la forme d'un mot binaire. La lecture du code de sortie est unique pour chacune des positions. Le disque des codeurs absolus comporte un nombre de pistes concentriques divisées en segments égaux alternativement opaques et transparents [Figure 10]. Pour chaque position angulaire de l'axe, le disque fournit un « code binaire » de longueur «  $n$  » correspondant à  $\frac{1}{2^n}$  ème de tour. La résolution

du codeur est égale à  $2n$ . Un codeur absolu délivre en permanence un code qui est l'image de la position réelle du mobile à contrôler. Ce qui fait que la mise sous tension ne nécessite pas la réinitialisation du codeur.



Figure 9: Disque d'un codeur incrémental



Figure 10 : Disque 12 pistes d'un codeur absolu

Les codeurs absolus ont été développés pour pallier les contraintes générées par les codeurs incrémentaux, à savoir :

- La sensibilité aux coupures de réseau : chaque coupure du courant fait perdre la position réelle du mobile. Il faut alors procéder à la réinitialisation. Ce temps de réinitialisation peut être pénalisant pour certaines applications.
- La sensibilité aux parasites en ligne : Un parasite reçu sur la ligne peut être comptabilisé par le système de traitement comme un signal d'incrément lorsque les signaux complémentaires ne sont pas pris en compte.
- Lorsque la fréquence de comptage est élevée, une erreur de positionnement peut survenir.
- Le recalage par le « top zéro » est impossible dans le cas de mouvement de type oscillant, si le codeur ne fait pas de tour complet.

Les codeurs utilisés dans le bras Sigma 2025 sont des codeurs incrémentaux [Figure 11]. Ces capteurs ont leur propre roulement et sont en version étanche. Ils sont robustes et de dimensions compactes. L'accouplement de ces capteurs rotatifs sur l'arbre moteur ou sur la broche s'effectue côté rotor à l'aide d'un accouplement d'arbre séparé qui sert à corriger le jeu axial et les erreurs d'alignement entre l'arbre du capteur et l'arbre moteur.



Figure 11: Codeur incrémental [T. 17]

### **I.3.2.2. Roulements**

Pour assurer le guidage en rotation, deux roulements rigides à billes [Figure 12] sont utilisés par axe de rotation.

Le principal avantage des roulements en acier inoxydable réside dans leur résistance à la corrosion en environnements humides et corrosifs.



Figure 12: Roulements à billes

### **I.3.2.3. Accouplements élastiques**

Afin de pallier les défauts d'alignement (erreurs de coaxialité) des deux parties en liaison, des éléments de couplage sont utilisés, connus sous le nom de couplings ou accouplements élastiques [Figure 13]. L'accouplement du capteur rotatif est positionné au milieu des liaisons (sauf pour la première liaison) et permet de relier l'axe guidé par les roulements au codeur.



Figure 13: Accouplement élastique

Cette structure du bras avec toutes ses composantes périphériques et internes, ainsi que le matériau composite utilisé, les conditions environnementales et d'autres facteurs interviennent sur la qualité de mesures avec cet appareil en engendrant des incertitudes de mesure. Les différents paramètres susceptibles d'influencer le résultat de mesures sont définis à partir d'un diagramme 5M [Figure 23].



### I.3.3. Composants périphériques

Les composantes périphériques de la structure porteuse sont : l'équilibrage, le capteur et l'étalon permettant de réaliser les mesures.

#### I.3.3.1. L'équilibrage

L'équilibrage est un dispositif qui permet d'exercer sur la structure un effort dirigé vers le haut afin de faciliter la manipulation. Il est composé de deux parties principales :

- Un contrebalancement sous forme de tube en fibre de carbone fixé avec la fourchette en aluminium pour le bras Sigma 2025 [Figure 14].
- Le vérin pneumatique [Figure 15] qui exerce une force de soutien et permet l'équilibrage du bras. Comme indiqué par le nom, sa fonction principale est de soutenir le bras (lifting). Ainsi, il rend l'utilisation du bras plus confortable. Pour le bras Sigma 2025, le générateur d'effort est de type LIFT-O-MAT, standard des vérins d'équilibrage de la marque STABILUS dont les caractéristiques techniques sont données à l'Annexe I.
- 



Figure 14: Tube en fibre de carbone fixé avec la fourchette en aluminium



Figure 15: Vérin pneumatique

### I.3.3.2. Le capteur

Les palpeurs utilisables sur bras de mesure peuvent être de type statique, dynamique ou un scanner à nappe laser, ce qui modifie inévitablement les fluctuations du point mesuré, à savoir :

- Pour un capteur statique quelconque, l'acquisition de la mesure se fait toujours par une impulsion électrique déclenchée par l'opérateur (en général, un appui sur un bouton). De ce fait, l'effort de contact est géré directement par l'opérateur et l'assiduité de celui-ci conditionne la déformation de la structure et donc la fluctuation du point mesuré. On peut considérer que l'opérateur exerce les mêmes efforts quel que soit le capteur statique utilisé.
- Pour un capteur dynamique, la prise de mesure est effectuée directement par le capteur et l'effort de contact est donc maîtrisé et connu.
- Pour un scanner à nappes laser, il n'y a pas de contact avec la pièce. L'opérateur, en manipulant le bras, le contraint et le déforme. Les mesures sont réalisées « à la volée » en dynamique sans contact.



Dans notre étude nous allons nous focaliser sur l'étude des mesures avec un capteur bille statique de référence de diamètre 15 mm et de longueur 50 mm surmonté d'une tige de grosse section [Figure 16]. Ce capteur peut être considéré rigide et parfaitement indéformable. Les capteurs sans contact sont surtout utilisés en rétroconception 3D, c'est pourquoi, la quantification de leurs incertitudes n'est pas un sujet de préoccupation actuellement.



Figure 16: Capteur de référence utilisé dans l'étude

## I.4. Démarche de l'étude pour la détermination des incertitudes de mesures des bras polyarticulés portables

Ainsi et compte tenu de la structure des bras de mesure, l'incertitude de mesure est impactée par de nombreuses grandeurs d'influence dues essentiellement aux matériaux utilisés, aux liaisons internes, aux différents composants, aux paramètres géométriques ainsi qu'aux paramètres environnementaux notamment la température, les déformations engendrées par l'effort exercé par l'opérateur, la vibration,... A cet effet, avant d'entamer notre étude, nous devons tout d'abord choisir

la méthode la plus adéquate pour la détermination des incertitudes de mesure liées au bras polyarticulé portable. Cette étape fera l'objet de ce paragraphe. Nous commencerons par un rappel sur la notion d'incertitude et une présentation des différentes méthodes d'estimation des incertitudes de mesures pour aboutir à la détermination de la démarche suivie dans notre étude.

### **I.4.1. Notion d'incertitude de mesure**

L'incertitude de mesure, selon le vocabulaire international de la métrologie (VIM) [N. 3], est un paramètre, associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient raisonnablement être attribuées au mesurande (la grandeur soumise à mesurage). On doit donc, à chaque résultat du mesurande, associer une incertitude-type (écart-type). L'incertitude élargie que l'on affichera sera alors un multiple de l'incertitude type. Le résultat définit alors un intervalle dans lequel on peut espérer trouver un grand nombre de valeurs qui peuvent raisonnablement être attribuées au mesurande considéré.

Même si on utilise l'appareil le plus performant au monde, les mesures ne seront jamais exactes. En effet, plusieurs paramètres interviennent sur le résultat de ces mesures en engendrant des erreurs plus ou moins importantes selon la procédure de mesure, les conditions climatiques... Hors, de très nombreuses décisions sont fondées sur des résultats de mesure, dont notamment [T. 12]:

- l'acceptation d'un produit ;
- la validation d'un procédé ;
- le réglage d'un paramètre (de fabrication) ;
- la validation d'une hypothèse (Recherche et développement) ;
- la surveillance (de l'environnement) ;
- la sécurité (d'un produit ou d'un système) ;
- le diagnostic (médical).

Prendre de bonnes décisions est impératif pour toutes les entreprises. L'incertitude associée à un résultat de mesure permet de fournir une indication quantitative sur la qualité de ce résultat. Cette information est essentielle pour estimer la fiabilité d'un résultat de mesure. Sans incertitudes, les résultats de mesure ne sont plus comparables ni entre eux, ni par rapport à des valeurs de référence spécifiées dans une réglementation ou une norme.

Pour résumer : Evaluer les incertitudes, c'est avant tout maîtriser le processus de mesure.

Cependant, cette notion d'incertitudes est relativement récente. Les idées de base, qui structuraient l'approche de détermination des incertitudes, ont été présentées en septembre 1976 par Müller lors d'une conférence organisée par l'Institut Allemand de Métrologie (PTB). Le point clé de la réflexion de Müller, publiée en 1979, était d'unifier la prise en compte des erreurs systématiques et aléatoires dans le cadre d'une approche statistique.

En octobre 1980, un groupe de travail du Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) a publié un rapport de 14 pages qui formalise une approche complète de calcul d'incertitudes.

En 1993, l'Organisation Internationale de Normalisation (ISO) a publié le Guide pour l'expression des incertitudes communément appelé le « GUM » (Guide to the expression of Uncertainty in

Measurement) N. 1]. Ce guide a considérablement clarifié la situation en posant le fait que les incertitudes doivent être clairement identifiées comme des incertitudes-types (écart-type pour les mathématiciens) ou des incertitudes élargies en prenant en compte l'ensemble du processus de mesure contrairement à la méthode classique qui se basait sur la somme des variations ne prenant en compte que l'instrument. La publication de ce guide permettait de palier les problèmes liés à l'existence de plusieurs approches pour calculer les incertitudes, manifestés principalement par l'impossibilité de comparer les résultats de mesure faute de compatibilité entre les approches employées.

Cependant la méthode du GUM, présente quelques insuffisances pour les cas plus compliqués et ayant des variables corrélées. A cet effet, le supplément 1 [N. 2] a été publié en 2008, il a introduit la méthode de Monte-Carlo.

Par ailleurs, il existe d'autres approches pouvant être employées telle que la méthode bayésienne [6][5] basée sur le théorème de Bayes qui est utilisé dans l'inférence statistique pour actualiser les estimations d'un paramètre quelconque à partir des observations et des lois de probabilité de celles-ci.

Toutefois, dans certains cas où il s'avère difficile de trouver le modèle mathématique, quelques laboratoires se basent sur l'utilisation des essais inter laboratoires [N. 6] pour déterminer leurs incertitudes. Cependant cette méthode est limitée. En effet si tous les laboratoires présentent une erreur de justesse on ne pourrait pas s'en apercevoir. De plus, si on ne change, même qu'une étape du processus, l'incertitude devient différente et l'étude est donc à refaire (incertitude définitionnelle).

Les deux méthodes publiées dans le GUM [N. 1] et son supplément 1 [N. 2] seront détaillées dans les paragraphes suivants.

### **I.4.2. Méthode du GUM [N. 1]**

Le calcul des incertitudes de mesure selon le GUM, est basé sur le modèle de la mesure, c'est-à-dire sur une description mathématique du processus utilisé pour déterminer le résultat du mesurage. Les variables de ce modèle sont les grandeurs d'entrée qui sont estimées. Les composantes de l'incertitude de mesure sont alors les incertitudes associées aux estimations des grandeurs d'entrée. Ces composantes représentent des incertitudes provenant de phénomènes aléatoires et systématiques. Les effets systématiques doivent impérativement être recherchés et les résultats de mesure doivent être corrigés de ces effets tout en introduisant dans le calcul des incertitudes de mesure, les incertitudes sur la correction.

Il existe deux grands types d'évaluation des composantes d'incertitudes, à savoir :

- Les composantes de type A qui sont évaluées par des méthodes statistiques à partir de séries d'observations
- Les composantes de type B qui correspondent aux autres composantes. Celles-ci sont des grandeurs issues de jugement d'expert, d'informations de la bibliographie, des certificats d'étalonnage,...

Dans la méthode analytique du GUM, l'incertitude finale, également appelée incertitude composée est obtenue en propageant les composantes élémentaires à l'aide d'une approximation linéaire déduite du modèle de la mesure. L'approche du GUM repose sur quatre principales étapes, comme suit :

- **ETAPE 1 : Analyse du processus de mesure**

▪ **Définition du mesurande**

Le mesurande est défini dans le VIM [N. 3] comme : « grandeur particulière soumise à mesurage ». Le mesurande définit donc en plus de la grandeur, l'environnement de mesure.

La définition du mesurande est une tâche essentielle. Elle doit correspondre aux besoins du « client » et faire l'objet d'un accord client-fournisseur. La définition du mesurande doit être d'autant plus complète que l'on recherche une faible incertitude (notion d'incertitude définitionnelle).

▪ **Identification des causes d'erreur**

Il s'agit de déterminer les différents paramètres qui peuvent influencer le résultat de mesures. La méthode la plus utilisée pour identifier les causes d'erreur est le diagramme 5M (Moyens, Méthode, Milieu, Matière, Main d'œuvre), qui analyse le processus de mesures pour lister toutes les composantes d'incertitudes.

▪ **Détermination des grandeurs d'entrée  $X_i$**

Ces grandeurs ont des origines multiples. Elles peuvent être directement obtenues au cours du mesurage, issues d'un processus de correction, résultant d'un « jugement d'experts », ou obtenues grâce à des sources extérieures comme la bibliographie ou les certificats d'étalonnage.

▪ **Modélisation mathématique du processus de mesures**

Modéliser le processus de mesures consiste à écrire le modèle mathématique qui relie le mesurande (Y), aux grandeurs d'influence ( $X_1, X_2, \dots, X_n$ ) qui contribuent significativement à l'incertitude de mesure, sous forme :  $Y=f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ .

- **ETAPE 2 : Quantification des sources d'incertitude**

Il s'agit de quantifier les grandeurs influentes identifiées par le diagramme des 5M en explicitant la notion d'incertitude-type. Les différentes sources d'incertitude sont évaluées par les méthodes de type A ou B

- Méthode d'évaluation de type A : grandeur d'entrée étudiable par une série statistique dont on calculera la moyenne et la variance à travers l'exploitation des données expérimentales.
- Méthode d'évaluation de type B : par un jugement scientifique fondé sur toutes les informations disponibles. Ces informations peuvent être issues des certificats d'étalonnage, des jugements d'experts, de la bibliographie,...

### - ETAPE 3 : Détermination de l'incertitude composée

Une fois le modèle mathématique est déterminé et les incertitudes-types sont quantifiées, l'incertitude composée est estimée à partir d'un développement de Taylor au premier ordre :

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \quad (I.1)$$

Avec  $u^2(x_i)$  est la variance de la composante  $x_i$  et  $u(x_i, x_j)$  est la covariance des composantes  $x_i$  et  $x_j$ .

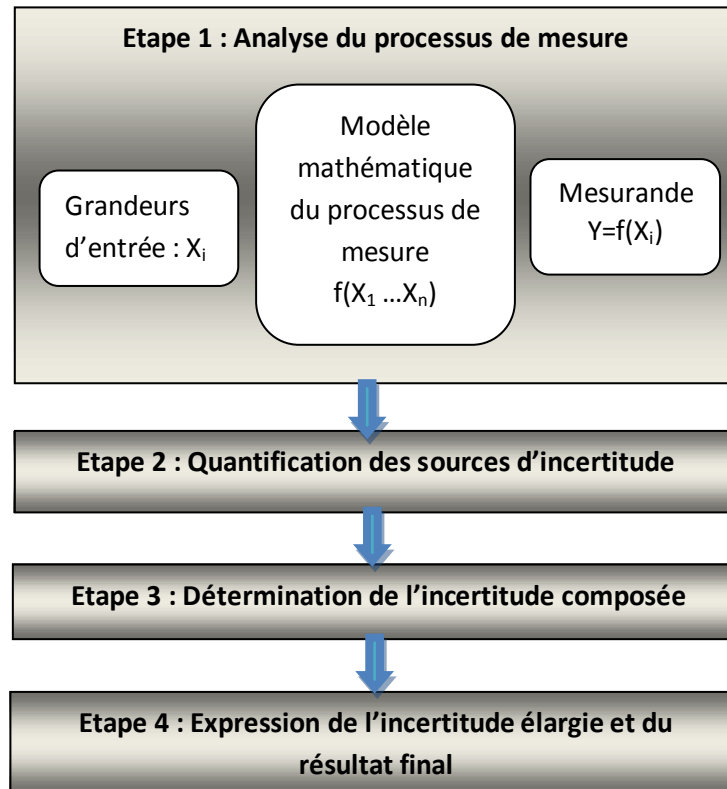


Figure 17: Schéma global du principe de la méthode du GUM

### - ETAPE 4 : Expression de l'incertitude élargie et du résultat final

L'incertitude élargie s'obtient en multipliant l'incertitude composée par un facteur d'élargissement  $k$ . En général, on prend une valeur de  $k$  égale à 2. Ce qui correspond, dans le cas d'une loi normale, à une probabilité de 95% que la valeur vraie du mesurande se trouve dans l'intervalle de confiance  $(E \pm 2 \cdot u_c)$ , où  $E$  est l'espérance mathématique et  $u_c$  est l'incertitude composée.

#### - Limites de la méthode du GUM

Il existe un certain nombre de cas où la méthode analytique du GUM est difficile, voire impossible à réaliser. En effet, la méthode analytique présente des insuffisances à savoir :

- La prise en compte des lois de densité de probabilité par la moyenne et l'écart-type n'est suffisante et satisfaisante que pour une gaussienne.

- La nécessité de calculer des dérivées partielles (coefficient de sensibilité) n'est pas forcément simple et faisable.
- La propagation des incertitudes sur la base du développement de Taylor au premier ordre est insuffisante lorsque le système est fortement non linéaire.
- La prise en compte des covariances est délicate.
- Le choix du facteur d'élargissement est guidé par le théorème central limite. Mais ce choix reste difficile à argumenter lorsque la loi de densité de probabilité n'est pas connue.

De ce fait, et en vue de remédier à ces insuffisances, la méthode de Monte Carlo pour l'estimation des incertitudes de mesure est utilisée.

### **I.4.3. Méthode de Monte Carlo**

La méthode de Monte Carlo (MC) a été développée à Los Alamos par Von Neumann, Ulam et Metropolis, à la fin de la seconde guerre mondiale pour l'étude de la diffusion des neutrons dans un matériau fissile [28][31].

Durant cette période, un groupe de scientifiques travaillait sur le premier ordinateur numérique – ENIAC (Electronic Numerical Integrator and Computer)- à l'université de Pennsylvania à Philadelphie pour le laboratoire de recherches balistiques à Aberdeen afin d'accélérer le temps de calcul.

John von Neumann, Professeur de mathématiques à l'Institut des Etudes Avancées et consultant à Aberdeen et à Los Alamos, s'apercevant du grand potentiel de l'ENIAC pour les travaux menés à ce moment par le scientifique Hongrais Edward Teller et son groupe relatifs à la préparation de la première bombe atomique, il leur a proposé de préparer un modèle de calcul préliminaire d'une réaction thermonucléaire pour tester l'ordinateur.

Ainsi, les premières simulations ont été réalisées par Nicolas Mitropolis, Von Neumann et Ulam pour simuler directement les problèmes de dispersion et d'absorption de neutrons pour les matériaux fissibles.

En estimation des incertitudes de mesures, cette méthode a été introduite dès les années 1990, notamment présentée par Thierry COOREVITS lors du Congrès International de Métrologie de 1994 [34][24]. Elle fut ensuite reprise dans un bon nombre d'articles [11],[32],[7],[29],[T. 2] pour enfin être publiée en 2008 sous le supplément 1 du GUM et est disponible sur le site du BIPM.

Cette méthode, complémentaire au GUM, consiste à déterminer les incertitudes de mesures en se basant sur la méthode de Monte Carlo afin de réaliser l'estimation des incertitudes par logiciel. La méthode de propagation des distributions selon la méthode de Monte Carlo (propagation des distributions) nécessite de simuler des échantillons de valeurs pour chacune des grandeurs d'entrée du modèle de mesure. On définit le modèle de la mesure faisant intervenir  $n$  variables aléatoires  $X_1, \dots, X_n$ , auxquelles on a attribué une loi de distribution, une valeur moyenne, un écart-type ou une plage de variabilité. Ainsi on génère une distribution qui va nous permettre de calculer la valeur moyenne et une incertitude-type.

La méthode de Monte Carlo se décompose en quatre étapes [26],[27],[T. 3] à savoir :

- **ETAPE 1 : Analyse du processus de mesure**

Cette étape, détaillée dans l'étape 1 du §I.4.2, est commune avec la méthode du GUM et toutes les méthodes d'évaluation de l'incertitude. Elle consiste à définir le mesurande, le processus de mesure, les paramètres d'influence et modéliser le processus de mesure. Dans cette approche le processus n'est pas modélisé par une fonction mathématique mais par un programme informatique.

- **ETAPE 2 : Quantification des sources d'incertitude**

Il s'agit de quantifier chaque grandeur d'influence, identifiée par le diagramme 5M. Cette étape est commune avec l'étape 3 du GUM détaillée dans l'étape 2 du § I.4.2

- **ETAPE 3 : Evaluation de l'incertitude composée par simulation**

Pour ce faire, on commence par associer à chaque grandeur d'entrée une distribution statistique. Le choix de la distribution se base sur les informations disponibles (résultats expérimentaux, certificats d'étalonnage, jugement d'expert, fiches techniques,...).

En cas de corrélation entre deux ou plusieurs variables, on attribue une distribution conjointe.

Puis, on simule numériquement N fois chaque grandeur d'entrée et on en déduit les valeurs correspondantes de la grandeur de sortie. A cet effet, il faut disposer d'un générateur de nombre pseudo-aléatoire performant.

Le nombre de tirages N recommandé par le supplément 1 du GUM est de  $10^6$  afin de s'assurer de la stabilité de la distribution empirique de la grandeur de sortie. Cependant, si  $10^6$  simulations s'avèrent trop coûteuses en temps de calcul, Désenfant et al. [26] Proposent de simuler des échantillons plus petits et effectuer deux séries de simulations de même taille et comparer les deux valeurs de grandeur de sortie obtenues. On réitère l'opération jusqu'à ce qu'on converge vers la précision numérique souhaitée.

La distribution empirique du mesurande est donc définie à partir de la moyenne empirique des N grandeurs de sorties obtenues par les simulations de Monte Carlo.

- **ETAPE 3': Analyse des sensibilités**

Cette étape n'est pas indiquée dans le supplément 1 du GUM. Il s'agit d'étudier la pondération des différents paramètres d'influence, ce qui permet d'optimiser le résultat de simulation et par conséquent, le processus de mesure.

A ce jour, plusieurs méthodes d'analyse des sensibilités ont été développées, dont notamment la décomposition de Sobol [14], la méthode de FAST [33] et la méthode de Mac Kay [24].

Dans notre étude, l'objectif n'étant pas de quantifier les incertitudes, mais, de déterminer un modèle permettant d'estimer les incertitudes d'un processus de mesure utilisant un bras polyarticulé portable, nous utilisons la méthode dite de Screening pour l'analyse des sensibilités. Cette méthode a été introduite par Moris [25] et consiste à étudier les paramètres influents un par un en annulant les autres. Pour ce faire, il suffit de réaliser des simulations en prenant en compte une seule source



d'incertitudes à la fois. Ce qui nous permet de définir la pondération des différents facteurs et d'en déduire les plus influents dans l'incertitude de mesure.

#### - **ETAPE 4 : Expression de l'incertitude élargie et du résultat final**

Il s'agit d'exprimer l'incertitude élargie et de déterminer l'intervalle de confiance. Cette étape est similaire à l'étape 4 de la méthode de GUM.

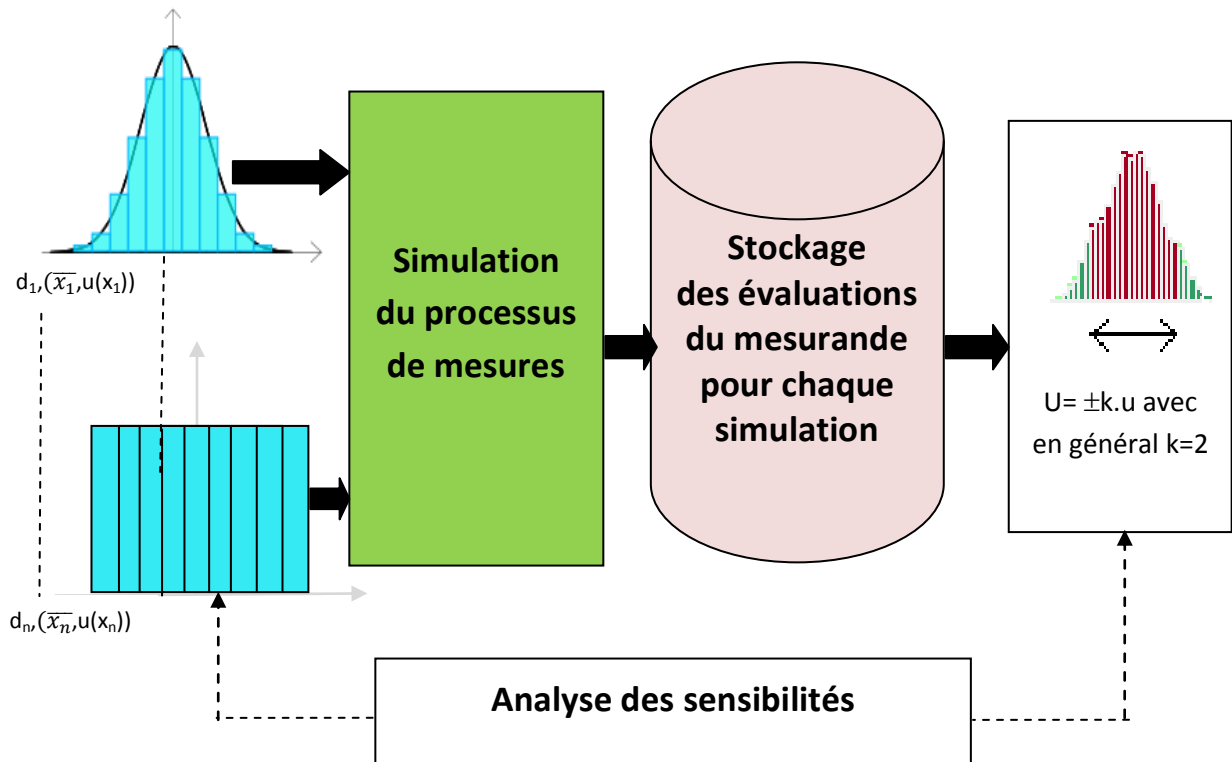


Figure 18 : Schéma global du principe de la méthode de Monte Carlo<sup>1</sup>

Cette méthode présente également des inconvénients notamment :

- Un point fondamental dans la simulation est le choix du générateur de nombres aléatoires qui doit être performant et validé.
- Contrairement, à la méthode analytique du GUM où les coefficients de sensibilité sont définis et la pondération des paramètres d'influence est tirée directement de l'incertitude composée, pour la méthode de Monte Carlo on a besoin de faire une analyse de sensibilité à postériori pour déterminer la pondération de chacun de ces paramètres en annulant les autres dans la simulation.

<sup>1</sup> Pour un paramètre  $i$  ( $i=1\dots n$ ) :  $d_i$  est la distribution associée,  $\bar{x}_i$  est la moyenne des valeurs et  $u(x_i)$  est l'incertitude-type.

- Cette méthode peut engendrer un temps de calcul plus ou moins long selon le type du processus et la complexité du modèle.

#### I.4.4. Comparatif entre la méthode GUM et la méthode de Monte Carlo

Le tableau comparatif [Figure 19] permet de visualiser rapidement les différences entre ces deux méthodes complémentaires. C'est principalement dans le développement du calcul de sensibilité qu'elles diffèrent. En effet, dans la méthode du GUM, il est nécessaire d'obtenir explicitement le modèle mathématique qui est dérivé au premier ordre pour rester dans le domaine linéaire afin de propager plus facilement les variances. Tandis que la méthode de Monte Carlo se base sur des tirages (calcul) nombreux, dans ce cas il n'est pas nécessaire d'effectuer cette dérivation. Le fait d'effectuer de nombreux tirages permet de propager les distributions sans hypothèse de linéarité.

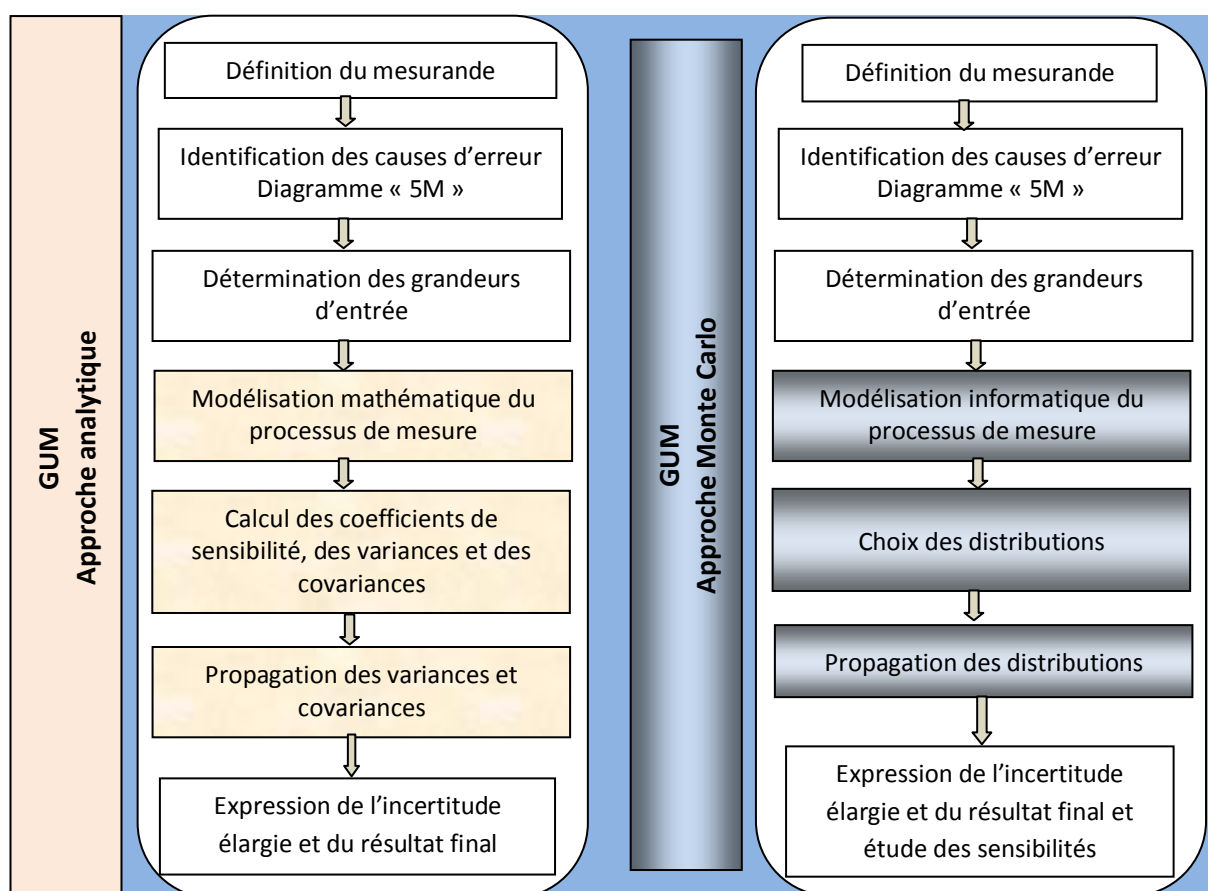


Figure 19 : Schéma comparatif des deux méthodes pour l'estimation des incertitudes de mesure, le GUM et son Supplément 1 sur la méthode de Monte Carlo (d'après [1])

#### I.4.5. Détermination de la démarche de l'étude pour la détermination des incertitudes de mesures des bras polyarticulés portables

L'incertitude de mesure par les bras polyarticulés portables est impactée par de nombreuses grandeurs d'influence. Elles peuvent être classées en deux catégories : intrinsèques et extrinsèques :

- Les facteurs intrinsèques sont de deux natures : géométriques et non géométriques :

- les paramètres de définition géométrique sont les variables liées aux longueurs des différentes parties du bras et les angles relatifs entre les axes des différentes liaisons
- les paramètres géométriques sont les variables liés à la structure et aux liaisons internes du bras. Ils comprennent notamment :
  - ✓ les variables articulaires liées aux liaisons pivots, intégrant notamment la résolution et les origines des codeurs
  - ✓ les variables liées aux liaisons (défaut d'alignement, liaison précontrainte sans jeu,...) et les éléments permettant l'équilibrage dynamique. Ces paramètres ne sont pas simples à déterminer.
- Les facteurs extrinsèques sont bien détaillés dans la préconisation ASME B89.4.22 [N. 4]. Elle recense :
  - la température, qui provoque des variations des longueurs par dilatation (alliage d'aluminium) ou rétractation (fibre de carbone). Il est à noter que l'association des matériaux à base de fibres de carbone et d'alliage d'aluminium a tendance à compenser les variations dimensionnelles sans toutefois les annuler complètement.
  - Les déformations des différentes parties du bras sous l'action combinée de la gravité et de l'opérateur. Ces déformations sont essentiellement de la flexion provoquée par le poids propre mais aussi par les actions de mise en contact ainsi que de la torsion due au fait que les actions ne sont pas exercées dans un même plan (frottement) mais aussi à cause des contraintes internes (codeur/accouplement élastique).
  - Les vibrations environnantes, les bras étant souvent utilisés en atelier.

La détermination théorique des incertitudes de mesure à l'aide d'un bras polyarticulé est donc complexe du fait de la nature et du nombre important de grandeurs d'influence entrant en jeu. De plus, cette difficulté est renforcée par le fait que la mesure d'un point est non bijective (plusieurs positions possibles du bras pour une même coordonnée mesurée).

Si on souhaite établir un modèle d'incertitude selon la méthode du GUM [N. 1], il est nécessaire de définir la modélisation du mesurande en intégrant les grandeurs d'influence comme grandeurs d'entrée du modèle et d'en calculer les différentielles partielles pour réaliser la loi de propagation des incertitudes. Pour ce faire, des hypothèses notamment sur l'interdépendance des variables d'entrée du modèle doivent être posées pour tenir compte des covariances.

Pour pallier l'ensemble des difficultés liées à la technique de propagation des variances, la méthode de Monte Carlo publiée en 2008, dans le supplément n°1 du GUM [N. 2], est utilisée comme outil simulant la loi de propagation des incertitudes. Un générateur de nombres aléatoires est utilisé pour simuler les tirages en grand nombre des variables d'influence.

Pour le générateur de nombre aléatoires, nous utilisons le logiciel de calcul Wolfram Mathematica<sup>2</sup> dont la capacité à correctement générer, statistiquement parlant, des nombres aléatoires a déjà été validée [T. 2].

L'objectif de notre étude est de réaliser un modèle d'estimation d'incertitudes pour un processus de mesure utilisant un bras polyarticulé portable. Ce modèle devrait permettre à un utilisateur de bras de mesure de quantifier les incertitudes de mesures quelque soit le mesurande. Pour ce faire, nous proposons dans notre étude une approche qui consiste à réaliser une simulation de Monte Carlo à deux niveaux principaux :

- un premier niveau correspondant au porteur, c'est-à-dire au bras lui-même. Etant donné que la mesure d'une pièce quelconque avec un bras de mesure consiste à la mesure d'un ensemble de points sur cette pièce pour en déduire le mesurande. Ce niveau consiste donc à mesurer les coordonnées cartésiennes du point mesuré.
- un second niveau appliqué à l'évaluation du mesurande considéré à partir des fluctuations possibles du bras et des fluctuations de la pièce dans son environnement de mesure. Ce niveau dépend du mesurande et de la pièce mesurée.

Cette démarche permet d'obtenir une simulation au plus près possible de la physique de la mesure.

Les deux niveaux décrits sont détaillés dans les paragraphes ci-dessous.

### **I.4.5.1. Niveau 1 : Evaluation du porteur à mesurer les coordonnées cartésiennes d'un point**

Le premier niveau, objet de notre étude correspond à l'évaluation du porteur. L'objectif est de pouvoir déterminer par simulation l'ensemble des configurations possibles du bras en fonction des contraintes extérieures (température, sollicitations de l'utilisateur,...). Cette simulation consiste donc à estimer les évolutions possibles de la structure et in fine à obtenir les variations des coordonnées cartésiennes du point mesuré. Ce premier niveau consiste donc à chiffrer les incertitudes sur les coordonnées cartésiennes d'un point de mesure.

Le niveau 1 est réalisé en trois phases qui représentent les trois sous niveaux des simulations de Monte Carlo, à savoir [Figure 20]:

- le niveau 1.1, permettant de connaître la dispersion de la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point lors de la phase d'étalonnage du bras, c'est-à-dire avec l'utilisation du capteur de référence,
- le niveau 1.2 permettant à partir du niveau 1.1 de déterminer les erreurs d'étalonnage et donc de quantifier les incertitudes sur la détermination des paramètres géométriques du modèle (distances et angles du modèle géométrique).
- le niveau 1.3 qui permet de déterminer les incertitudes sur la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point en considérant le capteur utilisé.

---

<sup>2</sup> <http://www.wolfram.com/mathematica/?source=nav>

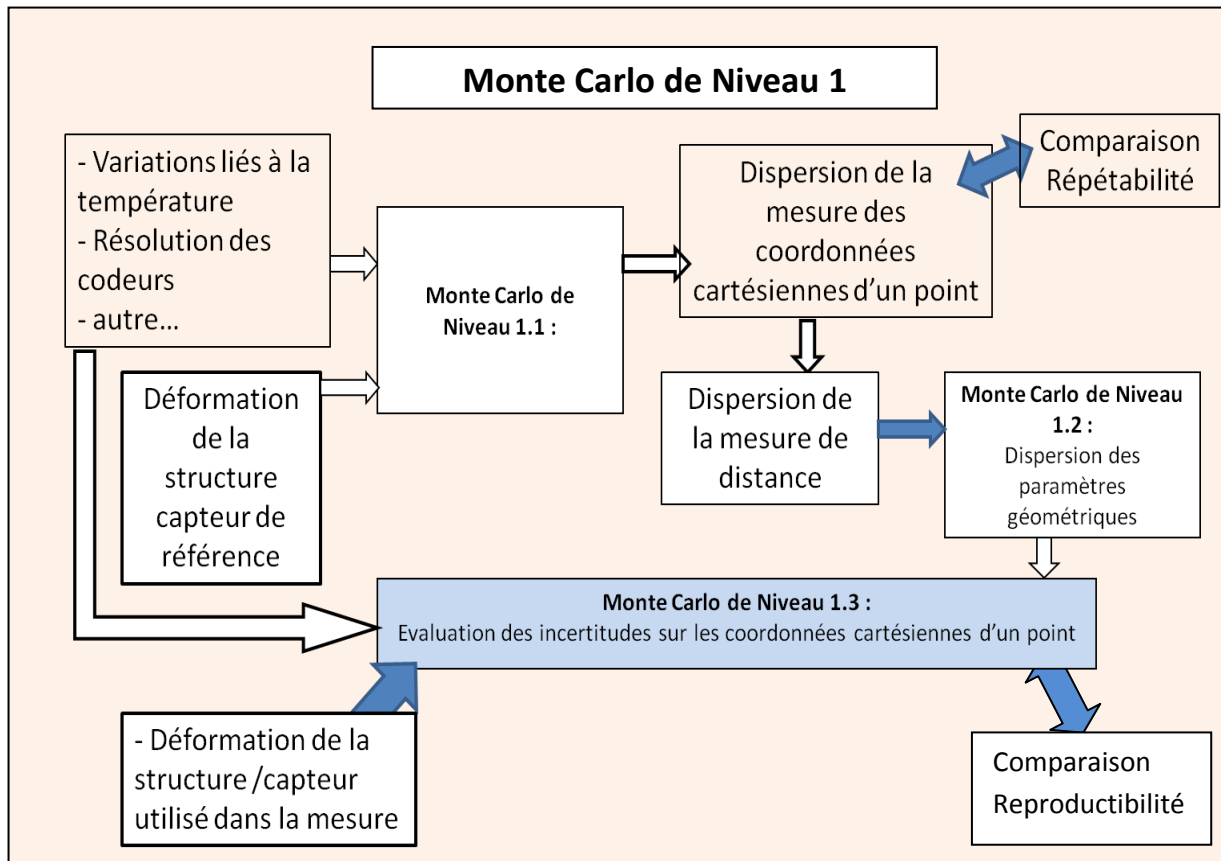


Figure 20: Description du Niveau 1 de la modélisation par la méthode de Monte Carlo

#### I.4.5.1.1. Niveau 1.1 : Evaluation de la dispersion de la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point

L'objectif est de quantifier la dispersion de la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point, indépendamment de l'étalonnage du bras, des défauts de surface et de la température de la pièce.

Dans cette étape, le bras est considéré comme étalonné, c'est-à-dire que l'on n'introduit pas d'erreurs liées à l'étalonnage. Ce niveau 1.1 prend donc en considération : les fluctuations des longueurs des poutres en particulier sous l'effet des variations de température, les erreurs liées à la résolution des codeurs, les déformations de la structure sous l'action des efforts extérieurs (notamment les actions de l'opérateur : déformations de traction/compression, flexion et torsion), et des efforts internes liés aux accouplements.

Le capteur utilisé dans ce niveau 1.1 est le palpeur statique de référence de diamètre 15 mm [Figure 16].

Le mesurande considéré au niveau 1 est la détermination des coordonnées cartésiennes du centre bille de ce capteur.

Si on considère que le bras est correctement étalonné, c'est-à-dire que l'étalonnage n'introduira pas d'incertitudes supplémentaires et que le modèle est correctement réalisé, c'est-à-dire prend en compte les principales causes d'incertitudes, l'ordre de grandeur de l'incertitude-type sur la mesure

des coordonnées cartésiennes d'un point obtenue par cette simulation de niveau 1.1, doit être du même ordre de grandeur que l'étude de la répétabilité sur point.

#### **I.4.5.1.2. Niveau 1.2 : Détermination des dispersions des paramètres géométriques**

Dans le niveau 1.1, le bras est considéré étalonné. Les longueurs des différentes parties considérées dans le modèle géométrique du bras sont les longueurs nominales données par le fabricant. Les angles initiaux entre les différentes parties du bras sont déterminés approximativement. Il s'avère donc nécessaire pour compléter le modèle, de déterminer les erreurs relatives à ces paramètres géométriques.

Le mesurande considéré dans ce niveau 1.2 est la distance entre deux points situés sur la barre en invar étalonnée par Romer [Figure 21]. L'étalonnage d'un bras est classiquement réalisé à partir de différentes positions/orientations d'un étalon dans l'espace de travail [N. 4]. Les longueurs mesurées sont ensuite évaluées par rapport aux longueurs étalons et on estime ainsi les longueurs des différents composants de la structure et la position correspondante des codeurs. Aucune évaluation d'incertitudes n'est réellement effectuée à cette étape par les fabricants, l'étalonnage correspond à une détermination moyenne des composantes nominales du bras sur la plage de mesure effectuée.

L'objectif du Niveau 1.2 est de réaliser une modélisation de Monte Carlo sur l'étalonnage lui-même. Dans la mesure où une évaluation de l'incertitude sur les coordonnées cartésiennes d'un point mesuré a été effectuée au niveau 1.1, il est alors possible de simuler l'ensemble des mesures de longueurs possibles pour chacune des positions. On obtient donc un ensemble de configurations possibles d'étalonnage, ce qui permet de déterminer les incertitudes sur les longueurs des composants du bras et l'orientation des codeurs liées à la phase d'étalonnage.

Le capteur utilisé dans ce niveau 1.2 est le capteur statique de référence de diamètres 15 mm.



Figure 21: Barre étalon à billes

#### **I.4.5.1.3. Niveau 1.3 : Evaluation incertitudes sur les coordonnées cartésiennes d'un point**

Ce niveau consiste à effectuer la simulation de Monte Carlo finale du Niveau 1, c'est-à-dire à :

- Reprendre l'ensemble des paramètres de la simulation de niveau 1.1 en prenant en compte le capteur utilisé.
- Injecter les valeurs des paramètres géométriques corrigées et leurs dispersions respectives selon les résultats de la détermination des erreurs d'étalonnage effectuée au niveau 1.2.

De ce fait, on arrive à la détermination l'incertitude de mesure sur notre mesurande considéré, à savoir : les coordonnées cartésiennes du centre bille du capteur de référence.

Ce niveau 1.3 est donc réalisé avec le capteur statique de référence de diamètre 15 mm ou tout autre capteur. Comme indiqué plus haut, les capteurs utilisables sur bras de mesure peuvent être de type statique, dynamique ou un scanner à nappe laser, ce qui modifie inévitablement les incertitudes sur les coordonnées cartésiennes du point mesuré, à savoir :

- Pour le capteur de référence, les résultats du niveau 1.1 peuvent être repris en intégralité puisque l'on utilise le même capteur
- Pour un capteur statique quelconque, l'acquisition de la mesure se fait toujours par une impulsion électrique déclenchée par l'opérateur (en général, un appui sur un bouton). De ce fait, l'effort de contact est géré directement par l'opérateur et l'assiduité de celui-ci conditionne la déformation de la structure et donc l'incertitude sur les coordonnées cartésiennes du point mesuré. On peut considérer que l'opérateur exerce les mêmes efforts quel que soit le capteur statique utilisé. Les résultats du niveau 1.1 peuvent être repris en intégralité. Par contre, il faudra rajouter le paramètre de flexion du stylet du capteur dans la simulation de Monte Carlo si le capteur utilisé est long et de faible section. Pour caractériser la flexion du stylet, il est possible de faire mesurer par l'opérateur le plateau d'une balance électronique et de relever les masses donc les efforts exercés. Un modèle mécanique simple de flexion d'une poutre sous effort suffit [T. 2].
- Pour un capteur dynamique, la prise de mesure est effectuée directement par le capteur et l'effort de contact est donc maîtrisé et connu. Les résultats du niveau 1.1 ne peuvent pas être récupérés en intégralité. En effet tous les paramètres, dépendant de l'effort de contact exercé, sont à déterminer de nouveau, notamment la flexion et la torsion de la structure qui sont moins importants. Les défauts du palpeur dynamique (répétabilité et erreurs liés à la liaison de type boys du capteur) et du stylet utilisé (longueur, forme) interviennent aussi dans l'incertitude sur les coordonnées cartésiennes du point mesuré [T. 2] et doivent être pris en compte. Il est possible tout de même de conserver les paramètres du niveau 1.1 mais les incertitudes seront surestimées.
- Pour un scanner à nappes laser, il n'y a pas de contact avec la pièce. L'opérateur, en manipulant le bras, le contraint et le déforme. Les mesures sont réalisées « à la volée » en dynamique sans contact. Il n'est pas possible de conserver les paramètres du niveau 1.1, il faut réévaluer les déformations de la structure en dynamique sans contact [35]. Il faut rajouter également les incertitudes liées à la nappe laser [2].

### **I.4.5.2. Niveau 2**

Le second niveau correspond à l'évaluation du mesurande considéré.

Le principe est de réutiliser la modélisation de Monte Carlo de Niveau 1, c'est-à-dire l'ensemble des positions possibles du point de localisation du bras pour chaque position et d'associer, à chacun des points possibles obtenus précédemment, un ensemble de pièces possibles. Les pièces possibles sont les fluctuations possibles de la géométrie de la pièce considérée due aux prises de références, mises en position de la pièce, état de surface,... Ce point est assez bien connu actuellement dans la mesure

où il a déjà été mis en place lors d'une précédente étude sur les MMT [T. 2]. Les paramètres d'entrée de cette modélisation de Monte Carlo de Niveau 2 sont donc l'ensemble des « points de localisation » et les paramètres de fluctuations de la pièce.

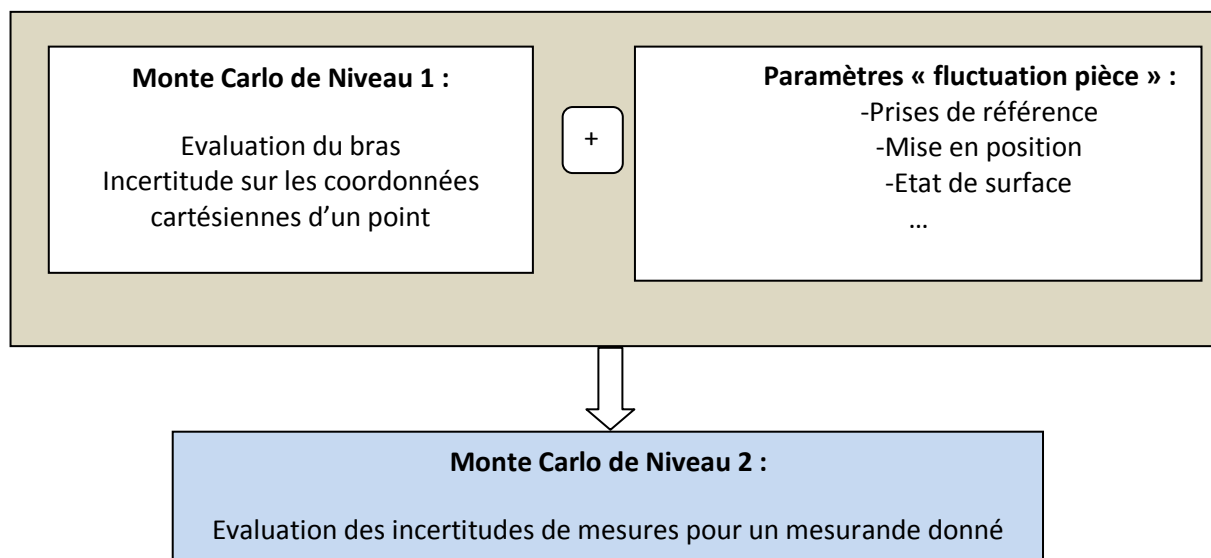


Figure 22 : Description du Monte Carlo de Niveau 2

## I.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le contexte et la démarche de l'étude pour la détermination des incertitudes de mesures des bras polyarticulés portables. Il s'est divisé en quatre principales parties. La première partie consistait à présenter les bras polyarticulés portables et la structure d'un bras Romer d'ancienne génération utilisé dans cette étude. Ensuite, le choix de la méthode de Monte Carlo pour l'estimation des incertitudes a été expliqué et justifié (complexité du modèle, nombre important des paramètres dépendants,...). A la fin de ce chapitre, la démarche de l'étude en deux niveaux a été présentée. Le niveau 1 consiste à caractériser le porteur et se divise en trois sous niveaux : «la dispersion de la mesure des coordonnées cartésienne d'un point mesuré», «la dispersion des paramètres géométriques» et «l'évaluation des incertitudes sur les coordonnées cartésiennes d'un point mesuré». Le deuxième niveau consiste à l'évaluation des incertitudes de mesure pour un mesurande donné.

Dans le prochain chapitre, nous allons, en première étape, déterminer les paramètres d'influence en traçant un diagramme 5M. En deuxième étape, nous allons mettre en place un dispositif expérimental pour déterminer la répétabilité des mesures. En effet, vu que le bras de mesure est utilisé dans un processus de mesures manuelles, mais aussi que ces mesures par ce dispositif ne sont pas bijectives, les résultats de l'étude expérimentale de la répétabilité nous permettra d'avoir une première estimation de la qualité des mesures. Dans la troisième partie de ce chapitre, nous évaluons expérimentalement l'effet des paramètres environnementaux, notamment la température et la vibration sur la répétabilité des mesures. Cette évaluation vise à déterminer l'effet de ces paramètres en conditions laboratoire et en conditions atelier étant donné que les bras de mesure sont conçus pour être utilisés sur site de production.



## **Chapitre II : Facteurs d'influence et méthodologie expérimentale**

## Introduction

L'objectif de ce chapitre est de déterminer les facteurs influents sur l'incertitude de mesure et de donner une estimation expérimentale de la dispersion des mesures. Pour ce faire, nous commençons par identifier les différents facteurs d'influence à travers un diagramme 5M.

Ensuite, une première étude expérimentale de la répétabilité des mesures est effectuée dans des conditions de laboratoire (salle climatisée à température maîtrisée et sans vibration). Les résultats de cette évaluation nous permettront par la suite de valider le modèle développé lors de la simulation de Monte Carlo de niveau 1.1.

Les bras de mesure étant conçus pour être utilisés sur site de production, une étude expérimentale de l'effet des paramètres environnements, notamment la température et la vibration, sera ensuite effectuée.

## II.1. Diagramme 5M

### II.1.1. Présentation

Comme indiqué au chapitre précédent, la première étape de l'estimation des incertitudes selon la méthode de Monte Carlo (Supplément 1 du GUM) consiste à exprimer la relation entre le mesurande et les grandeurs d'entrée. Pour ce faire, il est nécessaire de déterminer les différents paramètres qui peuvent influencer le résultat de mesures. Il est alors conseillé de tracer un diagramme 5M afin d'identifier les différentes sources d'incertitude.

Nous nous baserons sur un diagramme 5M (également appelé diagramme des causes et effets, diagramme d'Ishikawa ou diagramme « arêtes de poisson »). C'est un outil qui a été développé par Kaoru Ishikawa. Ce diagramme est une manière graphique de représenter les causes provoquant des erreurs de mesures.

Les 5 grandes sources d'incertitudes sont donc :

- La Matière,
- Le Moyen,
- La Méthode,
- La Main d'œuvre,
- Le Milieu.

### II. 1.2. Construction du diagramme

Dans un premier temps, les facteurs d'influence pour un processus de mesure d'une pièce quelconque en utilisant un bras polyarticulé portable, seront présentés. Ensuite, nous nous focalisons sur les paramètres pris en compte dans cette étude.

Le diagramme 5M obtenu du processus de mesure utilisant le bras de mesure est représenté sur la [Figure 23].

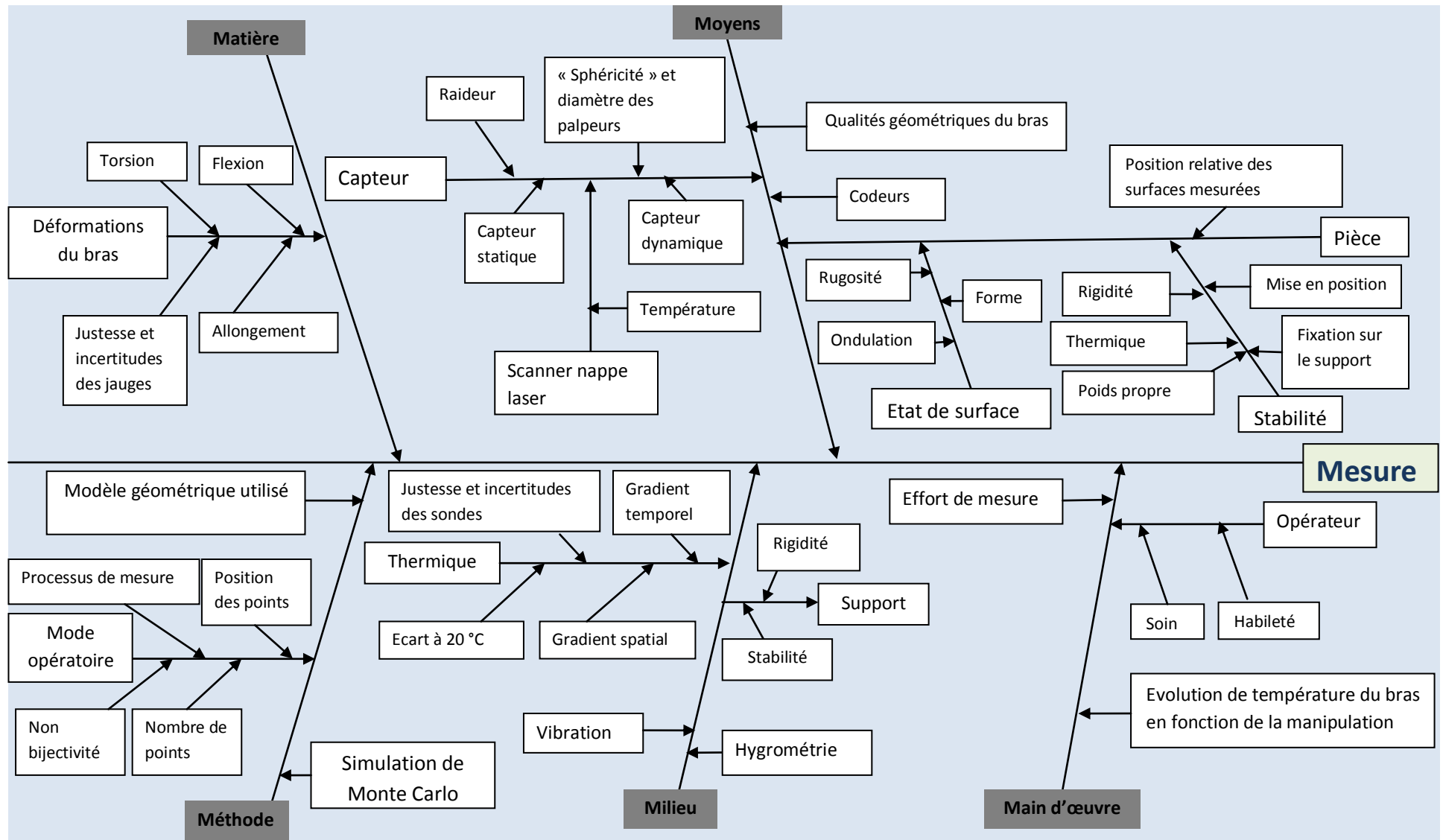


Figure 23: Diagramme 5M d'un processus de mesure utilisant un bras polyarticulé portable

### II.1.2.1. Matière

#### - Déformations du porteur (le bras de mesure):

Le bras Sigma 2025 est constitué approximativement à moitié de fibres de carbone tressées et à moitié d'aluminium.

De ce fait, les différentes composantes du bras sont soumises à des déformations selon les forces qui lui sont appliquées.

Les principales déformations des différentes poutres constituant le bras sont :

- l'allongement : La variation de la température engendre un allongement des différentes composantes du bras. Le coefficient de dilatation de l'aluminium étant beaucoup plus important que celui du carbone, la majorité de cette composante est due à l'allongement des composantes en aluminium.
- la flexion : le poids propre des différentes pièces constituant le bras, ainsi que les efforts qui lui sont exercés lors de sa manipulation engendrent la flexion de ses différentes composantes.
- la torsion : la variation de la température, les contraintes internes dues aux codeurs et aux accouplements ainsi que les différentes contraintes appliquées sur les composantes du bras lors de sa manipulation engendrent notamment le relâchement de contraintes résiduelles dans la fibre de carbone ce qui provoque la torsion de ces composantes.

Afin d'évaluer les déformations, des jauges d'extensométrie sont collées en différents points du bras et un dispositif de mesures est établi.

### II.1.2.2. Moyens

#### - Codeurs :

Les coordonnées des points mesurés (X, Y, Z) sont le résultat de la connaissance de l'orientation angulaire des différentes liaisons du bras (à travers la position des différents codeurs optiques) et de la connaissance de la géométrie des pièces constituant le bras.

Les codeurs utilisés dans les articulations du bras Sigma 2025 sont des codeurs incrémentaux et ceux utilisées dans le bras Absolute sont des codeurs absolus.

La résolution angulaire est fournie par le constructeur.

Une erreur d'alignement peut être engendrée lors de la fabrication du bras si le codeur n'est pas positionné exactement sur l'axe. Cette composante sera intégrée comme une erreur équivalente à de la flexion de poutre (petits déplacements).

#### - Capteur :

La nature du capteur utilisé induit une erreur sur la position du point mesuré selon le principe du capteur (statique, dynamique, sans contact), sa forme (longueur, diamètre), le matériau,...

La raideur du capteur, ainsi que sa « sphéricité » et son diamètre induisent une erreur de mesure.

### - **Qualités géométriques du bras :**

La géométrie même du bras, dont la longueur des différentes poutres, est une source importante d'erreurs de mesure. En effet, seules les longueurs nominales des composantes du bras fournies par le constructeur sont disponibles. Les longueurs réelles des composantes du bras doivent être estimées par étalonnage, en mesurant un étalon dans différentes positions.

En outre, les liaisons ne sont pas parfaites et présentent des erreurs de positionnement (coaxialité, perpendicularité entre autre). Ces erreurs sont estimées et prises en compte dans les paramètres du modèle géométrique du bras.

### - **Pièce à mesurer :**

Les caractéristiques de la pièce à mesurer induisent une erreur de mesure à savoir :

- **La position relative des surfaces mesurées, prise de références**
- **L'état de surface**
  - Rugosité
  - Ondulation
  - Forme
- **La stabilité**
  - Thermique
  - Mise en position
  - Fixation sur le support
  - Rigidité
  - Poids propre

### **II.1.2.3. Milieu**

#### - **Thermique :**

##### ▪ **Ecart à 20 °C :**

La prise de mesures à une température différente de la température standard de 20°C peut avoir une influence significative et souvent mal estimée sur la qualité des mesures. La nature portable de ces dispositifs assure qu'ils seront utilisés pour des mesures dans les plus larges spectres d'environnements industriels. Néanmoins, la mesure d'une pièce à une température différente de sa température de conception provoque une variation dimensionnelle de celle-ci.

Il est à noter que le bras Sigma n'est pas doté d'une correction de température contrairement à d'autres dispositifs.

A cet effet, et afin d'évaluer l'effet de la température, la salle et le bras (Sigma) sont instrumentés de sondes de température de type PT100. L'utilisation du bras de mesure en atelier à des températures non proches de 20 °C a aussi été évaluée en protocole défini (présenté ci-après § II.1.5.3).

▪ **Gradient spatial :**

La salle est climatisée, le flux de température n'est pas homogène dans l'espace de travail du bras.

L'évaluation du gradient spatial se fait en effectuant une caractérisation de la salle et ce, en relevant la température délivrée par les différentes sondes dans la salle fermée pendant 12 heures.

▪ **Gradient temporel :**

La température varie au cours du temps lors des mesures. L'évolution de la température est relevée simultanément tout au long du processus de mesure.

- **Vibration :**

Les paramètres de vibration, l'amplitude totale et la gamme de fréquence, peuvent chacun avoir un effet significatif sur la performance du bras.

L'effet de la vibration sur les résultats de mesure est évalué en plaçant un pot vibrant à côté du bras (fréquence 20 Hz) afin de simuler des vibrations rencontrées en atelier.

- **Hygrométrie :**

Une variation du taux d'hygrométrie peut affecter la mesure des pièces, notamment de certains plastiques. Il est actuellement démontré que celle-ci n'a pas d'influence sur la mesure des pièces métalliques dès lors que l'on n'a pas atteint le point de rosée. D'ailleurs dans la norme ASME B89, l'effet de l'hygrométrie sur les résultats de mesure est jugée négligeable.

- **Support :**

La rigidité et la stabilité du support (la table sur laquelle est fixée le bras de mesure et la pièce à mesurer) induisent une erreur de mesure, cette erreur est intégrée directement dans l'analyse vibratoire.

#### **II.1.2.4. Main d'oeuvre**

- **Efforts de mesure (mesure à contact) :**

Les efforts exercés par l'opérateur sur le bras lors de sa manipulation peuvent affecter les résultats de mesures. Ces efforts peuvent être estimés en mesurant le plateau d'une balance électronique et en relevant les efforts appliqués au contact.

- **Opérateur :**

Les habitudes de l'opérateur, son habileté et son soin, provoquent des erreurs de mesures variables selon l'opérateur. Ces erreurs sont intégrées directement dans la répétabilité des mesures.

- **Evolution de la température du bras en fonction de la manipulation :**

La manipulation du bras engendre une évolution de sa température suite au contact avec l'opérateur.

L'effet de cette manipulation est étudié en relevant la température du bras en le tenant dans la main pour plusieurs minutes.

#### **II.1.2.5. Méthode**

- **Modèle géométrique utilisé :**

Le bras de mesure est modélisé en utilisant le **paramétrage de Denavit Hartenberg** (Chapitre 3).

- **Processus de mesure :**

Le processus de mesure consiste à la succession d'étapes de mesure dont le choix de la séquence de mesures et des configurations du bras, le passage d'une position à une autre, la remise à zéro,...

- **Nombre de points :**

Le nombre de points mesurés induit une erreur de mesure.

- **Position des points :**

La position des points dans le référentiel de mesure induit une erreur de mesure.

- **Non-bijektivité :**

Un point peut être mesuré en suivant différentes positions des différentes composantes du bras. L'incertitude n'est pas forcément la même pour toutes les positions.

L'effet de la non-bijektivité est évalué en évaluant la mesure d'un point dans différentes configurations.

- **Simulation de Monte Carlo :**

Comme indiqué ci-dessus, la méthode de détermination des incertitudes utilisée est la méthode de Monte Carlo, publiée en 2008 sous le supplément 1 du GUM.

Les paramètres pris en compte dans la simulation de Monte Carlo sont les principales sources d'incertitudes à savoir :

- la température,
- les déformations,
- la résolution des codeurs.

De même, le nombre de simulations de Monte Carlo effectuées a une influence directe sur l'incertitude finale obtenue. La stabilisation de l'écart-type pour maîtriser celle-ci doit être étudiée.

Le modèle géométrique est évidemment repris dans la simulation de Monte Carlo.

Le résultat est comparé à la répétabilité (qui reprends les sources d'incertitudes non chiffrées directement mais issus du processus même de la mesure comme l'influence de l'opérateur, l'effet de la vibration,...) et qui est déterminée de manière expérimentale (évaluation de type A).

En effectuant cette simulation et en faisant varier indépendamment les valeurs des différents paramètres, les paramètres les plus influents sont, au final, déterminés.

Le diagramme 5M présenté sur la Figure 23, représente une liste assez exhaustive des paramètres susceptibles d'influencer l'incertitude de mesure d'un processus de mesure utilisant un bras polyarticulé portable, y compris les paramètres liés à la pièce mesurée. Cependant, l'objet de notre étude étant principalement d'évaluer le porteur, nous ne tenons en compte dans notre approche, que des paramètres influençant ce dernier, à savoir : les déformations des différents composants du bras, les qualités géométriques du bras, les codeurs, la température, la vibration, le modèle géométrique considéré et la simulation Monte Carlo [Figure 24].

Il est à noter qu'actuellement, au vu de la complexité pour récupérer la direction d'accostage sur la pièce, et afin d'éviter la mauvaise interprétation du protocole de palpage, nous avons décidé de surestimer les incertitudes de mesure en considérant le cas le plus critique. A cet effet, nous ne prenons pas en compte directement le mode opératoire. Les effets liés à l'opérateur seront, quant à eux, pris en compte dans les déformations du bras et intégrés dans la répétabilité des mesures.

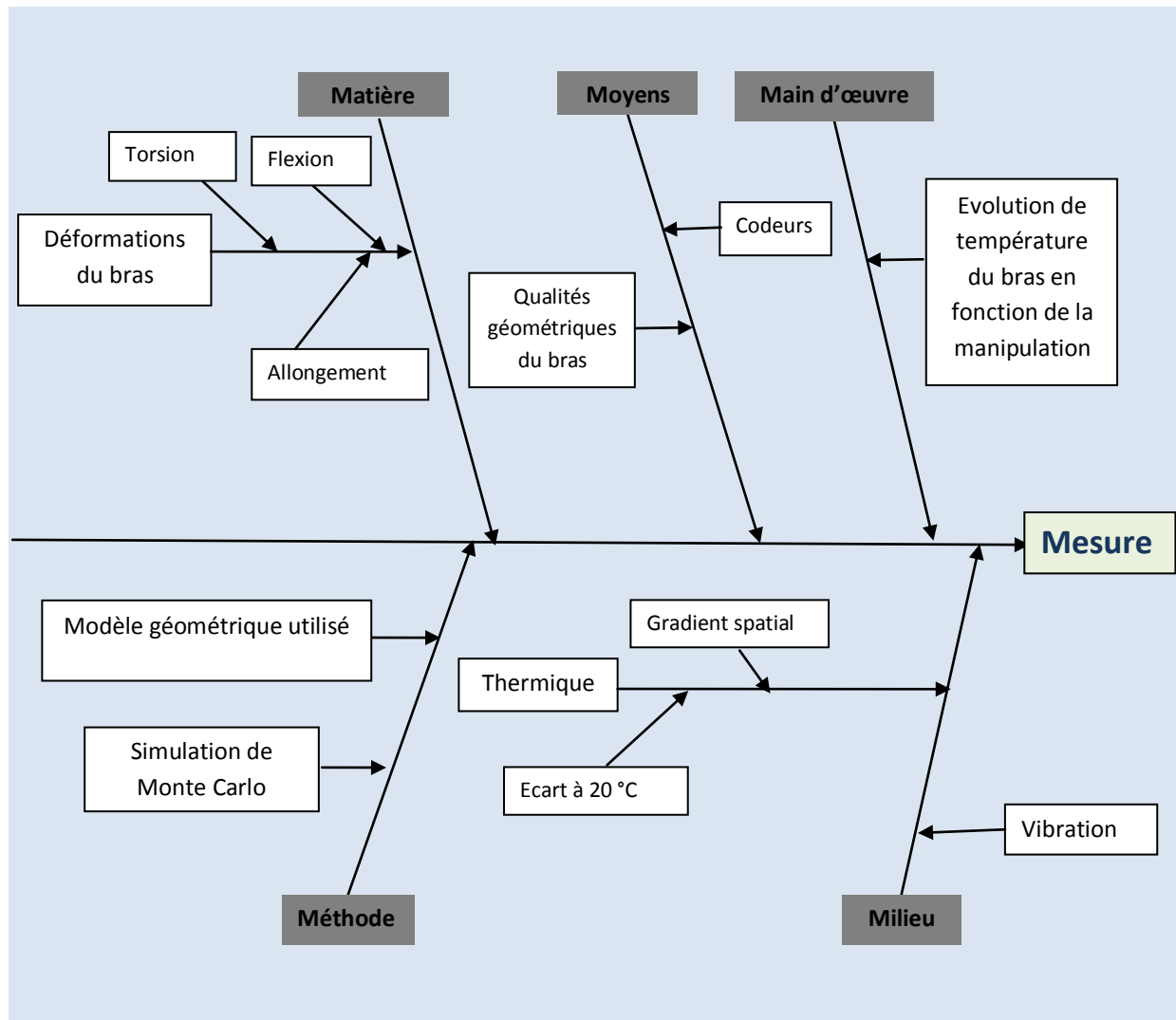


Figure 24: Diagramme 5M simplifié relatif aux principales sources d'incertitudes du porteur



## II.2. Etude expérimentale de la répétabilité des mesures

Comme nous l'avons déjà indiqué, l'objectif de notre étude est de déterminer l'incertitude sur la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point. Ceci revient globalement à quantifier la répétabilité de positionnement d'un point. A cet effet, nous étudions dans ce paragraphe la répétabilité de mesures expérimentales dont les résultats seront exploités pour valider les résultats obtenus par la simulation de Monte Carlo de niveau 1.1.

### II.2.1. Procédure de mesure

**La répétabilité (des résultats de mesurage)** est définie dans le VIM [N. 3] par : «Etroitesse de l'accord entre les résultats de mesurages successifs du même mesurande, mesurages effectués avec l'application de la totalité des mêmes conditions de mesure».

Ces conditions sont appelées conditions de répétabilité.

Les conditions de répétabilité comprennent le même mode opératoire, le même observateur, le même instrument de mesure utilisé dans les mêmes conditions, le même lieu, la répétition durant une courte période de temps.

Toutes les sources d'incertitudes identifiées dans le diagramme 5M, qui ne peuvent pas être quantifiées, sont intégrées dans la répétabilité.

La répétabilité peut s'exprimer quantitativement à l'aide des caractéristiques de dispersion des résultats de  $n$  mesures réalisées.

Afin de déterminer les résultats de la répétabilité, nous utilisons une barre étalon à billes étalonné. Cette barre en invar est constituée de trois zones de mesure [Figure 21]. Chaque zone est composée de trois billes situées à  $120^\circ$ . La mesure d'un point consiste donc à mettre en contact le capteur sur les trois billes afin d'en assurer la stabilité. Cette conception permet de réaliser des mesures de répétabilité de points et de distance (distance entre 2 emplacements). Ce dispositif a le même avantage que celui du capteur à 3 billes, utilisé par San et al dans leur étude [18], puisqu'il permet un contact ponctuel entre le capteur et l'étalon. En plus, avec cet étalon, on n'est pas obligé de concevoir un capteur spécifique, on peut utiliser le capteur à bille de diamètre 15 mm, habituellement utilisé pour effectuer les mesures et qui permet de mesurer aussi une sphère ainsi que d'autres étalons.

La stabilité de prises de points sur la barre étalon par le capteur de référence a été vérifiée en reproductibilité à l'aide d'une machine de mesure tridimensionnelle (MMT) [Figure 25]. L'erreur de positionnement de cette liaison est négligeable vis-à-vis des incertitudes de mesures (inférieure au micromètre)



Figure 25 : Photo de l'étude de la stabilité de prise d'un point sur MMT

Pour les positions considérées de la barre, nous nous basons sur les recommandations de la norme ASME B89.4.22-2004 [N. 4] qui définit les positions de l'artefact dans le volume de travail du bras pour le test de performance volumétrique. Le volume de travail du bras est divisé en 8 octaèdres approximativement égaux. Le volume de travail du bras est par nature, une sphère dont le rayon est défini par la longueur complète du bras et est centré à l'articulation du premier codeur. Cette sphère est divisée en deux hémisphères haut et bas par un plan équatorial parallèle à la surface sur laquelle la machine est montée. Le plan équatorial est divisé en 4 quadrants, ainsi on crée 8 volumes égaux : 4 quadrants dans l'hémisphère d'en haut et 4 quadrants dans l'hémisphère d'en bas. L'artefact doit être positionné dans 3 inclinaisons, verticale, horizontale et 45° [Figure 26].

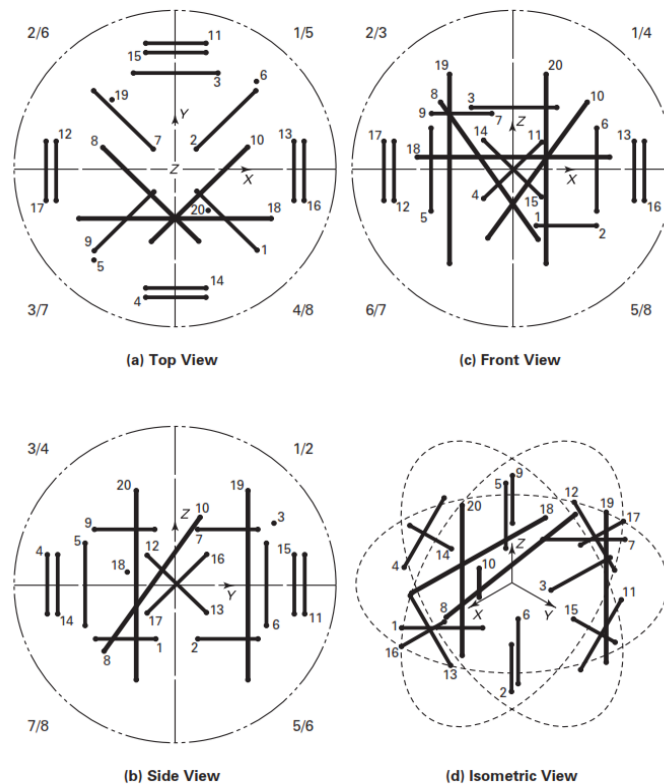


Figure 26: Positions recommandées de la ball bar [N. 4]

L'ASME B89.4.22-2004 définit les différentes positions pour la vérification et l'étalonnage des bras de mesure. Dans un premier temps, nous souhaitons évaluer la répétabilité des mesures sur quelques positions représentatives. De ce fait, nous avons choisi de restreindre le volume de travail à un seul quadrant, les trois autres quadrants sont équivalents, seul le premier codeur travaille sur un secteur différent. Douze positions de l'étalon ont ainsi été considérées [Figure 27], à savoir :

- Pos 1 : Position Horizontale Haut selon l'axe X;
- Pos 2 : Position Horizontale Haut selon l'axe Y;
- Pos 3 : Horizontale selon l'axe X;
- Pos 4 : Horizontale selon l'axe Y;
- Pos 5 : Position Inclignée de 45° selon l'axe X;
- Pos 6 : Position Inclignée de 45° selon l'axe Y;
- Pos 7 : Position Verticale selon l'axe X;
- Pos 8 : Position Verticale selon l'axe Y;
- Pos 9 : Inclignée selon l'axe X;
- Pos 10 : Inclignée selon l'axe Y;
- Pos 11 : Inclignée Interne selon l'axe X;
- Pos 12 : Inclignée interne selon l'axe Y.

Pour chaque position, nous étudions :

- la répétabilité sur la mesure d'un point en mesurant le même point une centaine de fois en minimisant le mouvement du bras,
- la répétabilité sur la mesure d'une distance en mesurant la distance entre les deux points extrêmes de la barre une centaine de fois en minimisant le mouvement du bras.

Les mesures sont effectuées dans une salle climatisée. Les températures sont relevées pour chaque série de mesures. La température ambiante, considérée dans les séries de mesures ci-dessous, est la moyenne des températures affichées par les sondes d'ambiance.

Après chaque mesure, le bras est mis hors tension. Avant d'effectuer une nouvelle série de mesures, le bras est mis en tension et les codeurs sont réinitialisés.



Figure 27: Positions considérées pour la mesure de répétabilité

Le logiciel de mesure fournit les coordonnées  $(X_i, Y_i, Z_i)$  de chaque point mesuré.

La distance  $D_{1-2}$  entre deux points 1 et 2 est calculée en utilisant la formule suivante :

$$D_{1-2} = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2 + (Z_1 - Z_2)^2} \quad (II.1)$$

Les valeurs analysées pour chaque série de mesures de point sont la moyenne et l'écart type des coordonnées ( $X_i$ ,  $Y_i$ ,  $Z_i$ ) respectivement  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  et  $\sigma_z$ . Ainsi, nous considérons deux composantes de répétabilité : la répétabilité dans le plan donnée par  $\sigma_p = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$  et la répétabilité verticale selon l'axe  $\vec{z}$  donnée par  $\sigma_z$ .

Pour les mesures de distance, les valeurs analysées sont la moyenne et l'écart type de la distance  $D_{1-2}$ .

Nous analysons aussi la normalité des distributions obtenues pour chaque série de mesures à l'aide d'un test de Khi-2. Pour ce faire, les distributions obtenues pour chaque série de mesure sont analysées par un programme Matlab à l'aide de la fonction chi2gof. Cette fonction réalise est un test statistique de Khi-2 permettant de déterminer l'adéquation d'une série de données (X) à une loi normale. L'hypothèse nulle suppose que les données de vecteur X sont un échantillon aléatoire d'une distribution normale de moyenne et variance estimées de X, contre l'alternative que les données ne sont pas distribuées normalement avec le moyenne estimée et la variance. Le résultat est 1 si l'hypothèse nulle peut être rejetée à un seuil significatif d'erreur de 5% et 0 si l'hypothèse nulle ne peut être rejetée à un seuil significatif d'erreur de 5%.

### II.2.2. Analyse des résultats

Les résultats sont regroupés dans l'Annexe III et récapitulés dans le Tableau 1.

| Position | $\sigma_x$<br>( $\mu\text{m}$ ) | Dist X | $\sigma_y$<br>( $\mu\text{m}$ ) | Dist Y | $\sigma_p$<br>( $\mu\text{m}$ ) | $\sigma_z$<br>( $\mu\text{m}$ ) | Dist Z | $\sigma_D$<br>( $\mu\text{m}$ ) | $D_{\text{moy}}$<br>(mm) | Dist D |
|----------|---------------------------------|--------|---------------------------------|--------|---------------------------------|---------------------------------|--------|---------------------------------|--------------------------|--------|
| Pos 1    | 14.5                            | NG     | 6.7                             | G      | 16.0                            | 6.0                             | G      | 73.2                            | 710.069                  | NG     |
| Pos 2    | 7.8                             | G      | 6.7                             | G      | 10.3                            | 15.1                            | G      | 77.1                            | 710.071                  | G      |
| Pos 3    | 5.7                             | G      | 8.5                             | NG     | 10.2                            | 9.1                             | G      | 39.0                            | 709.974                  | G      |
| Pos 4    | 5.7                             | G      | 7.1                             | G      | 9.1                             | 8.2                             | G      | 12.7                            | 709.997                  | NG     |
| Pos 5    | 12.5                            | G      | 12.0                            | G      | 17.3                            | 6.9                             | G      | 32.1                            | 710.075                  | G      |
| Pos 6    | 8.5                             | G      | 12.4                            | G      | 15.0                            | 11.1                            | G      | 28.6                            | 710.003                  | G      |
| Pos 7    | 6.1                             | G      | 6.4                             | G      | 8.8                             | 8.1                             | G      | 68.6                            | 710.059                  | NG     |
| Pos 8    | 7.6                             | G      | 8.0                             | G      | 11.0                            | 6.4                             | G      | 18.2                            | 710.046                  | G      |
| Pos 9    | 8.9                             | NG     | 9.9                             | NG     | 13.3                            | 4.4                             | G      | 13.1                            | 710.011                  | G      |
| Pos 10   | 7.6                             | G      | 7.4                             | G      | 10.6                            | 8.2                             | G      | 25.4                            | 709.989                  | G      |
| Pos 11   | 11.9                            | G      | 11.2                            | G      | 16.3                            | 8.1                             | G      | 160.6                           | 710.090                  | NG     |
| Pos 12   | 11.4                            | NG     | 10.8                            | NG     | 15.7                            | 10.6                            | NG     | 20.0                            | 709.970                  | G      |

Tableau 1: Résultats de l'étude de répétabilité sur la mesure de point et de distance<sup>3</sup>

En analysant les résultats obtenus nous constatons :

- Pour la mesure de points, les positions qui donnent la meilleure répétabilité sont respectivement : Pos 7, Pos 4, Pos 8, Pos 10 et Pos 3 [Figure 27]. Les positions les moins avantageuses sont respectivement Pos 12, Pos 6, Pos 11 et Pos 5 [Figure 27].

<sup>3</sup> Dist X, Dist Y, Dist Z, Dist D sont les distributions respectives des coordonnées X, Y, Z et de la distance D, où : G= Distribution gaussienne, NG= Distribution non gaussienne.

- Pour la mesure de distance, les positions qui donnent la meilleure répétabilité sont respectivement : Pos 4, Pos 9, Pos 8, Pos 12 et Pos 10 [Figure 27]. Les positions qui donnent les écart-types les plus élevés sont respectivement Pos 11, Pos 2, Pos 1 et Pos 7 [Figure 27]. Pour les positions : Pos 3, Pos 4, Pos 9, et Pos 10 [Figure 27], la valeur étalon se trouve à l'extérieur de l'intervalle de mesures.
- Pour la position Pos 11 [Figure 27], la répétabilité sur la mesure de distance est très élevée ( $160\text{ }\mu\text{m}$ ), ce qui nous permet d'en déduire que cette position est en dehors de la zone d'étalonnage du bras.

### II.2.3. Protocole de palpation

Les mesures réalisées dans le paragraphe précédent ont été effectuées en tenant le bras de mesure avec les deux mains (une au niveau du poignet du bras et l'autre pour assurer la stabilité lors de la mesure) et en gardant le capteur vertical par rapport à l'étalon [Figure 28].

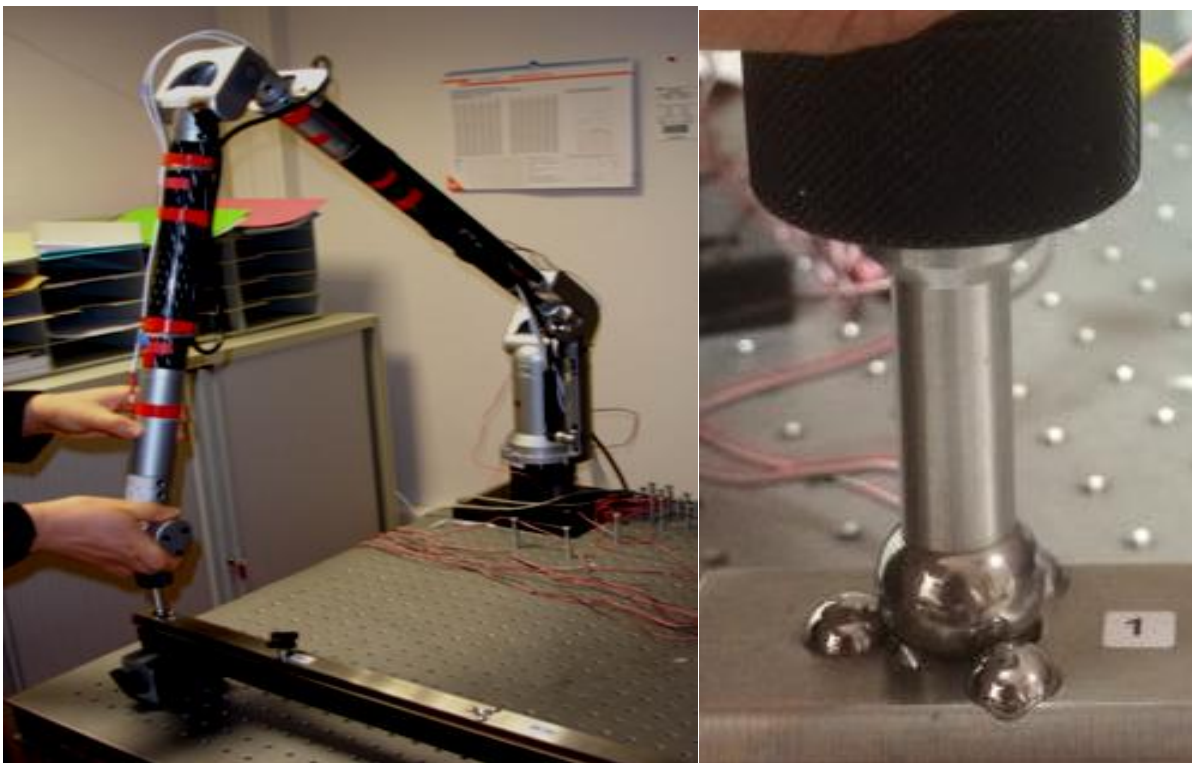


Figure 28: Palpage vertical

Dans ce paragraphe et afin d'évaluer l'effet du protocole de palpation sur la répétabilité de mesures, nous avons mesuré deux emplacements de la barre étalon en utilisant trois protocoles de palpation différents : capteur vertical au point mesuré [Figure 28], capteur incliné-Type1 et capteur incliné-Type2 [Figure 29].



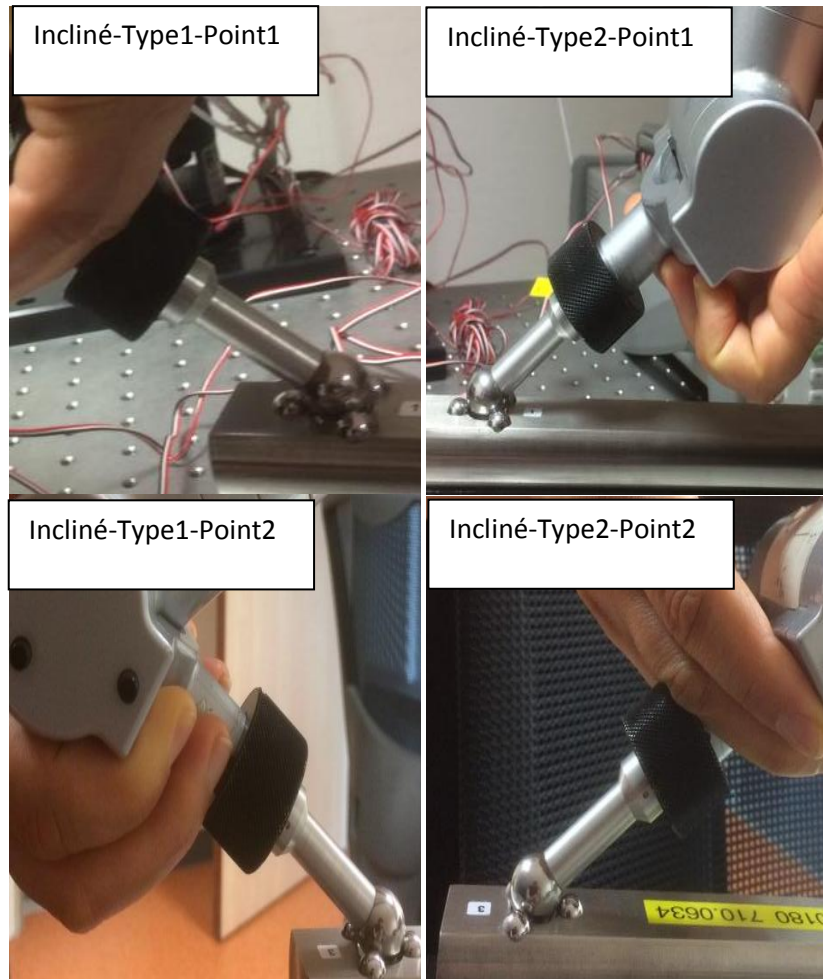


Figure 29: Palpage incliné

Les mesures sont effectuées dans les mêmes conditions, dans une salle climatisée à une température ambiante de  $24 \pm 0.4$  °C.

Les résultats sont récapitulés dans le Tableau 2.

|         |  | Protocole de palpage |               |               |
|---------|--|----------------------|---------------|---------------|
|         |  | Vertical             | Incliné-type1 | Incliné-type2 |
| Point 1 | $\sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} (\mu\text{m})$ | 13.4                 | 12.9          | 14.5          |
|         | $\sigma_z^2 (\mu\text{m})$                     | 5.0                  | 4.7           | 4.3           |
| Point2  | $\sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} (\mu\text{m})$ | 9.5                  | 11.5          | 10.7          |
|         | $\sigma_z^2 (\mu\text{m})$                     | 12.8                 | 10.7          | 11.5          |

Tableau 2: Ecart-types des mesures de répétabilité selon le protocole de palpage

Nous constatons que les écart-types obtenus pour les deux points mesurés sont identiques pour les trois protocoles considérés. Ceci induit que le protocole de palpage n'a pas d'influence sur les répétabilités considérés. Ainsi, les résultats de répétabilité obtenus au paragraphe précédent sont valables pour les différents protocoles de palpage.

### II.2.4. Conclusion

Nous concluons que :

- L'écart-type moyen pour la mesure de la localisation d'un point est de  $12.8 \mu\text{m}$  dans le plan et  $8.5$  selon la direction verticale  $z$ . Ce résultat sera comparé au résultat de simulation de Monte Carlo pour valider les hypothèses et l'approche suivie.
- Le bras présente une erreur de justesse dans la mesure de distance. En effet, la valeur étalon est souvent en dehors de l'intervalle de mesure.
- L'écart type varie d'une position à l'autre. En effet, il y a des positions plus avantageuses que d'autres. Ceci peut être dû à la différence entre les sollicitations appliquées aux bras d'une position à l'autre. Ce résultat sera étudié ultérieurement dans l'évaluation des déformations des différentes parties du bras et leur impact sur l'incertitude globale de mesures.
- Les distributions ne sont pas toutes gaussiennes. Ceci peut probablement être dû aux différents facteurs influençant la mesure, notamment les effets dus aux composants et aux liaisons internes du bras ainsi que les déformations des différentes parties du bras sous l'effet des sollicitations qui lui sont exercées. En effet, la répétabilité de mesure est le cumul des erreurs de mesure dues aux différents paramètres d'influence [Figure 30]. L'évaluation des différents paramètres d'influence est étudiée aux paragraphes suivants.

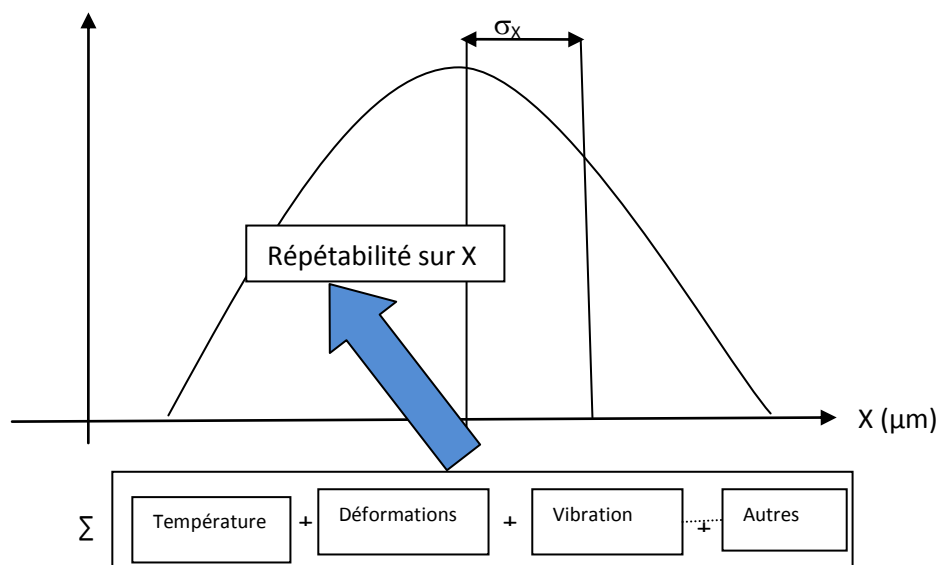


Figure 30: Représentation de la répétabilité de mesure



## II.3. Evaluation des paramètres environnementaux

Afin d'avoir une première estimation expérimentale du comportement du bras de mesure, nous procédons, dans ce paragraphe, à l'évaluation des paramètres environnementaux les plus influents à savoir, la température et la vibration.

L'évaluation de l'effet thermique est scindée en trois étapes. Une première étape consiste à la caractérisation de la salle de mesure. Dans la seconde étape, l'évolution de la température du bras durant la mesure est étudiée. Dans la dernière étape, le bras est chauffé localement afin de simuler le comportement de ce dernier dans des conditions atelier à température non maîtrisée.

En ce qui concerne l'effet de la vibration, le bras a été placé proche d'une source de vibration. L'effet de la vibration sur la répétabilité de mesure est étudié en analysant cent mesures de répétabilité de deux points de la barre étalon placée dans six positions de l'espace.

### II.3.1. Effet thermique

Afin d'évaluer les fluctuations de température des différentes composantes du bras, de l'ambiance et de la pièce mesurée, nous avons instrumenté le bras et son volume de travail avec :

- Des sondes de température Pt100 de contact à 4 fils (C1, C3,...,C5 ), déposées sur le bras [Figure 31],
- et des sondes de température Pt100 d'ambiance à 4 fils (A1, A2,..., A11), installées dans le volume de travail du bras : 4 en haut de la salle, 3 en bas et 4 aux coins supérieurs de la table [Figure 32].
- Une centrale d'acquisition Agilent [Figure 33] permettant l'acquisition des sondes de température dans la phase d'étude expérimentale.

L'effet thermique est évalué en trois niveaux, à savoir, le gradient spatial, le gradient temporel et l'écart à 20 °C.



Figure 31: Sondes de températures installées sur le bras Sigma 2025

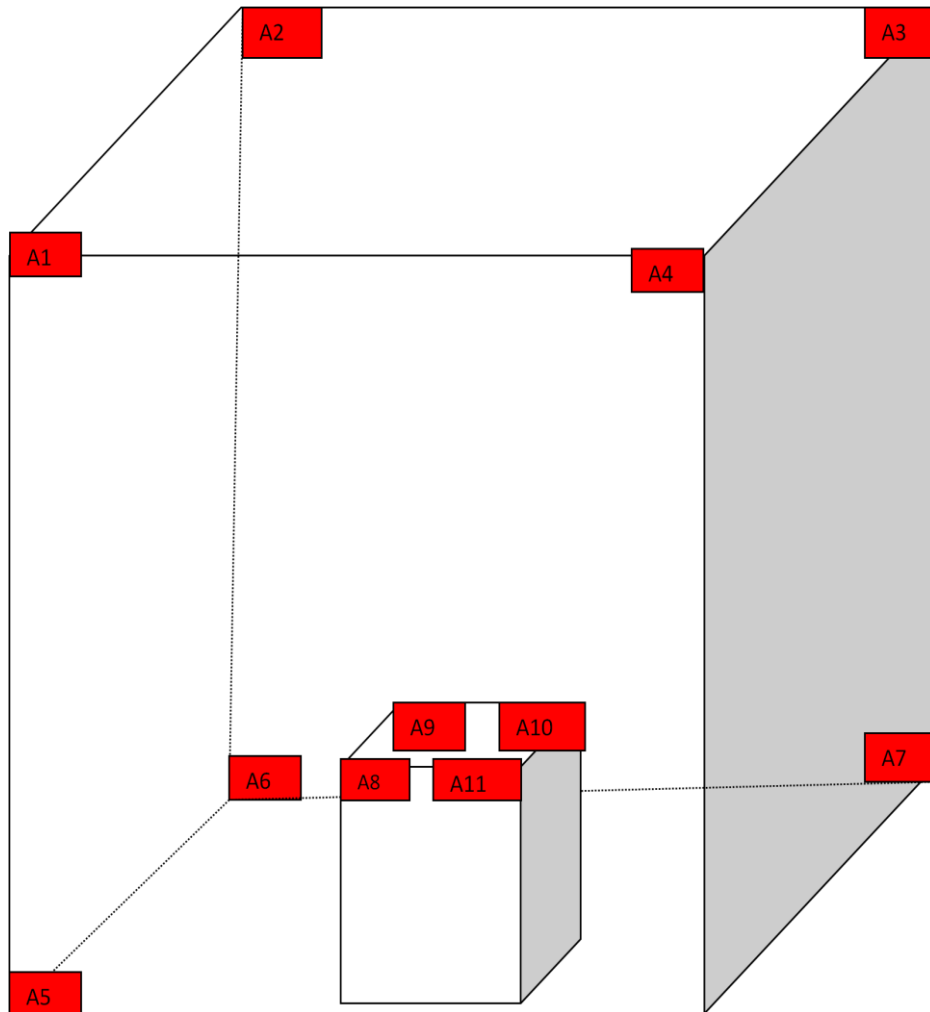


Figure 32: Sondes de température d'ambiance



Figure 33: Centrale d'acquisition Agilent

### II. 3.1.1. Gradient spatial

Afin d'évaluer le gradient spatial, nous avons effectué une caractérisation de la salle. Pour ce faire, nous avons relevé la température délivrée par les différentes sondes dans la salle fermée pendant 12 heures. Ensuite, nous avons évalué la variation : de chaque sonde, de la moyenne des sondes de contact, de la moyenne des sondes d'ambiances et de la moyenne totale de toutes les sondes. Les résultats obtenus sont récapitulés dans le Tableau 3.

| Sonde   | Température Moyenne (°C) | Ecart-type (°C) | Fluctuation maximale (°C) |
|---|--------------------------|-----------------|---------------------------|
| C1  | 19.5                     | 0.06            | 0.3                       |
| C2  | 19.5                     | 0.07            | 0.3                       |
| C3  | 19.6                     | 0.06            | 0.3                       |
| C4  | 19.5                     | 0.06            | 0.3                       |
| C5  | 19.7                     | 0.04            | 0.2                       |
| A1  | 19.8                     | 0.17            | 0.6                       |
| A2  | 19.6                     | 0.16            | 0.3                       |
| A3  | 19.5                     | 0.10            | 0.5                       |
| A4  | 19.4                     | 0.07            | 0.4                       |
| A5  | 18.4                     | 0.05            | 0.3                       |
| A6  | 18.1                     | 0.05            | 0.2                       |
| A7  | 18.4                     | 0.07            | 0.4                       |
| A8  | 19.1                     | 0.09            | 0.4                       |
| A9  | 18.5                     | 0.12            | 0.6                       |
| A10   | 19.1                     | 0.10            | 0.5                       |
| A11   | 19.2                     | 0.09            | 0.5                       |
| Sondes de contact   | 19.6                     | 0.09            | 0.5                       |
| Sondes d'Ambiance   | 19.0                     | 0.55            | 2.2                       |
| Toutes les sondes   | 19.2                     | 0.53            | 2.2                       |
| Sondes posées à la partie gauche de la salle (A1, A2, A5 et A6) | 19.0                     | 0.74            | 2.2                       |
| sondes posées à la partie droite de la salle (A3, A4 et A7)     | 19.1                     | 0.5             | 1.5                       |
| Sondes posées en Haut de la salle (A1, A2, A3 et A4)            | 19.6                     | 0.19            | 0.9                       |
| Sondes posées en bas de la salle (A5, A6 et A7)                 | 18.3                     | 0.18            | 0.7                       |
| sondes posées sur la table (A8, A9, A10 et A11)                 | 19.0                     | 0.31            | 1.3                       |

Tableau 3 : Caractérisation de la salle

Nous en déduisons que :

- les températures enregistrées n'évoluent pas selon une distribution particulière, d'où nous supposons dans notre analyse que la température évolue selon une loi uniforme ;
- la présence d'un gradient de température vertical de 1.3 °C.

### II.3.1.2. Gradient temporel

Afin d'évaluer l'évolution de la température durant la manipulation du bras Sigma 2025, nous avons effectué une mesure de répétabilité de mesures de distance, dans une salle climatisée à  $20 \pm 1$  °C, durant une heure en relevant en même temps les températures. La Figure 34 montre la position des sondes de contact de type PT100 fixées sur le bras et l'évolution de la température relevée par les différentes sondes de contact durant une heure de manipulation.

Nous constatons que :

- La température augmente dans le temps. Au bout d'environ cinq minutes, l'évolution de température devient moins importante. En effet, au bout d'une heure la température  $C_1$ , par exemple, a augmenté de 4.5 °C dont 3 °C au bout des 5 premières minutes. A cet effet, il est conseillé de laisser le bras s'échauffer un peu, en le manipulant au moins cinq minutes avant de refaire une mise à zéro des codeurs afin d'éviter les dérives et de veiller à la stabilisation en température du bras de mesure.
- La sonde de contact placée dans la zone manipulée par l'opérateur ( $C_1$ ) présente la pente la plus élevée égale à environ une fois et demi de la pente des sondes  $C_2$  et  $C_3$ , et environ 6 fois celles des sondes  $C_4$  et  $C_5$ . Ce constat montre que le bras Sigma 2025 est relativement sensible à la température corporelle de l'utilisateur engendrée par la prise en main dans la partie en alliage d'aluminium au niveau du codeur F [Figure 41] et au niveau de la sonde de température  $C_1$  [Figure 31]. Si on applique la règle introduite dans le paragraphe précédent, consistant à stabiliser le bras en température en le manipulant au moins cinq minutes avant la mesure, on note que la température a augmenté de 1.5 °C pendant 60 minutes. On en déduit alors que la température de la partie aluminium du bras manipulée par l'opérateur (soit la partie C1-D de la Figure 34) augmente, durant ma manipulation, de :  $\frac{1.5}{60} \cdot t_i$  °C, où  $t_i$  est la durée de la manipulation en minutes. Pour les autres parties du bras la température augmente d'environ 0.5 °C pendant une heure, d'où la température durant la manipulation, varie de  $\frac{0.5}{60} \cdot t_i$  °C, où  $t_i$  est la durée de la manipulation en minutes.

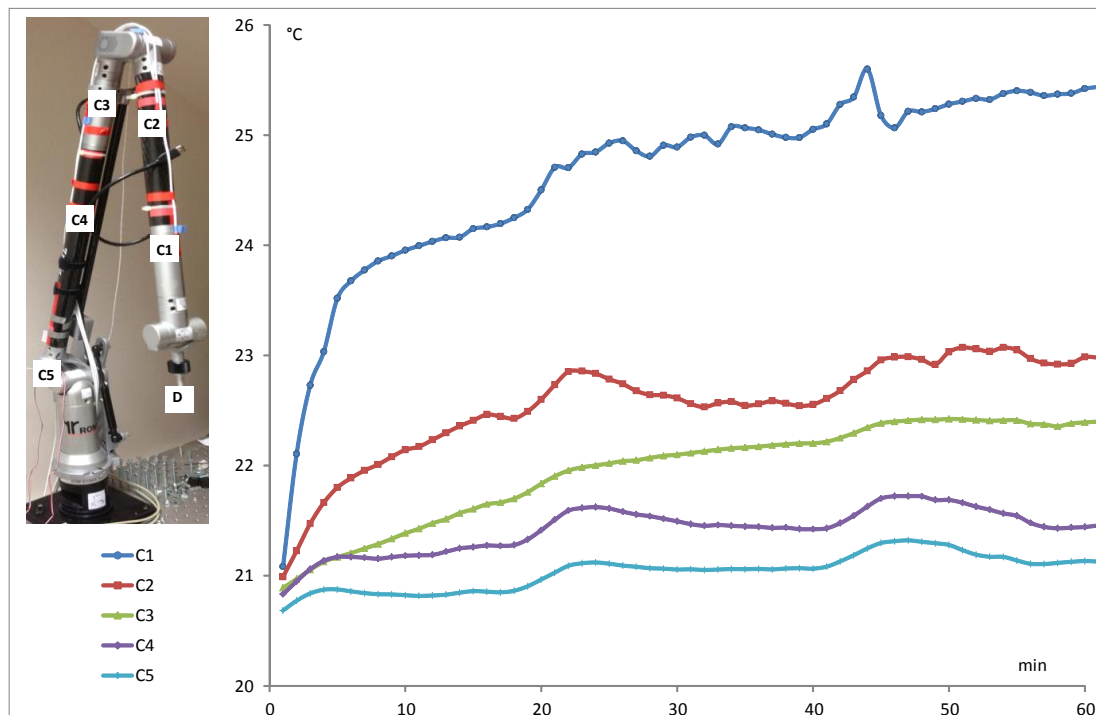


Figure 34: Evolution de la température d'un bras sigma 2025 durant une heure de manipulation

### II.3.1.3. Ecart à 20 °C

Afin d'évaluer le comportement du bras Sigma 2025 dans des conditions similaires aux conditions d'atelier, notamment à une température plus élevée que la température de référence de 20 °C, nous avons placé le bras dans une salle dont les conditions climatiques ne sont pas maîtrisées. Ensuite nous avons chauffé localement le bras de mesure en utilisant un projecteur [Figure 35].



Figure 35: Projecteur utilisé pour chauffer le bras

#### II.1.5.3.1. Effet sur la répétabilité des mesures

L'objectif de ce paragraphe est d'étudier l'effet de l'échauffement du bras. Il n'est donc pas indispensable de reprendre toutes les positions considérées lors de l'étude expérimentale de la répétabilité. A cet effet, la barre étalon a été mesurée dans six positions différentes conformément à l'ASME B89.4.22-2004 [N. 4] [Figure 36].

Pour chaque position, nous effectuons une centaine de mesures de point de la barre étalon et une centaine de mesures de la distance entre les deux points extrêmes de la barre à température ambiante. Les mêmes séries de mesures sont répétées après avoir augmenté la température du bras. Les écarts-types des mesures de répétabilité à température ambiante et à température élevée sont ensuite comparés.

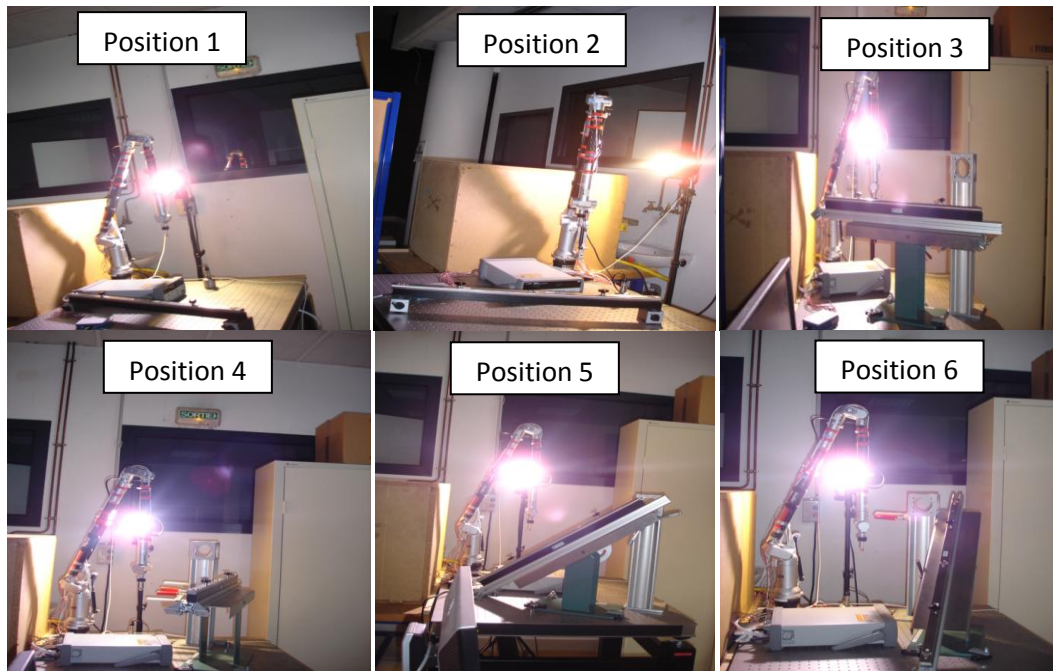


Figure 36: Positions considérées dans l'évaluation de l'effet de la température sur la répétabilité des mesures

Les résultats des différentes séries de mesures sont regroupés dans Tableau 4.

|                                       | Position 1 | Position 2 | Position 3 | Position 4 | Position 5 | Position 6 |
|---------------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| T (°C)                                | 21.4       | 22.2       | 22.2       | 21.4       | 21.1       | 26.3       |
| u(X) (μm)                             | 6.4        | 6.8        | 5.1        | 9.8        | 7.6        | 5.7        |
| u(Y) (μm)                             | 6.7        | 6.4        | 5.2        | 8.7        | 12.5       | 6.2        |
| $\sqrt{(u(X))^2 + (u(Y))^2}$ (μm)     | 9.3        | 9.3        | 7.3        | 13.1       | 14,6       | 8.4        |
| u(Z) (μm)                             | 11.3       | 8.5        | 11.4       | 11.5       | 10.0       | 8.0        |
| T (°C)                                | 32.4       | 32.4       | 31.7       | 32.3       | 32.1       | 32.9       |
| u(X) <sub>T</sub> (μm)                | 8.9        | 7.7        | 5.6        | 11.0       | 9.6        | 7.5        |
| u(Y) <sub>T</sub> (μm)                | 7.5        | 7.7        | 5.8        | 12.2       | 11.3       | 11.1       |
| $\sqrt{(U(X)_T)^2 + (U(Y)_T)^2}$ (μm) | 11.6       | 10.9       | 8.1        | 16.4       | 14.8       | 13.4       |
| u(Z) <sub>T</sub> (μm)                | 17.9       | 9.2        | 19.9       | 18.8       | 27.3       | 10.2       |
| T (°C)                                | 21.4       | 22.4       | 20.8       |            | 22.3       | 25.2       |
| u(D) (μm)                             | 21.4       | 21.2       | 37.06      | 36         | 26.2       | 28.4       |
| T (°C)                                | 28.1       | 33.6       | 33.3       |            | 33.0       | 34.6       |
| u(D) <sub>T</sub> (μm)                | 29.3       | 14.8       | 31.0       | 42.5       | 32.0       | 18.8       |

Tableau 4: Résultats des écarts-types des mesures de répétabilité à température ambiante et à température élevée<sup>4</sup>

En analysant les résultats de ces mesures, on constate que la répétabilité moyenne à une température moyenne de 22.4 °C est de 10.5 μm. En chauffant le bras à une température moyenne de 32.3 °C, la répétabilité moyenne s'élève à 17.4 μm, ce qui représente une augmentation des écarts en répétabilité d'environ 0.7 μm/°C.

Cette différence peut être engendrée par les déformations du bras causée par la température.

<sup>4</sup> u(X), u(Y), u(Z) et u(D) sont les écarts-types respectifs sur les coordonnées X,Y, Z et sur la distance (D), l'indice <sub>T</sub>, signifie l'écart-type après l'échauffement du bras.

### II. 3.2. Effet de la vibration sur la répétabilité des mesures

La vibration en atelier est d'environ 20 à 50 Hz, ce qui correspond à la vibration engendrée par les machines tournantes.

Ainsi, afin d'évaluer l'effet de vibration, un pot vibrant à fréquence constante d'environ 20 Hz [Figure 37] a été placé à côté du bras de mesure, ce qui représente le cas les plus défavorable.



Figure 37: Pot vibrant

La barre étalon a été mesurée dans six positions différentes conformément à la norme ASME B89.4.22-2004 [Figure 38].

Pour chaque position, on effectue une centaine de mesures de positions de points de la barre étalon et une centaine de mesures de la distance entre les deux points extrêmes de la barre. Les mêmes séries de mesures sont répétées en provoquant la vibration de la table à l'aide du pot vibrant (voir Figure 1). Les résultats de répétabilité avec et sans vibration sont comparés.

Les résultats des différentes séries de mesures sont regroupés dans Tableau 5.

Nous constatons que la répétabilité sur la mesure d'un point avec vibration varie de 154 à 530  $\mu\text{m}$  soit de 15 à 50 fois la répétabilité obtenue sans vibration. Ceci représente une différence considérable, par conséquent, les vibrations sont une source prépondérante en terme d'incertitudes. Pour la mesure d'une distance, certains effets se compensent, ce qui explique qu'il y a peu d'influence sur l'écart-type des mesures de répétabilité.

On en déduit qu'il faut s'assurer que le bras ne soit pas soumis à des vibrations trop importantes qui fausseraient grandement les mesures. Il faut donc faire une répétabilité sur point pour évaluer ce paramètre pour toute nouvelle installation du bras sur site industriel.



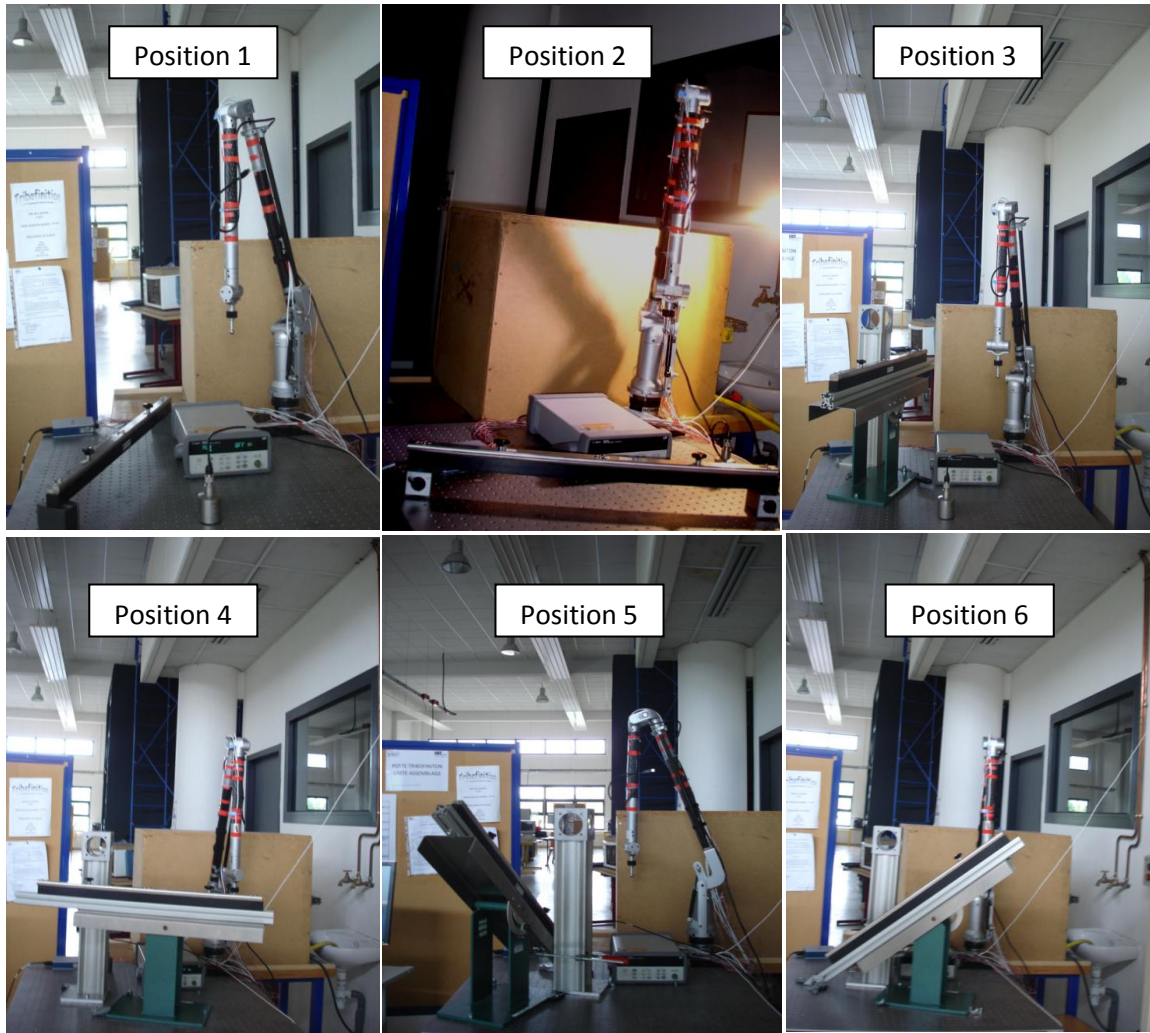


Figure 38: Positions considérées dans l'évaluation de l'effet de la vibration sur la répétabilité des mesures

|  | Position 1 | Position 2 | Position 3 | Position 4 | Position 5 | Position 6 |
|--|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| $u(X) (\mu m)$                                   | 6.9        | 8          | 42.6       | 10.7       | 7.9        | 14.7       |
| $u(Y) (\mu m)$                                   | 8.1        | 10.3       | 30.6       | 9.6        | 13.1       | 9.7        |
| $\sqrt{(u(X))^2 + (u(Y))^2} (\mu m)$             | 10.6       | 13.0       | 52.5       | 14.4       | 15.3       | 17.6       |
| $u(Z) (\mu m)$                                   | 9.5        | 4.3        | 27.7       | 7.8        | 12.4       | 10.8       |
| $u(D) (\mu m)$                                   | 18         | 38.7       | 79.6       | 24.3       | 49.3       | 18.1       |
| $u(X)_{vib} (\mu m)$                             | 46.4       | 153.7      | 300        | 531.2      | 52.9       | 9.4        |
| $u(Y)_{vib} (\mu m)$                             | 221.4      | 62.7       | 202        | 290.7      | 107.5      | 130.8      |
| $\sqrt{(u(X)_{vib})^2 + (u(Y)_{vib})^2} (\mu m)$ | 226.2      | 166.0      | 361.7      | 605.5      | 119.8      | 131.1      |
| $u(Z)_{vib} (\mu m)$                             | 148.1      | 138.1      | 254        | 137.3      | 231.3      | 313.7      |
| $u(D)_{vib} (\mu m)$                             | 19.1       | 18.7       | 56.6       | 64.5       | 53.6       | 17.5       |

Tableau 5: Résultats des écarts-types des mesure de répétabilité sans et avec vibration

Avec  $u(X)$ ,  $u(Y)$ ,  $u(Z)$  et  $u(D)$  sont les écarts-types respectifs sur les coordonnées X,Y, Z et sur la distance (D), l'indice <sub>vib</sub>, signifie l'écart-type avec vibration.



## II.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons défini une approche expérimentale pour déterminer la répétabilité des mesures. Les résultats de cette évaluation seront exploités pour valider les résultats obtenus par la simulation de Monte Carlo de niveau 1.1 réalisée au chapitre suivant.

Cette répétabilité a été évaluée dans les conditions de laboratoires, ainsi que dans des conditions atelier à température variables et en présence de vibration. On constate que l'influence des vibrations n'est pas négligeable et peut même être source prépondérante en termes d'incertitudes de mesure. Il est donc recommandé d'effectuer une mesure de répétabilité sur point pour toute nouvelle installation du bras sur site industriel afin d'évaluer l'effet de la vibration.

Afin d'avoir une approche plus globale de l'évaluation des incertitudes de mesures liés au bras polyarticulés portables, nous développons dans le prochain chapitre un modèle d'évaluation d'incertitudes prenant en compte les principaux facteurs d'influence.

## **Chapitre III : Modélisation et simulation de Monte Carlo**

## Introduction

L'objectif de ce chapitre est de déterminer un modèle d'estimation d'incertitude pour un bras Sigma 2025. Le travail réalisé se base sur une simulation de Monte Carlo à plusieurs niveaux comme présenté au chapitre I.

Ce chapitre est divisé en quatre grandes parties :

- La détermination de la dispersion de la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point qui représente la simulation de Monte Carlo de niveau 1.1. Pour ce faire, nous procédons à la modélisation géométrique du bras qui est une étape indispensable pour l'élaboration du comportement métrologique du bras. En une seconde étape, nous quantifions l'effet des déformations dues aux efforts exercés par l'opérateur mais aussi celles induites par les composants de la structure interne du bras. Ainsi nous réaliserons une simulation Monte Carlo de niveau 1.1 prenant en considération : les fluctuations des longueurs des poutres, en particulier, sous l'effet des variations de température, les erreurs liées à la résolution des codeurs et les déformations de la structure sous l'action des efforts extérieurs.
- La détermination des dispersions des paramètres géométriques qui représente la simulation de Monte Carlo de niveau 1.2. Elle reposera sur un modèle d'étalonnage effectué grâce à la méthode de Gauss-Newton. Cette méthode permet d'optimiser les paramètres géométriques en minimisant la somme des erreurs quadratiques sur la mesure de distances. Ensuite une simulation de Monte Carlo est réalisée sur les paramètres géométriques corrigés pour déterminer les dispersions de ces paramètres géométriques. Cette simulation se base sur le résultat de l'évaluation des incertitudes des coordonnées cartésiennes d'un point réalisée au niveau 1.1.
- Un niveau 1.3. correspondant à la détermination de l'incertitude globale sur la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point en intégrant les deux premiers niveaux. Cette étape représente le résultat final de la simulation de Monte Carlo de niveau 1 qui nous permet d'évaluer le comportement en mesure du bras Sigma 2025 avec le palpeur utilisé.
- Une simulation de Monte Carlo de niveau 2 liée à la mesure d'une pièce considérée. Dans cette partie, nous appliquons le modèle développé au niveau 1 pour la mesure de la bague extérieure d'un roulement à billes. Les incertitudes liées à la mesure de la pièce sont intégrées dans ce second niveau.

## III.1. Modélisation géométrique

### III.1.1. Introduction et choix du modèle

Comme nous venons de montrer dans le paragraphe précédent, le comportement métrologique d'un bras de mesure dépend de nombreux facteurs. Cependant, l'incertitude de mesure finale doit être élaborée à partir d'un modèle géométrique.

La constitution des bras de mesure se rapprochant de celles des robots, ils ont hérité de plusieurs méthodes d'étalonnage et d'identification des paramètres géométriques.

Pour simuler le comportement mécanique d'un bras (ou d'un robot), il faut disposer d'un modèle. Il existe plusieurs niveaux de modélisations suivant les objectifs recherchés tels que [T. 6]:

- les modèles de transformation entre l'espace opérationnel (dans lequel est définie la situation de l'organe terminal, c'est-à-dire le capteur) et l'espace articulaire (dans lequel est définie la configuration du robot). On distingue :
  - les modèles géométriques direct et inverse qui expriment la situation de l'organe terminal en fonction des variables articulaires du mécanisme et inversement ;
  - les modèles cinématiques direct et inverse qui expriment la vitesse de l'organe terminal en fonction des vitesses articulaires et inversement ;
- les modèles dynamiques définissent les équations du mouvement du robot, qui permettent d'établir les relations entre les couples ou forces exercés par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations des articulations [T. 7].

Dans notre cas, seules les modélisations géométriques sont intéressantes dans la mesure où l'on recherche la position du point terminal du bras (le stylet) en fonction des codeurs (variables articulaires) et inversement.

Dans la littérature, il existe plusieurs méthodes et notations pour la description de la morphologie des robots, les plus répandues sont [T. 6] les angles d'Euler, les angles de Bryant ou angles de Cardan, la formule de Rodrigues pour la rotation d'un vecteur dans l'espace, la formule de Cayley, les paramètres d'Euler ou paramètres d'Olinde-Rodrigues, les matrices complexes 3x3 de Cayley-Klein, les matrices unitaires complexes 2x2, les matrices de Spin de Pauli, les quaternions, les matrices exponentielles.

Cependant, on constate que la méthode basée sur la description en coordonnées homogènes est la plus utilisée. La grande majorité des ouvrages et articles qui utilisent les matrices 4x4 [9]-[13], [16]-[23] font appel à la modélisation de Denavit-Hartenberg. Cette modélisation a été introduite en 1955 par Jacques Denavit et Richard S. Hartenberg [38]. Pour simplifier nous noterons DH cette méthode de Denavit-Hartenberg dans tout le document.

Cette méthode de DH présente plusieurs avantages dont notamment :

- Elle permet une modélisation multicorps sous forme de chaînes simples, arborescentes des systèmes polyarticulés.
- Elle permet la décomposition des degrés de liberté en mouvements élémentaires : rotations et translations.
- Elle ne dépend pas des paramètres à identifier.
- Le modèle, étant un modèle géométrique, il permet d'exprimer directement le point final dans un repère cartésien pour des systèmes complexes.
- C'est une méthode facilement programmable.
- Elle est très bien adaptée pour les mécanismes à structures de chaînes simples.

Néanmoins, ce modèle a des limites. En effet, lorsque deux axes d'articulation sont parallèles ou presque parallèles, on aura une discontinuité ou une non-proportionnalité du modèle [T. 1]. Cependant, dans notre cas toutes les liaisons consécutives sont perpendiculaires. Cette contrainte ne pose donc pas de problème dans notre cas. C'est pourquoi nous utiliserons cette méthode pour la modélisation du bras.

Par ailleurs, la modélisation de DH considère que deux liaisons pivots consécutives et directement perpendiculaires peuvent être considérées comme centrées spécialement sur le même point, ce qui correspond à une rotule à doigt. Nous discuterons de ce problème au § III.1.2.7.

### III.1.2. Présentation du modèle de « DENAVIT HARTENBERG »

#### III.1.2.1. Principe

Le bras de mesure est un porteur anthropomorphe à structure ouverte simple. En effet, la structure du bras est similaire à celle d'un bras humain avec ses différentes articulations.

Une structure ouverte simple est composée de  $n+1$  corps notés  $C_0, \dots, C_n$  et de  $n$  articulations. Le corps  $C_0$  désigne la base du bras et le corps  $C_n$  le corps qui porte l'organe terminal (capteur) [T. 6]. Dans notre cas  $n=6$ . L'articulation  $j$  connecte le corps  $C_j$  au corps  $C_{j-1}$ . La méthode de description est fondée sur les règles et conventions suivantes :

- Les corps sont supposés parfaitement rigides. Ils sont connectés par des articulations considérées idéales de type pivot (pas de liaisons prismatiques), réduisant le mouvement entre deux corps à une rotation autour d'un axe qui leur est commun. La situation relative entre les deux corps est donnée par l'angle autour de cet axe.
- A chaque corps  $C_j$  est lié un repère  $R_j$ .
- La variable de l'articulation  $j$  est notée  $q_j$ .

Chaque liaison du bras introduit des rotations par rapport au référentiel fixe. Plus le nombre d'articulations augmente, plus le calcul des coordonnées des articulations du bras dans le référentiel fixe devient difficile. Avec la méthode de DH, le passage d'un référentiel à un autre se fait l'aide des matrices de passages homogènes d'ordre quatre représentant quatre transformations basiques (deux rotations et deux translations).

La matrice homogène qui relie l'extrémité où est fixé le capteur à la base est le produit des matrices homogènes reliant les différents repères successifs.

Il est à noter que, dans la littérature, le paramétrage est utilisé selon différentes conventions, dans notre cas, nous avons choisi d'utiliser la convention de Khalil [T. 6], étant donné qu'elle est plus facile à implanter au bras de mesure et elle permet de mieux décrire les rotations autour des différents codeurs. Les paramètres de cette convention sont définis comme suit :

### III.1.2.2. Paramétrage des liaisons et centre des liaisons

Les liaisons sont notées  $L_i$  entre les éléments  $i$  et  $i-1$ .

Comme deux droites ont toujours une perpendiculaire commune, on note  $\perp_i$ , la perpendiculaire à l'axe de la liaison  $L_{i-1}$  et de la liaison  $L_i$ .

$O_i$ , le centre de la liaison  $L_i$  est alors le point d'intersection de  $L_i$  et de  $\perp_i$ .

### III.1.2.3. Création des axes des liaisons

Avant de définir les transformations, il est tout d'abord nécessaire de définir les axes des liaisons. Par convention, les axes sont notés de la façon suivante :

- Les axes des liaisons  $L_i$  sont toujours notés  $\vec{z}_i$
- Les axes  $\vec{x}_i$  sont parallèles à la normale commune à  $\vec{z}_i$  et  $\vec{z}_{i+1}$ , c'est-à-dire que :  $\vec{x}_i = \vec{z}_i \wedge \vec{z}_{i+1}$  soit  $\vec{x}_i$  est sur  $\perp_i$  et  $\vec{z}_i, \vec{z}_{i+1}$  et  $\vec{x}_i$  forment un repère orthonormé direct ;
- Les axes  $\vec{y}_i$  sont choisis de manière à former un trièdre direct avec les axes  $\vec{z}_i$  et  $\vec{x}_i$ , c'est-à-dire que :  $\vec{y}_i = \vec{z}_i \wedge \vec{x}_i$

### III.1.2.4. Paramétrage des mobilités entre les liaisons

Avec ce paramétrage, chaque mobilité (transformation) entre deux solides est représentée par quatre paramètres [Figure 39], à savoir :

- $\alpha_i$  est l'angle entre les axes  $\vec{z}_{i-1}$  et  $\vec{z}_i$  correspondant à une rotation autour de l'axe  $\vec{x}_{i-1}$ . Les angles  $\alpha_i$  sont des valeurs constantes.
- $d_i$  est la distance sur l'axe  $\vec{x}_{i-1}$  de la projection orthogonale des axes  $\vec{z}_{i-1}$  et  $\vec{z}_i$ .
- $\theta_i$  est l'angle entre les axes  $\vec{x}_{i-1}$  et  $\vec{x}_i$  correspondant à une rotation autour de l'axe  $\vec{z}_i$ . Les angles  $\theta_i$  sont des valeurs variables selon la configuration du bras.
- $r_i$  est la distance sur l'axe  $\vec{z}_i$  de la projection orthogonale des axes  $\vec{x}_{i-1}$  et  $\vec{x}_i$ .

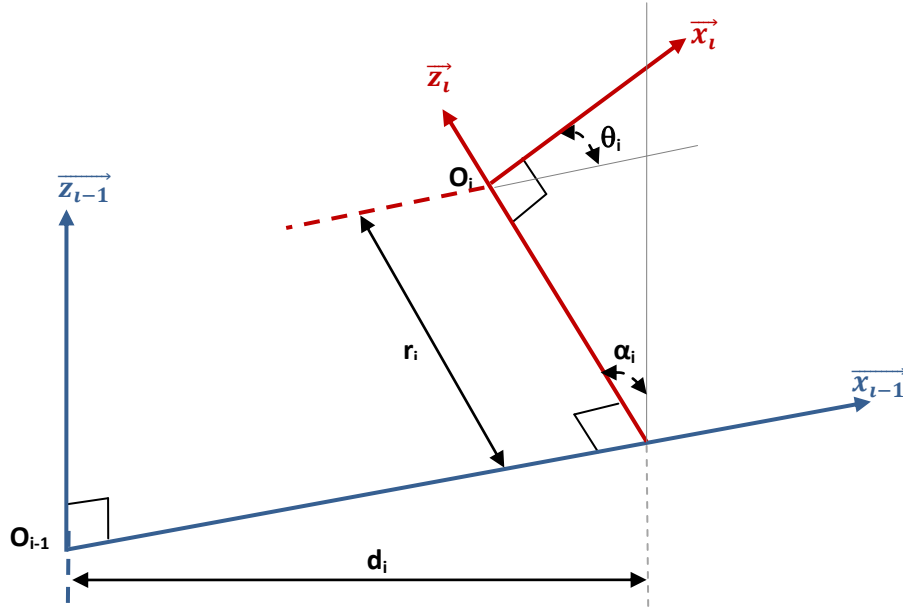


Figure 39: Paramètres géométriques dans le cas d'une structure ouverte simple [T. 6]

La transformation globale  ${}^{i-1}T_i$  (rotation et translation élémentaires) entre 2 liaisons successives  $L_{i-1}$  et  $L_i$  s'écrit alors comme le produit de quatre transformations de base à savoir deux rotations et deux translations soit :

- Une rotation selon l'axe  $\overrightarrow{x_{i-1}}$  d'angle  $\alpha_i$  qui s'écrit :

$$Rotation_{x_{i-1}}(\alpha_i) = R_{(x_{i-1}, \alpha_i)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (III.1)$$

- Une translation selon l'axe  $\overrightarrow{x_{i-1}}$  de valeur  $d_i$  qui s'écrit :

$$Translation_{x_{i-1}}(d_i) = T_{(x_{i-1}, d_i)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & d_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (III.2)$$

- Une rotation selon l'axe  $\overrightarrow{z_i}$  d'angle  $\theta_i$  qui s'écrit :

$$Rotation_{z_i}(\theta_i) = R_{(z_i, \theta_i)} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (III.3)$$

- Une translation selon l'axe  $\overrightarrow{z_i}$  de valeur  $r_i$  qui s'écrit :

$$Translation_{z_i}(r_i) = T_{(z_i, r_i)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (III.4)$$

$${}^{i-1}T_i = R_{(x_{i-1}, \alpha_i)} \cdot T_{(x_{i-1}, d_i)} \cdot R_{(z_i, \theta_i)} \cdot T_{(z_i, r_i)} \quad (\text{III.5})$$

Où  ${}^{i-1}T_i$  est la matrice de passage du repère  $R_{i-1}$  au repère  $R_i$ .

Ainsi, on obtient :

$${}^{i-1}T_i = \begin{pmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & d_i \\ \cos(\alpha_i)\sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i)\cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i) & -r_i\sin(\alpha_i) \\ \sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & \sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & \cos(\alpha_i) & r_i\cos(\alpha_i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.6})$$

D'une manière générale, dans la méthode de DH, la variable articulaire  $q_i$  est égale à  $\theta_i$  si la liaison est pivot. Dans la mesure où toutes nos liaisons sont de type pivot alors notre variable articulaire est l'angle d'orientation  $\theta$  lié à chaque codeur.

### III.1.2.5. Convention de construction du modèle

Au niveau de l'initialisation, les angles  $\theta_i$  sont nuls si les axes  $\vec{x}_{i-1}$  et  $\vec{x}_i$  sont confondus, selon le paramétrage défini précédemment ( $\vec{x}_{i-1}$  et  $\vec{x}_i$  sont colinéaires et dans le même sens si  $\theta_i=0$ ).

Les axes  $\vec{z}_i$  portés par les différentes articulations du bras sont tel que  $\vec{z}_i$  est positif dans le sens de construction du bras (c'est-à-dire lorsque l'on se rapproche du palpeur).

### III.1.2.6. Initialisation des angles $\theta_i$

Ce paramétrage fixe la configuration zéro « géométrique » du bras telle que  $\theta_i=0$ . Cette configuration ne correspond pas forcément à la configuration zéro « codeur ». De ce fait, nous passons de l'une à l'autre nous procédons au changement de variable suivant :  $\theta_i = \theta_{i0} + \theta_{ic}$ , (III.7)

où  $\theta_{i0}$  représente le décalage (« offset ») introduit sur les valeurs fournies par les codeurs  $\theta_{ic}$  pour obtenir la valeur des variables articulaires  $\theta_i$ .

On choisit le repère  $R_0$  comme étant la projection du repère  $R_1$ , lié au premier codeur, sur la table.

### III.1.2.7. Remarque importante liée aux repères

Le paramétrage de Khalil définit indirectement que deux liaisons pivots consécutives et directement perpendiculaires peuvent être considérées comme centrées spécialement sur le même point, ce qui correspond à une rotule à doigt. Cette hypothèse est géométriquement équivalente mais ne peut être appliquée pour un modèle d'incertitudes, dans la mesure où il est nécessaire d'avoir un repère par codeur, afin de pouvoir faire varier les distances théoriques entre les codeurs. Le modèle de Khalil a ainsi été modifié en ajoutant simplement des repères intermédiaires construits par simple translation du repère précédent. Les centres fictifs (car non centrés sur un codeur) de ces repères translatés porteront l'indice b [Figure 40].



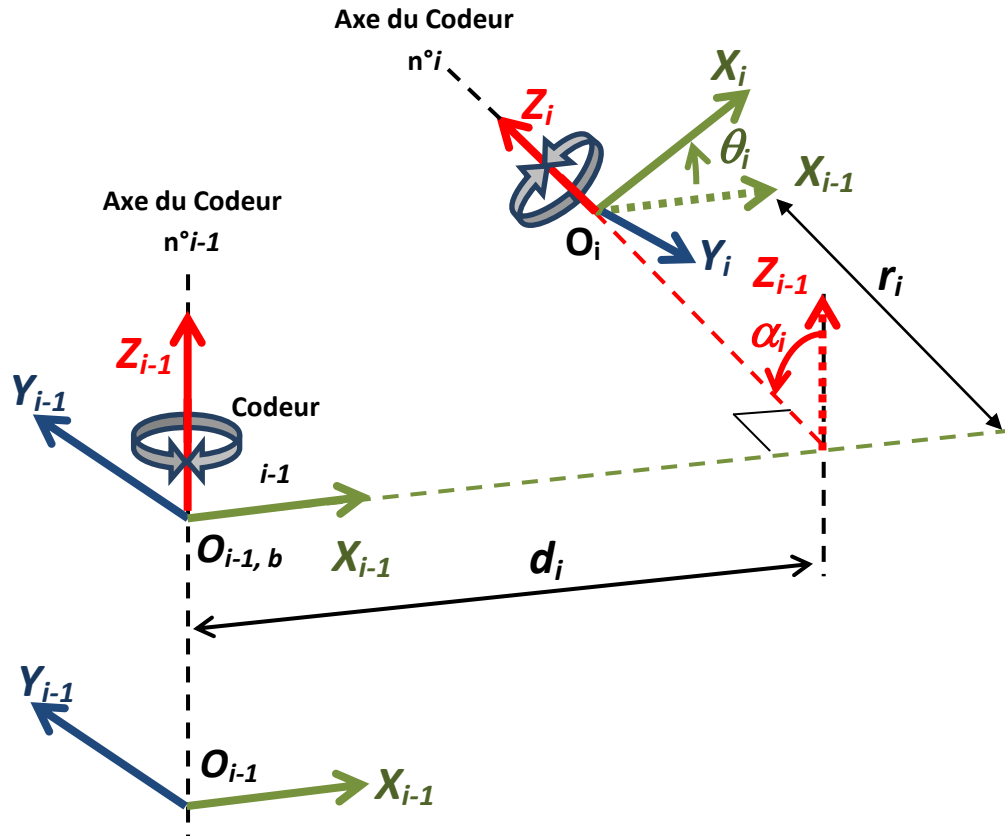


Figure 40: Schéma du paramétrage avec insertion d'un repère intermédiaire

### III.1. 3. Elaboration du modèle pour le bras Sigma 2025

#### III.1.3.1. Construction du modèle

La configuration du bras Sigma à l'état initial des angles de notre modèle (tous les  $\theta_i$  nuls) est schématisée dans la [Figure 41]. Seuls les repères principaux sont représentés pour ne pas alourdir la figure.

Si on respecte les conventions choisies, l'état où tous les angles sont nuls correspond à une configuration impossible du bras pratiquement [Figure 41].

**Remarque :** certains angles ne pourront donc jamais être nuls.

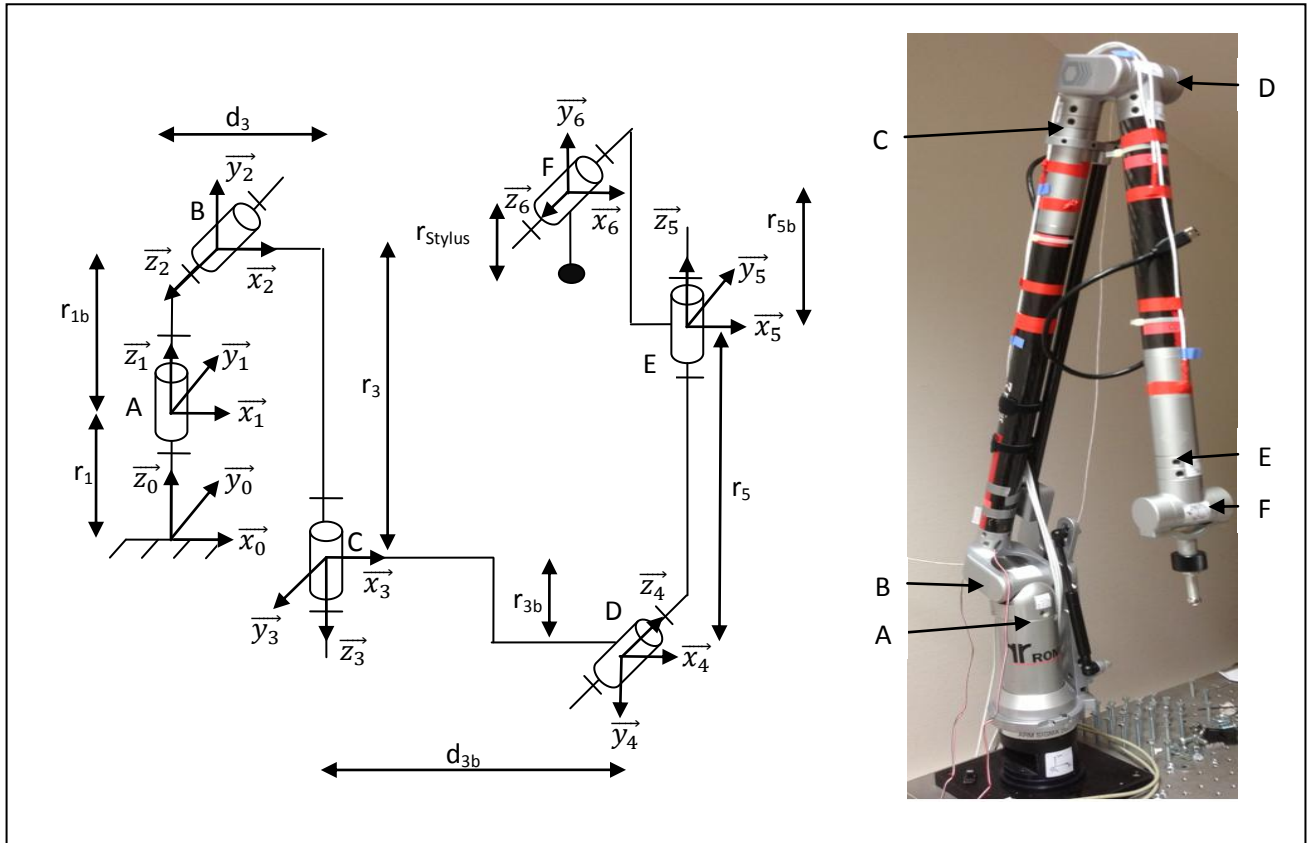


Figure 41: Schéma cinématique du bras sigma 2025 en initialisant les angles  $\theta_i$

### III.1.3.2. Détermination des paramètres de « DENAVIT HARTENBERG »

Les paramètres de DH relatifs au bras Sigma 2025 sont récapitulés dans le Tableau 6. La dernière ligne du Tableau 6 correspond au point d'application du repère correspondant.

|                     | $R_1$    | $R_{1b}$ | $R_2$   | $R_3$   | $R_{3b}$ | $R_4$   | $R_5$   | $R_{5b}$ | $R_6^*$ | Stylus |
|---------------------|----------|----------|---------|---------|----------|---------|---------|----------|---------|--------|
| $\alpha_i$ (rad)    | 0        | 0        | $\pi/2$ | $\pi/2$ | 0        | $\pi/2$ | $\pi/2$ | 0        | $\pi/2$ |        |
| $d_i$ (mm)          | 0        | 0        | 0       | 68      | 68       | 0       | 0       | 0        | 0       |        |
| $\theta_{i0}$ (rad) | $-\pi/2$ | 0        | $\pi/2$ | $\pi$   | 0        | $\pi/2$ | 0       | 0        | $\pi$   |        |
| $r_i$ (mm)          | 248      | 32       | 0       | 639.5   | 35.5     | 0       | 450     | 50       | 0       | -118.5 |
| Signe au codeur     | +        |          | -       | +       |          | -       | -       |          | +       |        |
| Codeur              | A        | B        | B       | C       | D        | D       | E       | F        | F       |        |

Tableau 6: Paramètres de "Denavit Hartenberg" relatifs au bras Sigma 2025

Les repères liés aux différents modèles sont représentés dans le schéma ci-dessous. Il est à noter que les repères notés « bis » ne sont pas représentés dans ce schéma et ils correspondent juste à une translation du repère précédent. Ainsi le repère  $R_{1b}$  est la translation selon l'axe  $\vec{z}_{1b}$  du repère  $R_1$ , le repère  $R_{3b}$  est la translation selon l'axe  $\vec{x}_3$  du repère  $R_3$ , et le repère  $R_{5b}$  est la translation selon l'axe  $\vec{z}_{5b}$  du repère  $R_5$ .

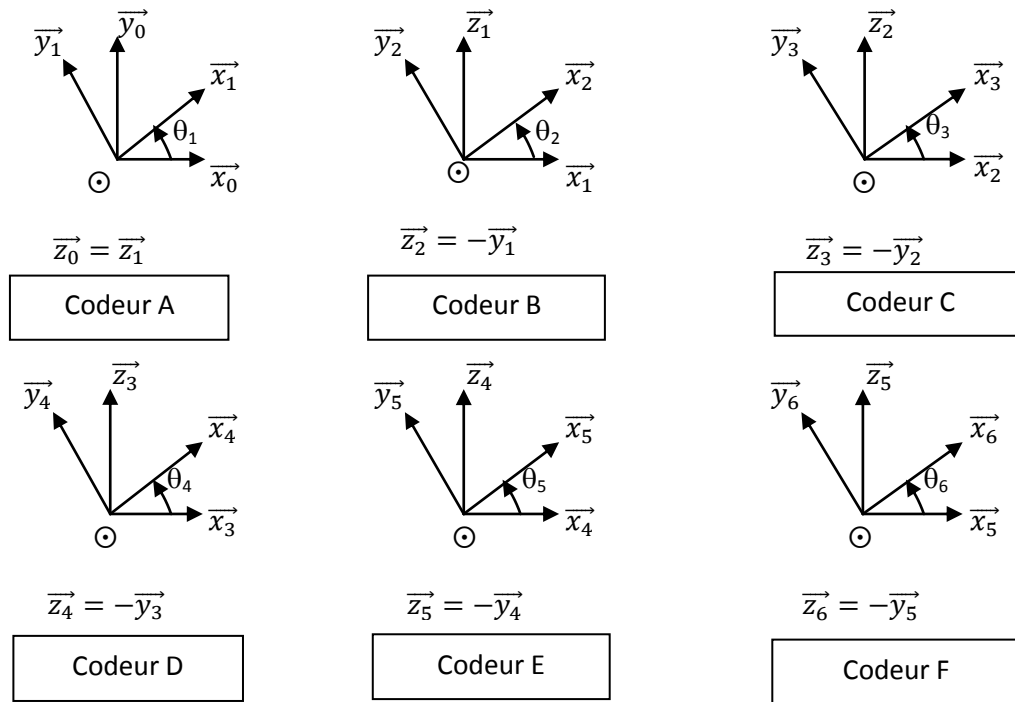


Figure 42: Identification des principaux repères pour le bras Sigma 2025

Dans notre cas, nous avons, dans un premier temps, déterminé approximativement les valeurs des  $\theta_{i0}$  (en rad) [Tableau 6]. Ces valeurs seront ensuite corrigées à travers la détermination des erreurs d'étalonnage.

En outre, les sens de rotation positif des différents codeurs ne correspondent pas forcément au sens trigonométrique de nos repères. A cet effet, nous avons tourné les codeurs un à un et nous avons défini le sens de rotation de chacun [Figure 41]. Ce sens est considéré positif quand il correspond au sens trigonométrique et négatif dans le sens contraire par rapport à notre modèle. La ligne « Signe au codeur » du Tableau 6 permet de donner le sens d'incrémentatation des différents codeurs.

D'où, les angles  $\theta_i$  sont définis comme suit :

- $\theta_i = \theta_{i0} \pm \text{codeur}_i * \frac{2 * \pi}{R}$  : (+) si le codeur tourne dans le sens trigonométrique par rapport à notre modèle et (-) si le codeur tourne dans le sens des aiguilles d'une montre par rapport à notre modèle ;
- $\text{Codeur}_i$  représente l'indication du codeur  $i$  pour  $i=A, \dots, F$ ;

Pour le codeur A, la résolution « R » est de 1280000 points/tour ;

Pour les codeurs B, C, D, E et F, la résolution « R » est de 640000 points/tour.

Les différents repères et la construction de ceux-ci [Tableau 6] vont être détaillés dans les paragraphes § III.1.3.3 à III.1.3.4 pour les repères  $R_0$ ,  $R_1$  et  $R_{1b}$  et en Annexe II pour les autres repères.

### III.1.3.3. Création du repère fixe : $R_0$ et du repère lié au codeur A : $R_1$

Pour implanter le modèle de DH sur le bras Sigma 2025, il faut commencer par créer le repère  $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  qui est lié à la base fixe du codeur A. Ensuite, on crée le repère fixe  $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié à la base [Figure 43]. En effet, le choix le plus simple pour créer le référentiel  $R_0$ , et ainsi éviter les constantes inutiles dans le modèle, est de le confondre avec le repère  $R_1$  lorsque  $d_1$  est nul.

Le passage du repère  $R_0$  vers le repère  $R_1$  se fait donc selon :

- **une translation** selon l'axe  $\vec{z}_1$  entre les axes  $\vec{x}_0$  et  $\vec{x}_1$  d'une distance  $r_1 \approx 248 \text{ mm}$ .
- **Une rotation** d'angle  $\theta_1$  selon l'axe  $\vec{z}_1$ , soit la **rotation suivant le codeur A** entre les axes  $\vec{x}_0$  et  $\vec{x}_1$ ,
- La translation selon l'axe  $\vec{x}_0$  entre les axes  $\vec{z}_0$  et  $\vec{z}_1$ ,  $d_1=0$ .
- L'angle de rotation selon l'axe  $\vec{x}_0$  entre les axes  $\vec{z}_0$  et  $\vec{z}_1$ ,  $\alpha_1=0$ .

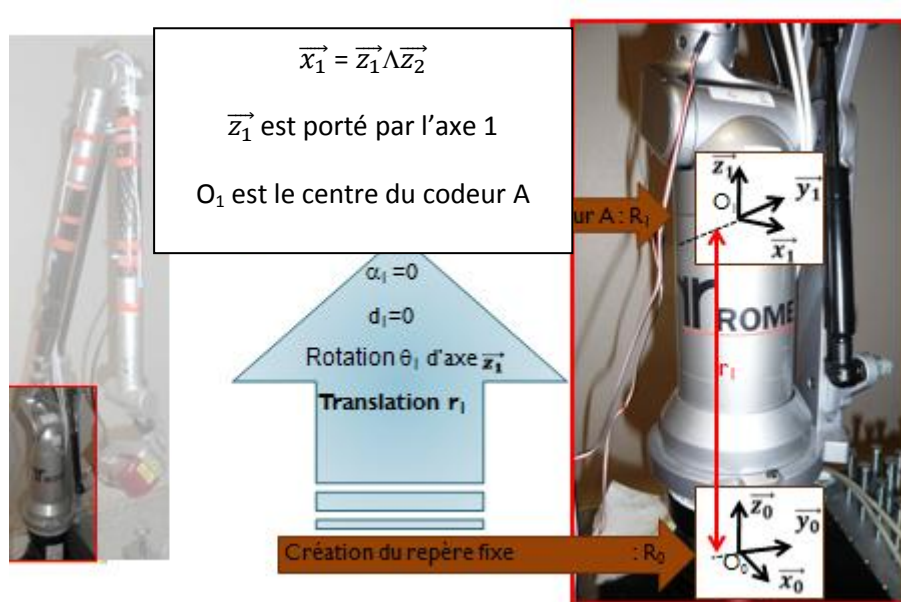


Figure 43: Création du repère fixe  $R_0$  et du repère lié au codeur A :  $R_1$

### III.1.3.4. Création du repère intermédiaire : $R_{1b}$

Le repère  $R_{1b}(O_{1b}, \vec{x}_{1b}, \vec{y}_{1b}, \vec{z}_{1b})$  [Figure 44] correspond à une simple translation du repère  $R_1$  pour ramener ce dernier du codeur A au codeur B. L'origine du repère  $R_{1b}$  est donc  $O_{1b}$ , le centre du codeur B.

Ainsi, le passage du repère  $R_1$  vers le repère  $R_{1b}$  se fait selon :

- une **translation** selon l'axe  $\vec{z}_{1b}$  entre les axes  $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_{1b}$  d'une distance  $r_{1b} \approx 32 \text{ mm}$ .
- L'angle de rotation selon l'axe  $\vec{x}_1$  entre les axes  $\vec{z}_1$  et  $\vec{z}_{1b}$ ,  $\alpha_{1b}=0$ .
- L'angle de rotation selon l'axe  $\vec{z}_{1b}$  entre les axes  $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_{1b}$ ,  $\theta_{1b}=0$ .
- La translation selon l'axe  $\vec{x}_1$  entre les axes  $\vec{z}_1$  et  $\vec{z}_{1b}$ ,  $d_{1b}=0$ .

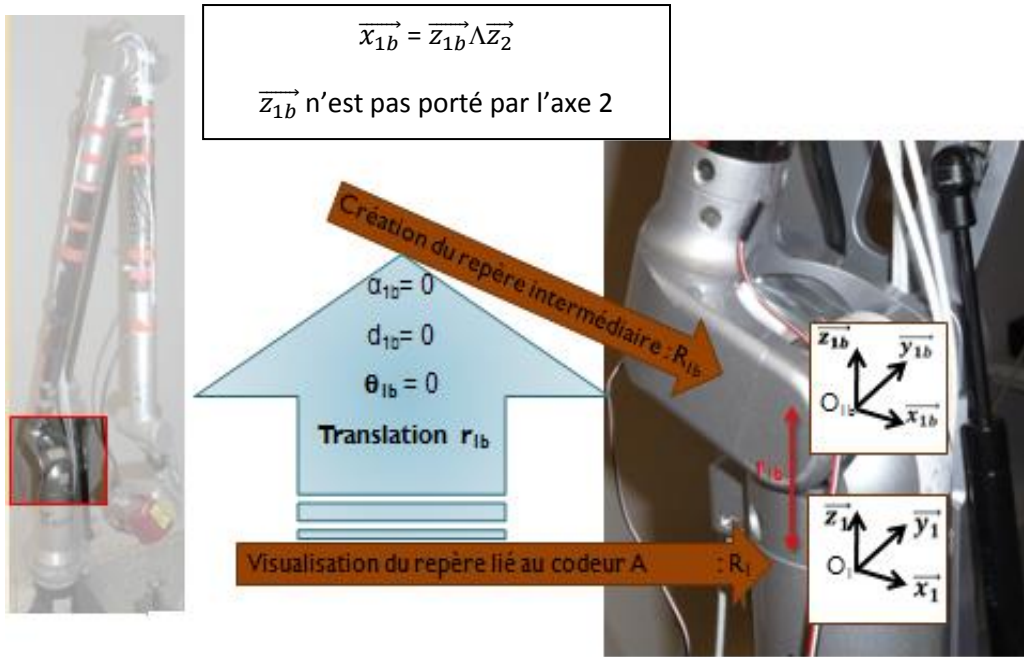


Figure 44: Création du repère intermédiaire:  $R_{1b}$

Nous avons donc en total neuf repères dont trois repères intermédiaires. Pour chaque repère quatre paramètres géométriques sont identifiés ( $\alpha_i$ ,  $d_i$ ,  $\theta_i$ ,  $r_i$ ), soit 36 paramètres pour l'ensemble des repères. Un autre paramètre relatif à la distance du centre du codeur F au centre bille du capteur (rstylus) [Figure 41] se rajoute. Ce qui fait en total 37 paramètres. Ce nombre important représente une difficulté supplémentaire dans l'étude de détermination des incertitudes de mesures comparée aux Machines de Mesures Tridimensionnelles classiques qui ont une configuration cartésienne permettant de mesurer le déplacement physique de chacun des trois axes linéaires.

Les coordonnées (X,Y,Z) du point mesuré sont calculées à travers le modèle de DH, en fonction des paramètres géométriques identifiés dans le Tableau 6, selon la formule suivante :

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ U \end{pmatrix} = {}^0T_1 \cdot {}^1T_{1b} \cdot {}^{1b}T_2 \cdot {}^2T_3 \cdot {}^3T_{3b} \cdot {}^{3b}T_4 \cdot {}^4T_5 \cdot {}^5T_{5b} \cdot {}^{5b}T_6 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ r_{\text{stylus}} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.8})$$

où  ${}^{i-1}T_i = \begin{pmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & d_i \\ \cos(\alpha_i)\sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i)\cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i) & -r_i\sin(\alpha_i) \\ \sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & \sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & \cos(\alpha_i) & r_i\cos(\alpha_i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  est la matrice de transformation entre le repère  $R_{i-1}$  et  $R_i$ .

## III.2. Prise en compte des déformations

### III.2.1. Présentation globale

Les bras de mesures sont fortement soumis aux déformations de leur structure. Ces déformations sont dues aux masses des différentes parties constitutives, mais aussi aux sollicitations extérieures, essentiellement celles causées par l'opérateur. Les déformations moyennes du bras de mesure sont prises en compte dans la phase d'étalonnage de celui-ci. Mais, les fluctuations de ces déformations sont à prendre en compte dans le modèle d'incertitudes.

Les bras de mesure sont constitués essentiellement d'alliage d'aluminium et de composite en carbone. Les parties en alliage d'aluminium sont relativement rigides et le comportement de ces pièces est facile à modéliser. Par contre, les pièces en composites sont soumises aux contraintes extérieures et leur déformation est fonction des caractéristiques du renfort utilisé. Il existe principalement deux types de renforts utilisés, à savoir :

- Les renforts en fibres unidirectionnelles (enroulement filamentaire) qui ont un bon comportement aux sollicitations en flexion mais un mauvais comportement aux efforts de torsion. Du fait du relâchement de contraintes variables, ils peuvent subir des variations dimensionnelles. Les bras d'ancienne génération sont constitués de ce type de structure. Les bras Sigma par exemple sont constitués de fils orientés à  $0^\circ$ ,  $20^\circ$  et  $-20^\circ$  par rapport à l'axe du tube.
- Les pièces en stratifié de fibres de carbone (fibres de carbone tressées) sont un peu moins bonnes aux sollicitations de flexion mais ont un bon comportement en torsion. Les bras de dernière génération, par exemple les bras Absolute du même fabricant, utilisent ce type de renforts.

Les principales déformations des différentes poutres constituant le bras sont :

- l'allongement : Les longueurs des différentes poutres évoluent en fonction des efforts exercés selon l'axe des poutres. La source principale de l'allongement des poutres est la variation de température. Le coefficient de dilatation de l'aluminium étant beaucoup plus important que celui du carbone, les pièces en alliage d'aluminium seront les plus soumises à l'allongement.
- la flexion : Les poutres fléchissent au cours de la manipulation du bras, notamment sous poids propre des différentes pièces constituant le bras, mais aussi à cause des efforts qui sont exercés. Les parties en carbone étant plus souples que celle en aluminium, la flexion sera prépondérante sur les pièces en composite.
- la torsion : Les poutres se déforment également en torsion sous l'effet des variations de température et des différentes contraintes appliquées lors de la manipulation du bras. Il existe potentiellement des relâchements de contraintes résiduelles dans les fibres de carbone qui provoquent de l'hystérésis en torsion. Les contraintes dans les liaisons internes (accouplements élastiques, codeurs) provoquent également des déformations en torsion.

Ainsi, l'objectif de cette partie de notre travail consiste à quantifier les déformations du bras suite aux sollicitations qui lui sont exercées et de les intégrer dans le modèle de Monte Carlo, afin de déduire les incertitudes qui en résultent.

Pour estimer les déformations résultantes, deux études complémentaires ont été réalisées, à savoir :

- des mesures par jauges d'extensométrie [T. 13] collées sur la structure du bras afin de mesurer les déformations en des points spécifiques.
- une simulation par éléments finis qui permettra de valider le modèle de déformation globale du bras sur la base de la RDM (résistance des matériaux).

Un comparatif des résultats des deux études est donné pour quatre positions caractéristiques, à savoir la mesure d'un même point dans 3 positions différentes : position verticale notée P1-V, position inclinée de type 1 notée : P1-I1 et position inclinée de type 2 notée P1-I2 et la mesure d'un second point en position verticale notée P2-V [Figure 45]. Ces positions sont les plus utilisées en mesure et correspondent à des positions de la procédure de vérification de ROMER.

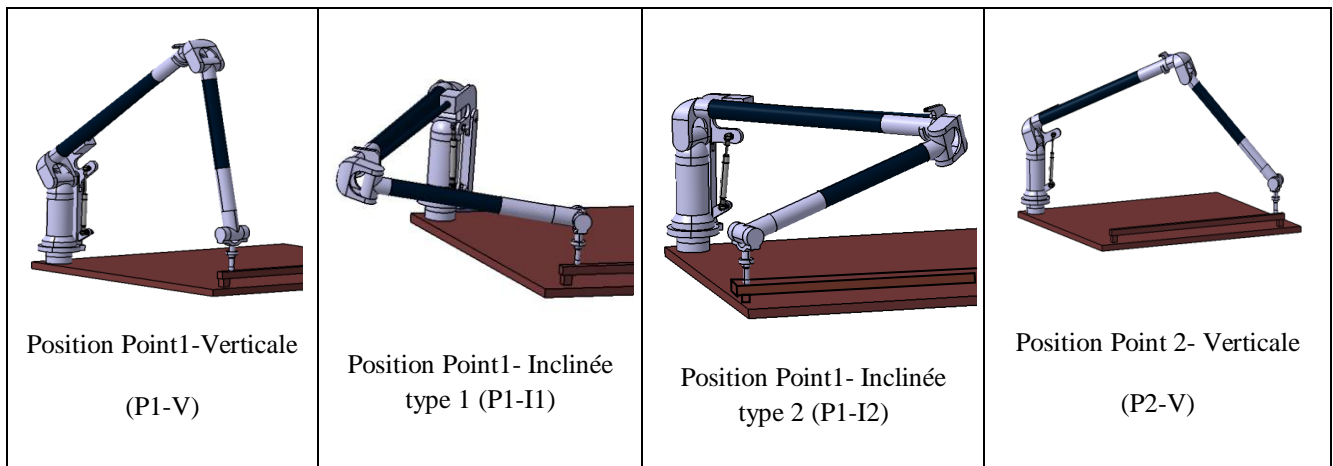


Figure 45: Positions du bras analysées

### III.2.2. Estimation expérimentales des variations de déformations de la structure

#### III.2.2.1. Dispositif expérimental

Comme explicité plus haut, afin d'estimer les déformations, des jauges d'extensométrie VISHAY (Résistance :  $120 \Omega \pm 0.6\%$ - grille : 3.18 mm) sont collées en différents points du bras et sont raccordées à une centrale d'acquisition de données de type NI-DAQmx (National Instrument) à travers un châssis FPGA reconfigurable à 8 emplacements. Il est donc possible de faire l'acquisition des déformations de 8 jauges unilatérales (ou de 2 rosettes et 2 jauges unilatérales par exemple).

La manipulation du bras de mesure implique des déformations élastiques qui sont généralement de l'ordre de quelques dizaines ou centaines de  $\mu\epsilon$ . Par conséquent, il faut pouvoir mesurer précisément de très faibles variations de résistance. Par exemple, si un échantillon de test est soumis à une déformation importante de 500  $\mu\epsilon$ , une jauge d'extensométrie dont le facteur est 2 indiquera une

variation de résistance électrique de seulement  $2 \times (500 \times 10^{-6}) = 0,1 \%$ . Pour  $120 \Omega$ , ce changement n'est que de  $0,12 \Omega$ .

La méthode la plus précise pour mesurer une variation de résistance consiste à placer la jauge dans un pont de Wheatstone [Figure 46]. Lorsqu'un pont est constitué de 4 résistances de valeurs égales et est alimenté par une source de tension (E) constante aux points C et D, on obtient par symétrie, une différence de potentiel nulle entre les points A et B. Si la résistance  $R_1$  varie légèrement, un déséquilibre est provoqué, il peut être mesuré par un ampèremètre situé entre les points A et B ( $e_0$ ).

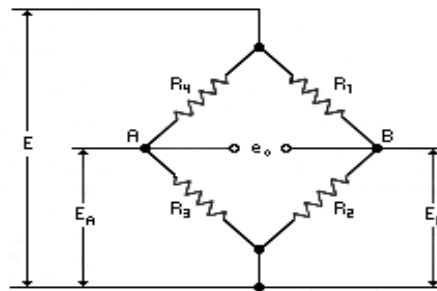


Figure 46 : Pont de Wheatstone

A l'équilibre,  $e_0 = 0$ .

La variation de l'une des résistances engendre une variation de la tension  $e_0$ .

$R_1$  et  $R_3$  agissent dans le sens positif alors que  $R_2$  et  $R_4$  agissent dans le sens négatif.

La contrainte appliquée à un échantillon, change la résistance des éléments détecteurs du pont de Wheatstone. La configuration en pont de Wheatstone est utilisée pour faciliter la mesure des petites variations de résistance produites par les éléments détecteurs en réponse à un changement physique de l'échantillon.

Pour mesurer les déformations, nous avons opté pour un montage en quart de pont, constitué d'une jauge et de trois résistances de complément fournies par l'électronique associée à la jauge. Ce montage [Figure 47] est simple, peu cher et évite de positionner des jauges passives. En effet, nous souhaitons au maximum limiter le nombre de câbles et nous n'avons pas toujours la possibilité de coller une jauge passive sur un élément de même nature qui ne se déforme pas. Il aurait fallu par exemple posséder un morceau de tube de carbone sur lequel on colle les jauges passives, ce qui n'est pas simple pratiquement.

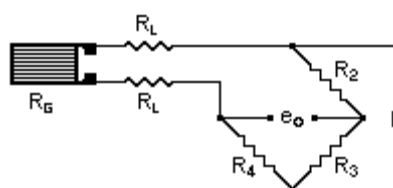


Figure 47: Montage en quart de pont



Une jauge de contrainte ne peut mesurer une déformation que dans une direction : l'axe le long duquel la jauge est montée. Pour mesurer efficacement les trois composantes indépendantes d'une déformation plane (déformation de traction le long des axes X et Y ainsi que la déformation de cisaillement), trois mesures de déformation indépendantes sont nécessaires. Des jauges de type rosettes à 45° (appelées aussi rosettes de jauges de contrainte) sont utilisées pour effectuer de telles mesures.

Une rosette de jauges de contrainte est un ensemble de deux ou trois jauges de contrainte placées très près les unes des autres et orientées différemment pour mesurer les déformations dans différentes directions de la surface sous-jacente de l'objet mesuré [T. 13] (voir Figure 48).

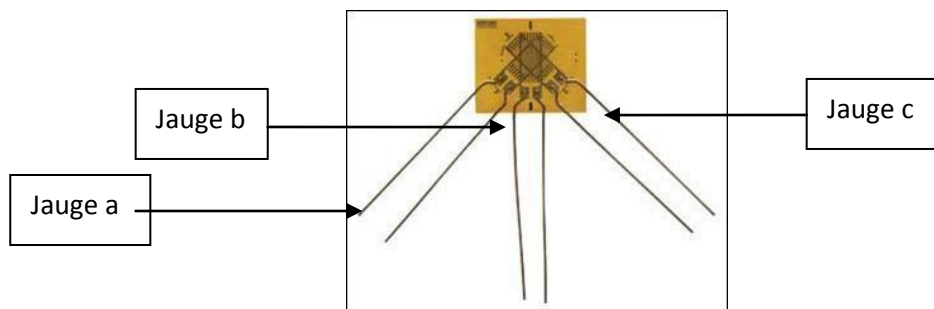


Figure 48: Rosette rectangulaire

A cet effet, dans notre cas, nous avons collé [Figure 49] quatre jauges simples et deux rosettes rectangulaires composées chacune de trois jauges présentant des angles entre elles de 45° [Figure 48]. Les jauges ont été installées uniquement sur le premier bras. En considérant que seule la longueur est différente, les informations sur la déformation du deuxième bras seront extrapolées à partir de ces mesures.

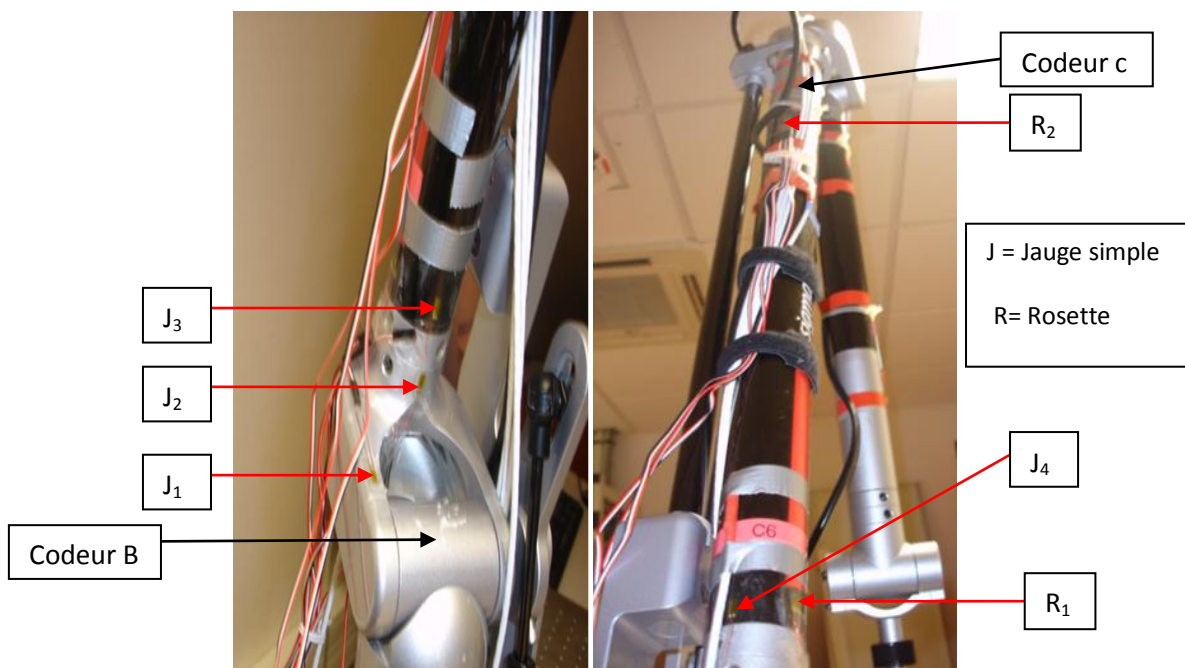


Figure 49: Dispositions des jauges sur le bras Sigma 2025

Ainsi, en utilisant les formules de calcul développées dans [T. 13], la flexion et l'allongement seront mesurés via les jauges longitudinales et la torsion est déterminée grâce aux jauges positionnées à 45° (rosettes). Les jauges longitudinales ont été placées en bas du bras étant donné que c'est la partie la plus sollicitée en flexion.

### III.2.2.2. Vérification du dispositif de mesure

La centrale d'acquisition est de type NI-DAQmx (National Instrument), constituée d'un châssis FPGA reconfigurable à huit modules d'E/S et d'un logiciel. Le châssis est connecté à un ordinateur hôte via USB. Il contrôle le cadencement, la synchronisation et le transfert de données entre l'ordinateur et les modules d'E/S.

Un paramètre essentiel de la jauge de contrainte est sa sensibilité à la déformation, exprimée de manière quantitative comme facteur de jauge. Le facteur de jauge ( $k$ ) est le rapport du changement relatif de la résistance électrique sur le changement relatif de la longueur, ou déformation.

Dans une configuration en quart de pont, nous avons :  $\frac{U_{\text{sortie}}}{U_{\text{entrée}}} = \frac{\Delta R}{4R} = \frac{1}{4} \cdot k \cdot \varepsilon$ ; (III.9)

D'où :  $\varepsilon = \frac{4}{k} \cdot \frac{U_{\text{sortie}}}{U_{\text{entrée}}}$ . (III.10)

Afin d'effectuer l'étalonnage de notre pont, nous avons utilisé un banc de traction-flexion de Deltalab [Figure 50]. Pour ce faire, nous avons collé une jauge sur le pont. Nous avons effectué une série de mesures en exerçant une force sur le pont en relevant la déformation engendrée et en la comparant avec la valeur affichée par la centrale d'acquisition. Nous avons également vérifié par calcul les résultats de l'essai de traction. Les résultats des relevés de la centrale d'acquisition et du banc de traction-flexion sont schématisés dans la Figure 51.



Figure 50: Banc de traction-flexion

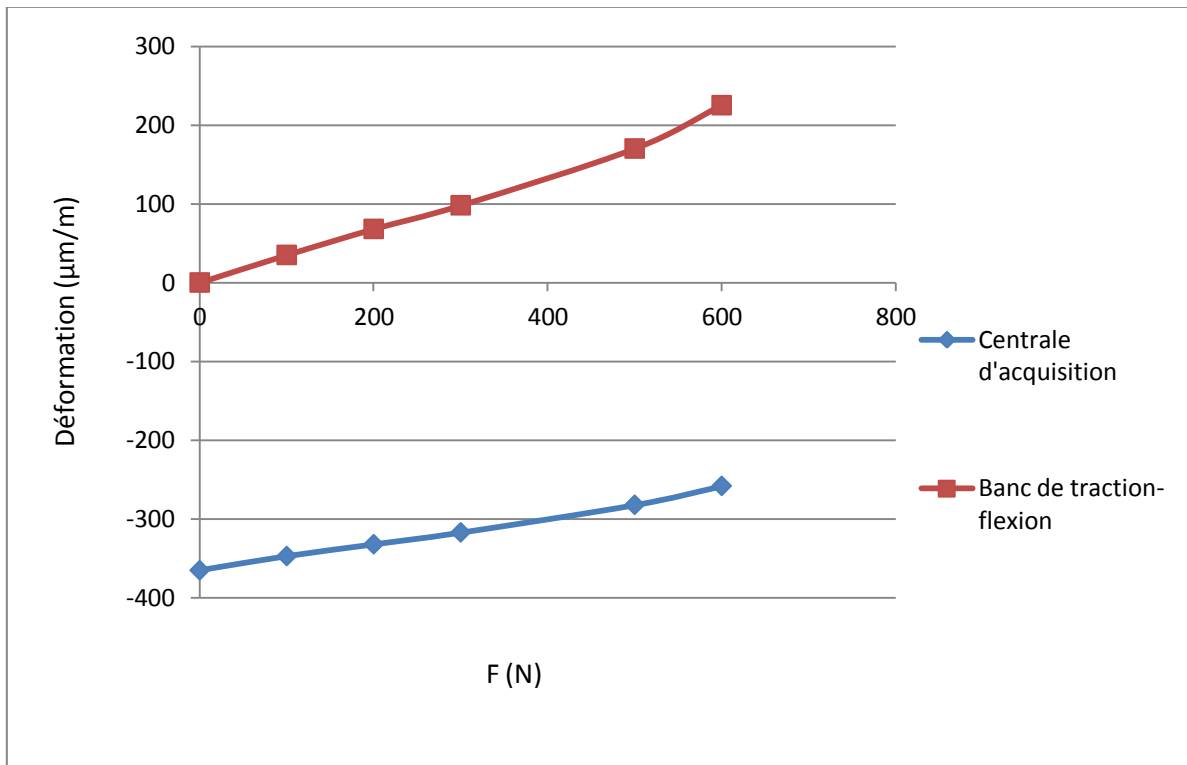


Figure 51: Comparaison des résultats des relevés de la centrale d'acquisition et du banc de traction-flexion

Nous en déduisons donc que  $\frac{\Delta V}{V_{réel}} = -365 \cdot 10^{-6} + \frac{\Delta V}{V_{mes}}$  (III.11)

D'où :  $\epsilon_{réel} = \frac{4}{k} \cdot \left( -365 \cdot 10^{-6} + \frac{\Delta V}{V_{mes}} \right)$  (III.12)

Avec :

- $\epsilon_{réel}$  est la déformation réelle,
- $V_{réel}$  est la tension réelle,
- $V_{mes}$  est la tension mesurée.

La constante de  $-365 \cdot 10^{-6}$  correspond à la déformation résiduelle de la jauge lors du collage de celle-ci. Pour chacune des jauges que nous avons collées, il faut donc faire une correction similaire après détermination de la constante.

Le facteur de jauge est  $k=2.095$  pour les jauges simples et les jauges longitudinales des rosettes et  $k=2.06$  pour les jauges à  $45^\circ$  des rosettes. A cet effet, et comme le facteur de jauge doit être le même pour toutes les jauges du pont sur notre dispositif expérimental, nous avons utilisé  $k=2.095$  et nous avons effectué une correction de facteur de jauges pour les valeurs mesurées avec les jauges à  $45^\circ$  des rosettes.

### III.2.2.3. Hypothèses

#### III.2.2.3.1. Détermination de l'allongement

Lors de la manipulation du bras, on peut exercer une traction/compression, engendre une variation dimensionnelle des différents éléments du bras (aluminium et fibre de carbone)

On a  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$  ; d'où :

$$\Delta l = \varepsilon \cdot l \quad (III.13)$$

Avec :

- $\varepsilon$  est la déformation en  $\mu m/m$ ;
- $\Delta l$  est l'allongement en  $\mu m$ ;

$l$  est la longueur de la poutre en m. L'allongement est de deux types : un allongement dû aux variations de température et un allongement dû aux efforts exercés.

#### III.2.2.3.2. Détermination de la flexion

Les forces s'exerçant sur le bras provoquent une flexion de celui-ci.

On assimile le bras à une poutre encastrée à une extrémité et soumise à une charge  $P$  à son autre extrémité qui provoque une flexion [Figure 52]. Son extrémité se déplace par rapport à sa position d'origine. Ce déplacement, appelé flèche, se produit selon la direction transversale à l'axe longitudinal et varie tout au long de la poutre. La poutre fléchit, sa flèche maximale est donc située au niveau de son extrémité libre.

Nous considérons que le chargement est ponctuel. Cette hypothèse sera vérifiée grâce à la comparaison des résultats obtenus avec la modélisation par éléments finis. Cette hypothèse est pessimiste car comparée à une poutre avec un chargement réparti, la flèche est plus importante.

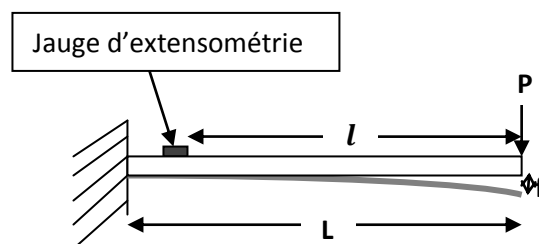


Figure 52 : Schéma représentatif de l'effet de la flexion d'une poutre encastrée à une extrémité

La flèche est donc donnée par la formule suivante [T. 14][T. 15]:  $f = \frac{PL^3}{3EI}$  (III.14)

où :

- $P$  est la charge appliquée en N ;
- $L$  : longueur de la poutre ;
- $E$  : module d'Young ( $E_{Alu} = 72 \text{ GPa}$ ,  $E_{Carbone} = 640 \text{ GPa}$ );

- $I$ : moment d'inertie donné par :  $I = \frac{\pi(D_1^4 - D_2^4)}{64}$ , avec  $D_1$  le diamètre externe du tube et  $D_2$  son diamètre interne.

D'un autre côté, on a :  $\sigma = \frac{P.L.R_1}{I}$  (III.15)

où :

- $l$  est la distance force-jauge;
- $R_1$  le rayon externe du tube ;
- $\sigma$  est la contrainte.

Or on a d'après la loi de Hooke,  $\sigma = \varepsilon.E$ , où  $\varepsilon$  représente la déformation. (III.16)

On déduit donc des équations (III.14), (III.15) et (III.16) que :

$$f = \frac{\varepsilon L^3}{3R_1 l} \quad (III.17)$$

Les déformations engendrées par la flexion sont assimilables à un déplacement de l'extrémité donc du codeur perpendiculairement à l'axe d'un tube.

Il est à noter que, dans notre cas nous, avons mesuré la charge appliquée à l'extrémité du bras à l'aide d'une balance électronique pour des utilisateurs de type "opérateurs", nous avons obtenu :

- 700 g maximum quand le bras est tenu d'une façon normale à la surface, ce qui correspond à la configuration principalement verticale du bras. Dans cette configuration, la flèche est de 7  $\mu\text{m}$  sur le premier bras et 1.5  $\mu\text{m}$  sur le deuxième bras.
- 400 g quand le bras est sur le côté [Figure 63]. Dans cette configuration, la flèche est de 4  $\mu\text{m}$  sur le premier bras et 0.8  $\mu\text{m}$  sur le deuxième bras.

Pour le bras au repos, la force mesurée à l'extrémité du bras est de 1.4 N, ce qui correspond à une flèche de 15  $\mu\text{m}$  sur le premier bras et 1.5  $\mu\text{m}$  sur le deuxième bras, ce qui montre que l'opérateur relève 700 g quand il tient le bras dans sa position verticale et 1000g quand le bras est sur le côté.

Le rôle de l'opérateur est donc relativement important. La force exercée sur la pièce doit être la plus faible possible. Pour les opérateurs de type "laborantins", la force exercée est de 100 à 200 g environ, correspondant à priori à l'effort en étalonnage effectué par le fabricant.

#### III.2.2.3.3. Détermination de la torsion

Le bras est constitué de fibres de carbone, ce qui induit des contraintes résiduelles de torsion.

La torsion [Figure 53] est la sollicitation subie par un corps soumis à l'action d'un couple de forces opposées agissant dans des plans parallèles et dont l'élément de réduction est un moment de force agissant dans l'axe de la poutre.

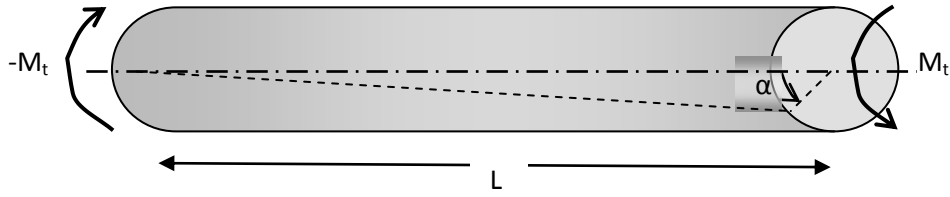


Figure 53 : Représentation de l'effet de la torsion sur une poutre

Le moment  $M_t$  est appelé moment de torsion,  $\alpha$  l'angle de rotation entre les deux extrémités de la poutre.

$$\alpha = \frac{2LC}{\pi(R_1^4 - R_2^4).G} \quad (\text{III.18})$$

C : Couple

G : module d'élasticité transversal en Mpa

$\theta$  : angle unitaire de torsion en rad/mm

$R_1$  le rayon externe du tube et  $R_2$  son rayon interne.

Or, la déformation  $\varepsilon$  s'écrit  $\varepsilon = \frac{R_1 C}{\pi(R_1^4 - R_2^4)G}$  ; d'où  $C = \frac{\pi(R_1^4 - R_2^4).G.\varepsilon}{R_1}$  (III.19)

On en déduit donc que :

$$\alpha = \frac{2L\varepsilon}{R_1} \quad (\text{III.20})$$

Il est à noter que la déformation considérée pour calculer la torsion est la déformation principale, obtenue par la formule suivante [T. 13]:  $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_b - \varepsilon_c)^2}$  (III.21)

Avec  $\varepsilon_a$  et  $\varepsilon_c$  les déformations respectives mesurées par les deux jauges à  $45^\circ$  de la rosette et  $\varepsilon_b$  la déformation mesurée par la jauge longitudinale de la rosette [Figure 48].

Cette déformation peut être assimilée à une erreur angulaire du codeur correspondant, situé sur la poutre considérée.

#### III.2.2.4. Mesures des déformations sur de courtes périodes

Afin de déterminer les incertitudes de mesures liées aux déformations du bras, nous avons procédé à des mesures de déformations dans différentes positions. Les résultats des essais effectués sont présentés dans les paragraphes suivants.

##### III.2.2.4.1. Résultats de mesure du protocole complet avec deux rosettes

En premier essai, nous avons défini un protocole de mesure en quatre étapes comme présenté dans la Figure 54. et nous avons mesuré la déformation tout au long de ce processus. Les résultats de mesures avec les deux rosettes sont présentés dans la Figure 55.

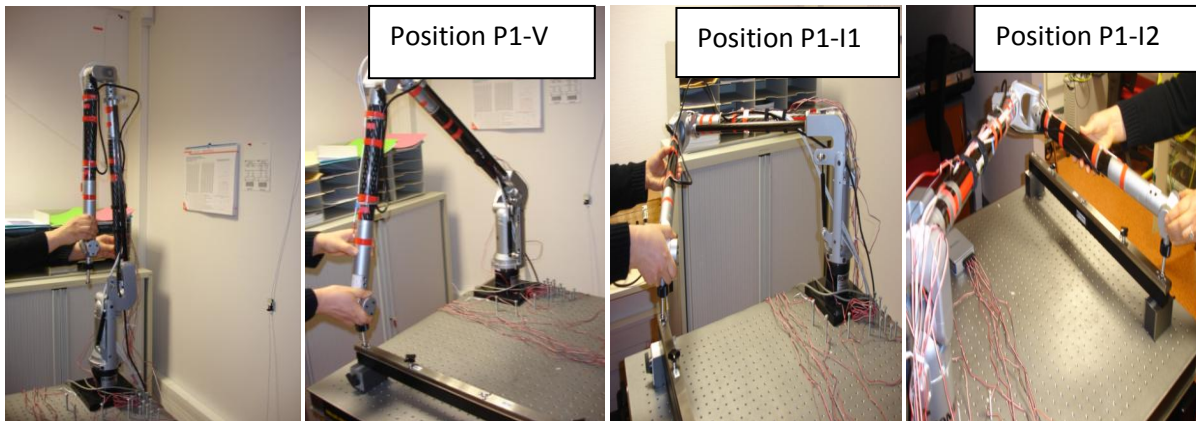


Figure 54: Protocole de mesure

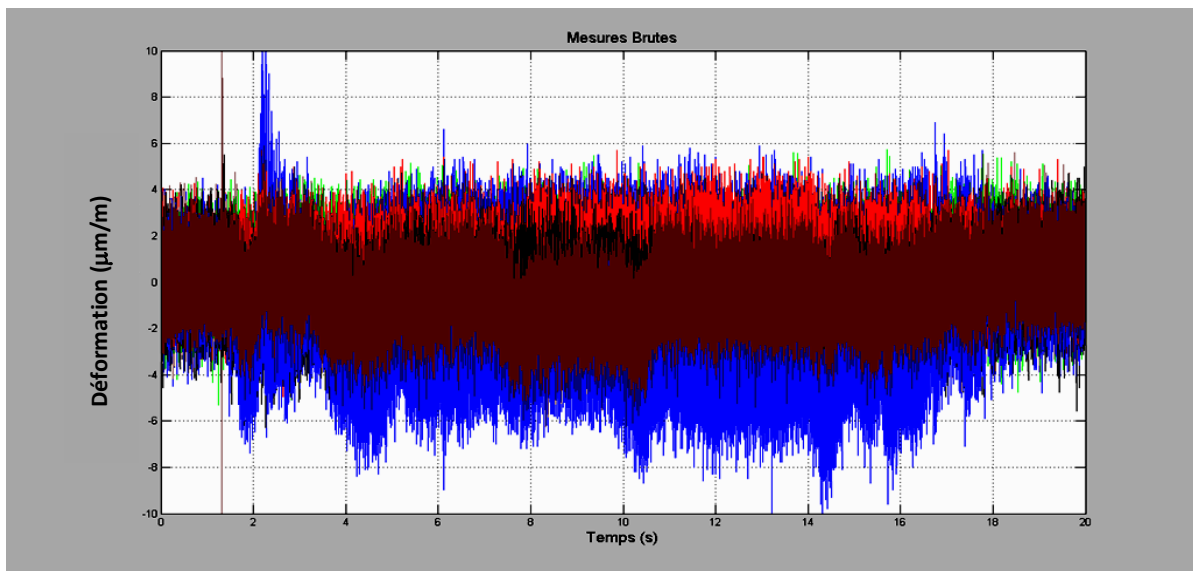


Figure 55 : Résultats bruts des mesures des déformations

En analysant ces résultats, nous remarquons que le signal [Figure 55] présente un bruit important. A cet effet, nous avons filtré ces résultats bruts par le filtre passe bande « Butterworth » de Matlab afin d'avoir une courbe filtrée correspondant aux valeurs réellement mesurées et permettant d'éliminer le bruit. Ce filtre est caractérisé par une réponse en phase non linéaire, une coupure lente, une réponse en amplitude "lisse" dans la bande passante et une atténuation "lisse". Ce bruit est dû aux incertitudes de mesure des jauges d'environ  $1 \mu\text{m/m}$  mais aussi aux problèmes électroniques et magnétiques de l'environnement (présence d'une baie électronique à proximité). Nous avons amélioré la situation également en torsadant les fils des jauges et en mettant le support et la centrale d'acquisition à la masse.

Les résultats obtenus après filtrage sont illustrés par la Figure 56. Il est à noter que les résultats présentés pour toutes les mesures effectuées par la suite sont filtrés selon le même principe.



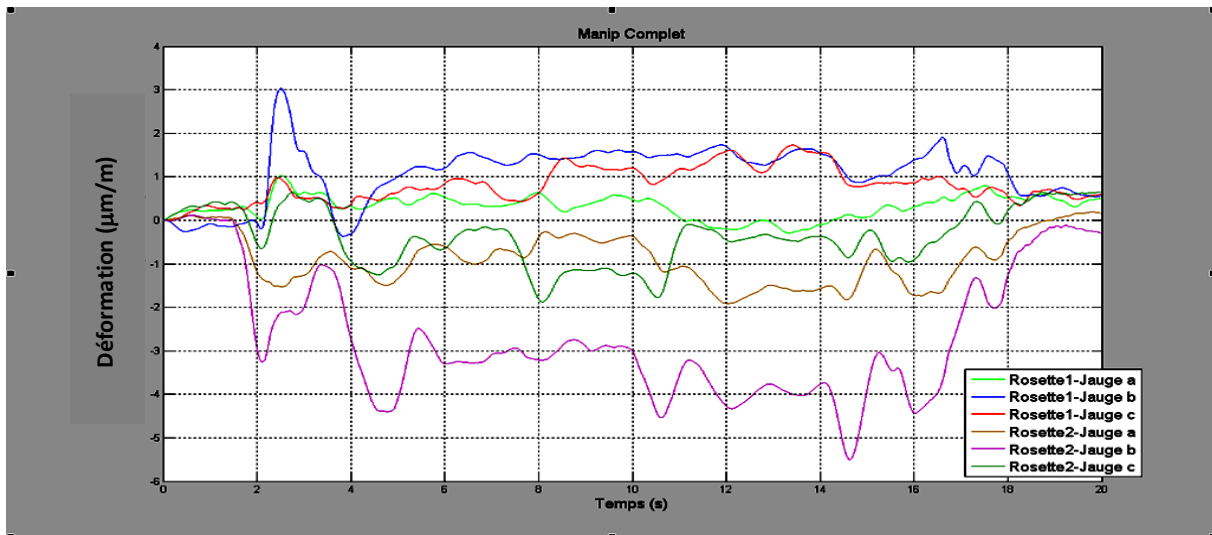


Figure 56: Résultats Rosettes Protocole complet

Vu les faibles valeurs mesurées et pour vérifier si l'effet mesuré est significatif, nous avons effectué cinq relevés successifs avec la jauge J3 [Figure 49] pour le bras au repos [Figure 57] et sans déplacer le bras. Les résultats de cet essai sont illustrés par la Figure 58 et le Tableau 7. Ces résultats montrent que la déformation enregistrée est presque nulle. En effet, les déformations relevées varient de -0.3 à 0.3  $\mu\text{m/m}$  et la moyenne des mesures est d'environ 0.1  $\mu\text{m}$ . Ceci prouve que les valeurs enregistrées sont bien significatives de la déformation mesurée par les jauges.



Figure 57: Bras au repos



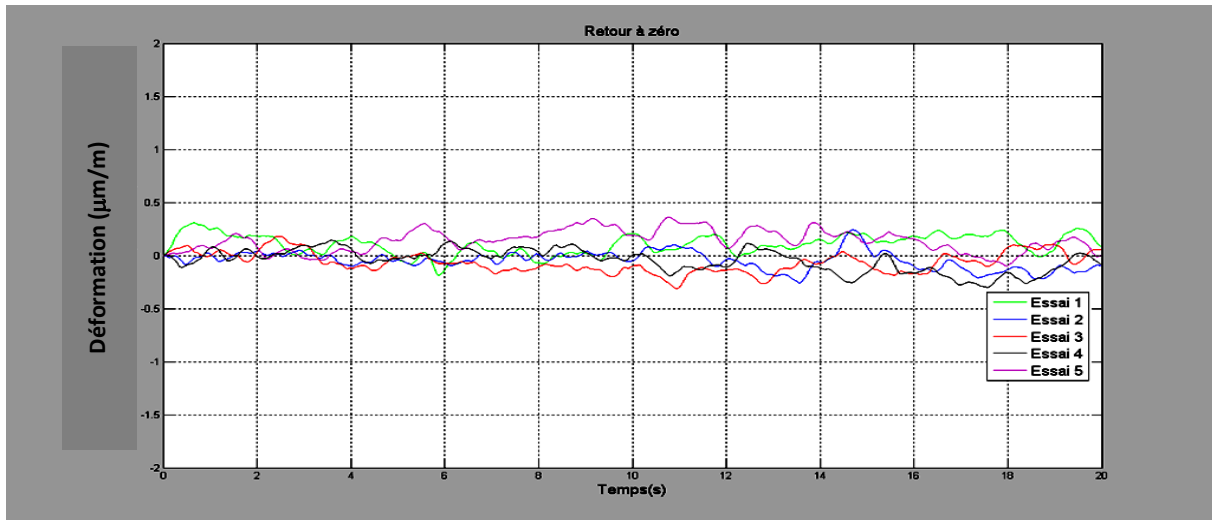


Figure 58: Résultats des relevés de la jauge 3 pour le bras à l'état initial

|                             | Essai 1 | Essai 2 | Essai 3 | Essai 4 | Essai 5 |
|-----------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Moyenne ( $\mu\text{m/m}$ ) | 0.10    | -0.05   | -0.06   | -0.05   | 0.14    |

Tableau 7: Relevés de la jauge 3 pour bras à l'état initial

Ensuite, en analysant les résultats obtenus, nous constatons des déformations pouvant donner lieu à des allongements, de la flexion et de la torsion. Cependant, nous ne pouvons pas confirmer que le bras subit ces déformations en effectuant la mesure ou seulement lors de sa manipulation. A cet effet, nous avons analysé les trois différentes positions du protocole (PV1, PI1 et PI2 [Figure 54]) une à une, et nous avons mesuré les déformations dans les trois positions. Les résultats sont analysés dans les paragraphes qui suivent.

#### III.2.2.4.2. Résultats de mesure de la position P1-V

La première position de mesure considérée est la position P1-V [Figure 59]. Cette position est mesurée en utilisant les deux rosettes et les deux jauges J3 et J4 [Figure 49].

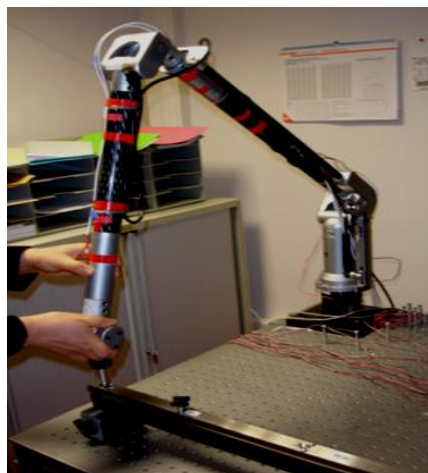


Figure 59: Mesure de la position P1-V

Nous avons réalisé plusieurs essais pour chaque mesure et ce, afin de vérifier que les mesures effectuées sont répétables. Nous présentons les résultats de deux mesures.

Pour chacune des deux mesures, nous avons déterminé la torsion, la flexion et l'allongement en se basant sur les formules développées au paragraphe §III.2.2.3. Les résultats de ces déformations de ces deux mesures sont illustrés respectivement par les figures 60 et 61.

## - Mesure 1

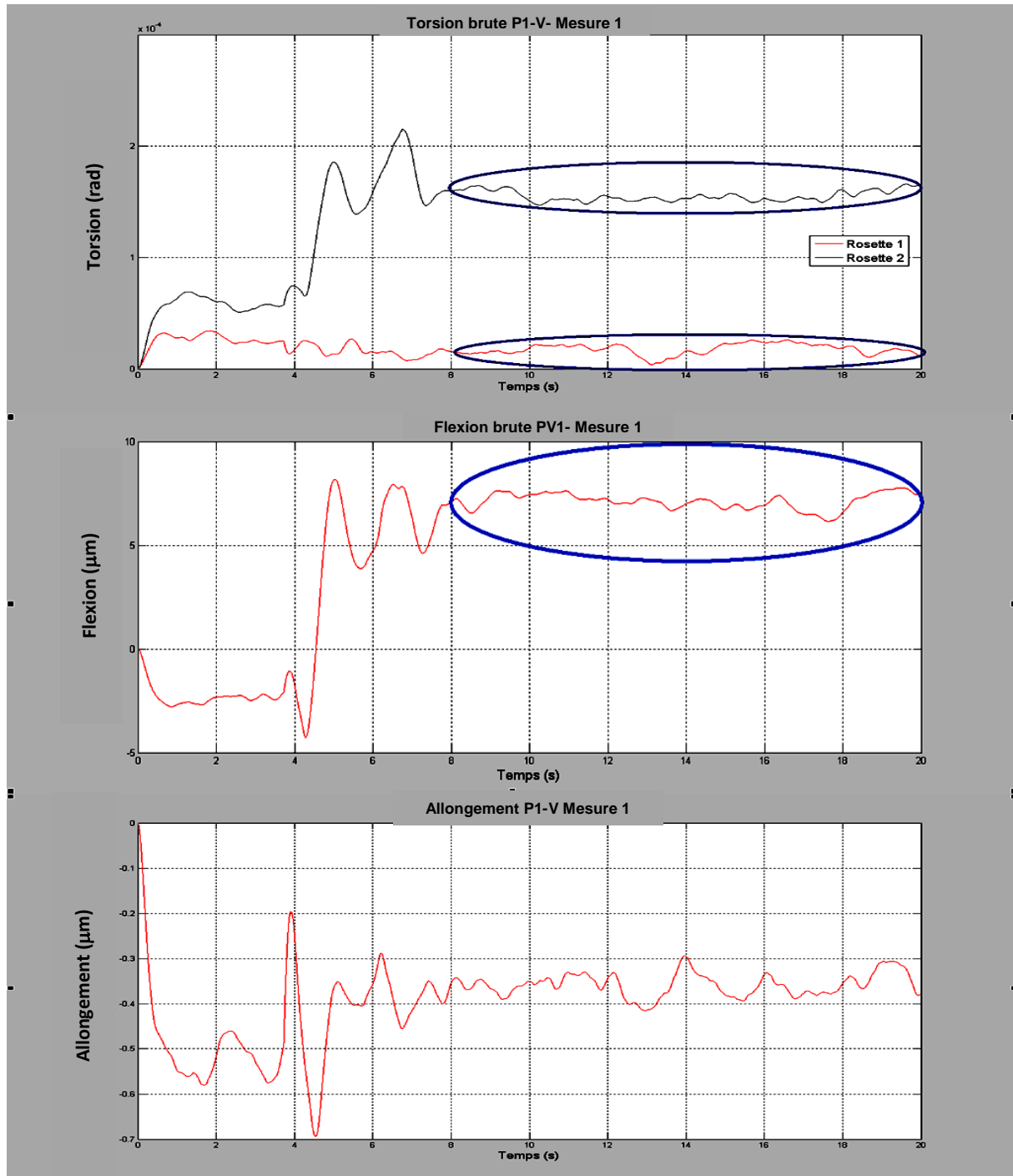


Figure 60: Résultats des déformations de la position P1-V- Mesure 1

- Mesure 2

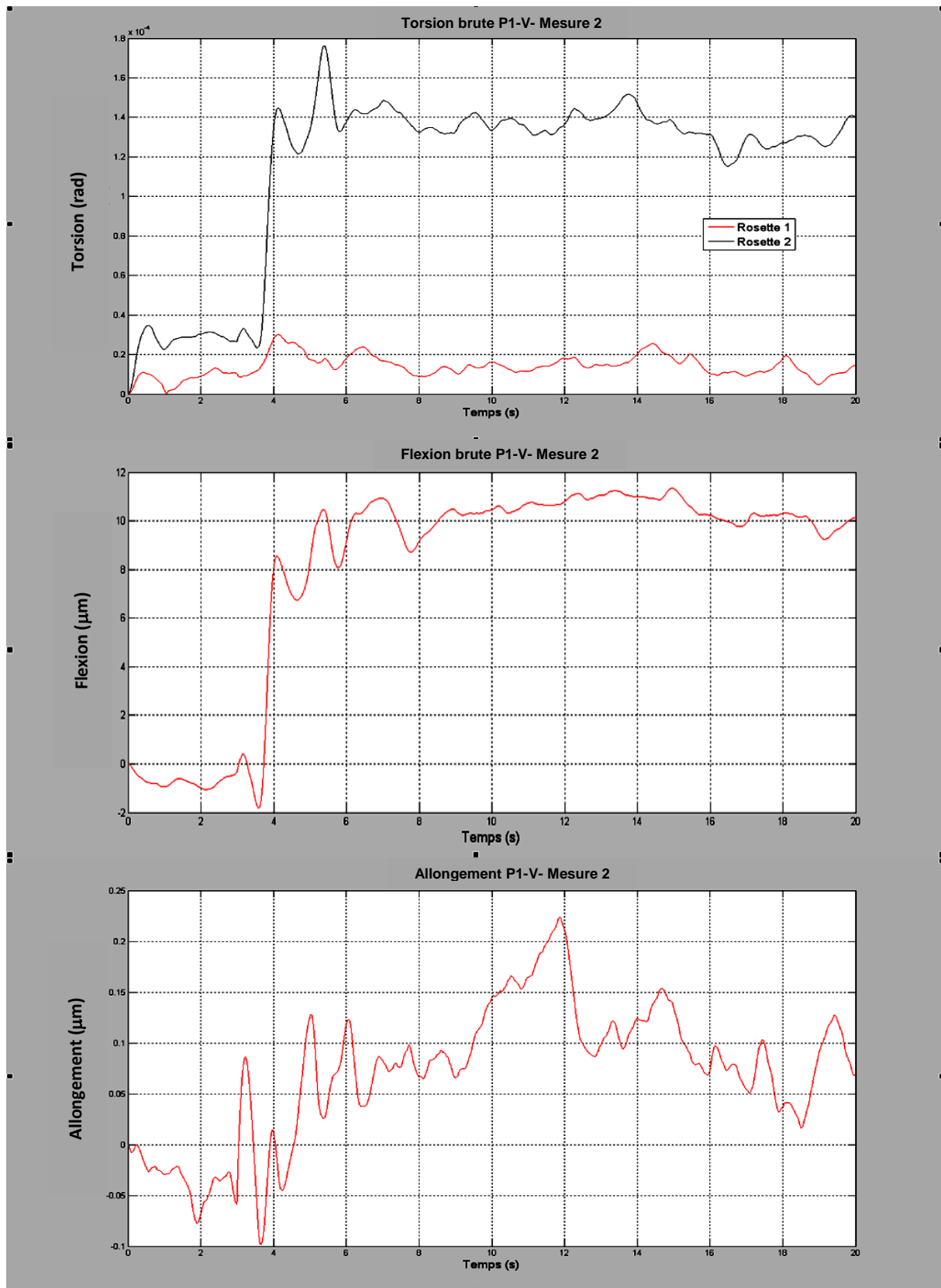


Figure 61: Résultats de des déformations de la position P1-V- Mesure 2

En analysant ces résultats, nous constatons que pour les 4 premières secondes, le bras est généralement au repos. Entre les secondes 4 et 6 les déformations sont plus importantes, ce qui correspond au déplacement du bras à partir de sa position initiale. Nous remarquons que les déformations principales sont de la flexion et de la torsion. Ainsi, pour la suite, nous considérons que l'allongement dû aux sollicitations mécaniques est négligeable et nous étudions la torsion et la flexion.

#### III.2.2.4.3. Récapitulatif des résultats

Les mêmes mesures ont été réalisées pour le même point dans les positions P1-I1 et P1-I2 [Figure 62]. On a également effectué les mêmes mesures pour le deuxième point de la barre étalon (éloigné du bras) (position P2-V) [Figure 63] et ce, afin d'analyser le comportement du bras dans une position plus éloignée dans son volume travail. Les résultats de ces mesures sont illustrés par les figures de l'Annexe IV. Les conclusions sont les mêmes que celles relatives à la position P1-V.

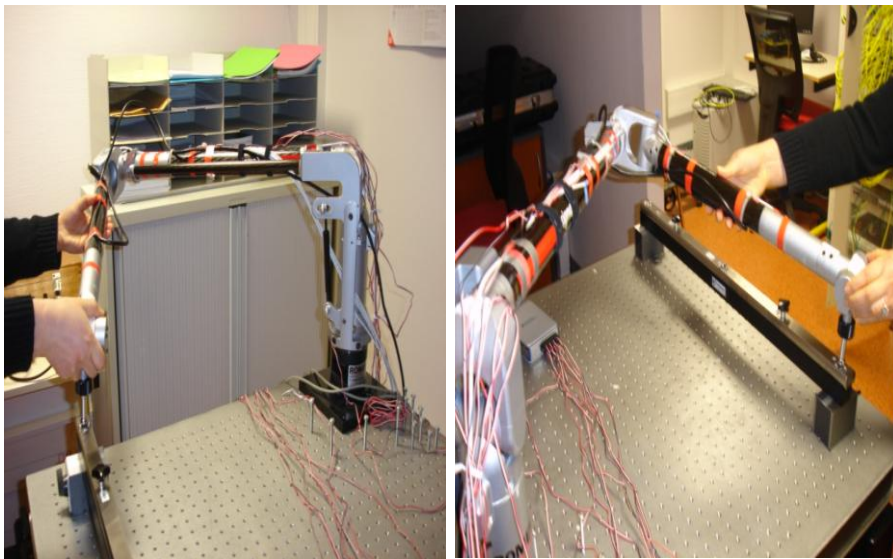


Figure 62: Mesure du premier point de la barre étalon en positions P1-I1 et P1-I2



Figure 63: Mesure du deuxième point de la barre étalon en position P2-V

Les résultats des différentes mesures effectuées sont récapitulés dans le Tableau 8, où T1 et T2 sont respectivement les torsions calculées à partir des rosettes R<sub>1</sub> et R<sub>2</sub> et F est la flexion. Les valeurs indiquées dans ce tableau correspondent à la valeur maximale enregistrée lors de chaque mesure.

|          | P1-V-<br>Mesure1     | P1-V-<br>Mesure2     | P1-I1-<br>Mesure1    | P1-I1-<br>Mesure2    | P1-I2-<br>Mesure1  | P1-I2-<br>Mesure2    | P2-V-<br>Mesure1     | P2-V-<br>Mesure2     | Max                  |
|----------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|--------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| T1 (rad) | 3 10 <sup>-5</sup>   | 4 10 <sup>-5</sup>   | 6 10 <sup>-5</sup>   | 3.5 10 <sup>-5</sup> | 5 10 <sup>-5</sup> | 4 10 <sup>-5</sup>   | 4 10 <sup>-5</sup>   | 3.8 10 <sup>-5</sup> | 1.1 10 <sup>-4</sup> |
| T2 (rad) | 2.1 10 <sup>-4</sup> | 1.8 10 <sup>-4</sup> | 2.4 10 <sup>-4</sup> | 1.2 10 <sup>-4</sup> | 2 10 <sup>-4</sup> | 1.4 10 <sup>-4</sup> | 1.8 10 <sup>-4</sup> | 1.5 10 <sup>-4</sup> | 2.4 10 <sup>-4</sup> |
| F (μm)   | 8                    | 11.5                 | 17.5                 | 16.2                 | 17.2               | 16                   | 14                   | 15                   | 24                   |

Tableau 8: Tableau récapitulatif des résultats de mesures

Pour voir l'influence du vérin, nous avons démonté ce dernier et nous avons refait les mêmes mesures de déformations que celles effectuées au paragraphe précédent. Les résultats obtenus sont du même ordre de grandeur que ceux obtenus précédemment [Tableau 9]. Par conséquent, nous pouvons faire l'hypothèse que le vérin n'a pas d'influence sur les déformations du bras. En fait, le vérin sert juste à l'ergonomie d'utilisation dans la mesure où il minimise fictivement l'effort à exercer pour manipuler le bras.

|          | P1-V               | P1-I1                | P1-I2              | P2-V                 | Max                |
|----------|--------------------|----------------------|--------------------|----------------------|--------------------|
| T1 (rad) | 7 10 <sup>-5</sup> | 3 10 <sup>-5</sup>   | 4 10 <sup>-5</sup> | 6 10 <sup>-5</sup>   | 7 10 <sup>-5</sup> |
| T2 (rad) | 2 10 <sup>-4</sup> | 1.9 10 <sup>-4</sup> | 2 10 <sup>-4</sup> | 1.7 10 <sup>-4</sup> | 2 10 <sup>-4</sup> |
| F (μm)   | 14                 | 18                   | 17                 | 18                   | 18                 |

Tableau 9: Résultats des déformations sans vérin

En examinant les résultats de mesures donnés par les figures 60 et 61 (ainsi que celle de l'annexe IV), nous remarquons que le déplacement du bras au repos de sa position initiale engendre une déformation. Ensuite, lors de l'acquisition de la mesure de point (correspondant aux zones entourées en bleu dans la Figure 60), la déformation enregistrée se stabilise. De ce fait, nous soustrayons la moyenne des valeurs mesurées à partir de la stabilisation des mesures afin d'éliminer la déformation due au déplacement du bras de sa position initiale. Les résultats obtenus sont illustrés par les figures 122 à 129 en Annexe V et récapitulés dans le Tableau 10.

|          | P1-V-<br>Mesure1     | P1-V-<br>Mesure2     | P1-I1-<br>Mesure1    | P1-I1-<br>Mesure2    | P1-I2-<br>Mesure1    | P1-I2-<br>Mesure2    | P2-V-<br>Mesure1     | P2-V-<br>Mesure2     | Max                  |
|----------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| T1 (rad) | 1.5 10 <sup>-5</sup> | 1.5 10 <sup>-5</sup> | 2 10 <sup>-5</sup>   | 2 10 <sup>-5</sup>   | 2 10 <sup>-5</sup>   | 2 10 <sup>-5</sup>   | 1.6 10 <sup>-5</sup> | 1.5 10 <sup>-5</sup> | 2 10 <sup>-5</sup>   |
| T2 (rad) | 7.1 10 <sup>-5</sup> | 5.8 10 <sup>-5</sup> | 6.8 10 <sup>-5</sup> | 4.5 10 <sup>-5</sup> | 6.8 10 <sup>-5</sup> | 6.5 10 <sup>-5</sup> | 5.8 10 <sup>-5</sup> | 7.8 10 <sup>-5</sup> | 7.8 10 <sup>-5</sup> |
| F (μm)   | 3.5                  | 4                    | 8.7                  | 6                    | 7.8                  | 6.5                  | 7.5                  | 7                    | 8.7                  |

Tableau 10: Résultats des déformations corrigées

Nous constatons que, les torsions aux deux extrémités du bras ne sont pas égales, contrairement à l'hypothèse considérée. Ceci peut s'expliquer par la présence de variabilité de la rigidité interne (non prises en compte dans les hypothèses initiales). Ainsi, nous rectifions l'hypothèse en considérant que la rigidité en torsion est variable linéairement ( $\varepsilon$  n'est plus constant), nous procédons donc par intégration :

$$d\alpha = 2 \frac{dx}{R} \varepsilon(x), \text{ d'où } \alpha = \int_0^L 2 \frac{dx}{R} \varepsilon(x) dx = 2 \left[ \frac{x^2}{2R} \varepsilon(x) \right]_0^L = \frac{L^2}{R} \varepsilon(L) = \frac{L^2}{R} \cdot \frac{\varepsilon}{L} = \frac{L\varepsilon}{R} \quad (\text{III.22})$$

On en déduit que l'angle de rotation :  $\alpha = \frac{L\varepsilon}{R_1}$  (III.23)

Ainsi les résultats des déformations calculées après les différentes remarques précédentes sont regroupés dans Tableau 11.

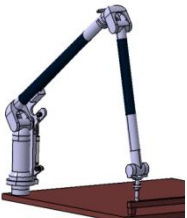
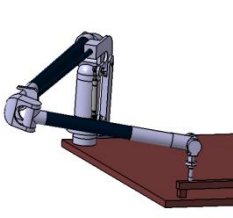
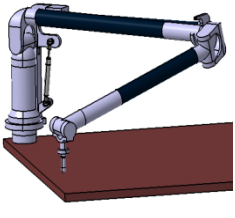
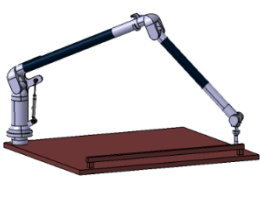
|         |   |   |  |   |
|---------|---|---|--|---|
|         |  |  |  |  |
| T (rad) | $3.6 \cdot 10^{-5}$   | $3.4 \cdot 10^{-5}$   | $3.4 \cdot 10^{-5}$  | $3.9 \cdot 10^{-5}$   |
| F (μm)  | 4   | 8.7   | 7.8  | 7.5   |

Tableau 11: Valeurs de la torsion et de la flexion au premier bras

### III.2.2.5. Vérification des hypothèses effectuées sur une période de temps plus étendue

Afin de vérifier les hypothèses effectuées plus haut, nous avons effectué une série de mesures sur une période de temps plus longue.

Pour commencer, nous avons effectué sept relevés successifs avec les jauges J3 et J4 [Figure 49] pour le bras au repos [Figure 57] et sans déplacer le bras. La durée de chaque relevé est de 20 secondes et nous attendons 20 secondes entre deux relevés successifs. L'objectif de ce test est d'analyser le comportement du bras au repos dans le temps. A cet effet, nous avons calculé l'allongement du bras à partir des résultats de mesures. Les résultats de cette série de mesures sont regroupés dans la Figure 64.

En comparant les trois courbes nous remarquons qu'elles présentent la même allure. Le bras subit une compression au cours des mesures d'environ  $1 \mu\text{m}$ . Ce qui montre que la variation des déformations mesurées est due à la contraction du bras suite à la variation de la température dans la salle et ne représente pas un phénomène d'hystérésis. En effet en regardant, l'évolution de la température de la poutre concernée durant la période de mesure [Figure 65], nous constatons que la température augmente progressivement pour atteindre une variation de  $0.4 \text{ }^\circ\text{C}$ . Ainsi si nous considérons un coefficient de dilatation pour le carbone de  $-0.9 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , nous aurons une contraction d'environ  $0.6 \mu\text{m}$ .

Ensuite, nous avons effectué des mesures successives de la position P1-V [Figure 59], en remettant le bras à chaque fois à sa position de repos [Figure 57] et en le reprenant après environ 4 secondes et ce, pendant une durée totale de 150 secondes. Les résultats de mesures sont schématisés par la Figure 66. Nous déduisons de cette figure que les mesures sont périodiques et répétables et présentent un saut de  $-4$  à  $0.5 \mu\text{m/m}$  à chaque mesure.

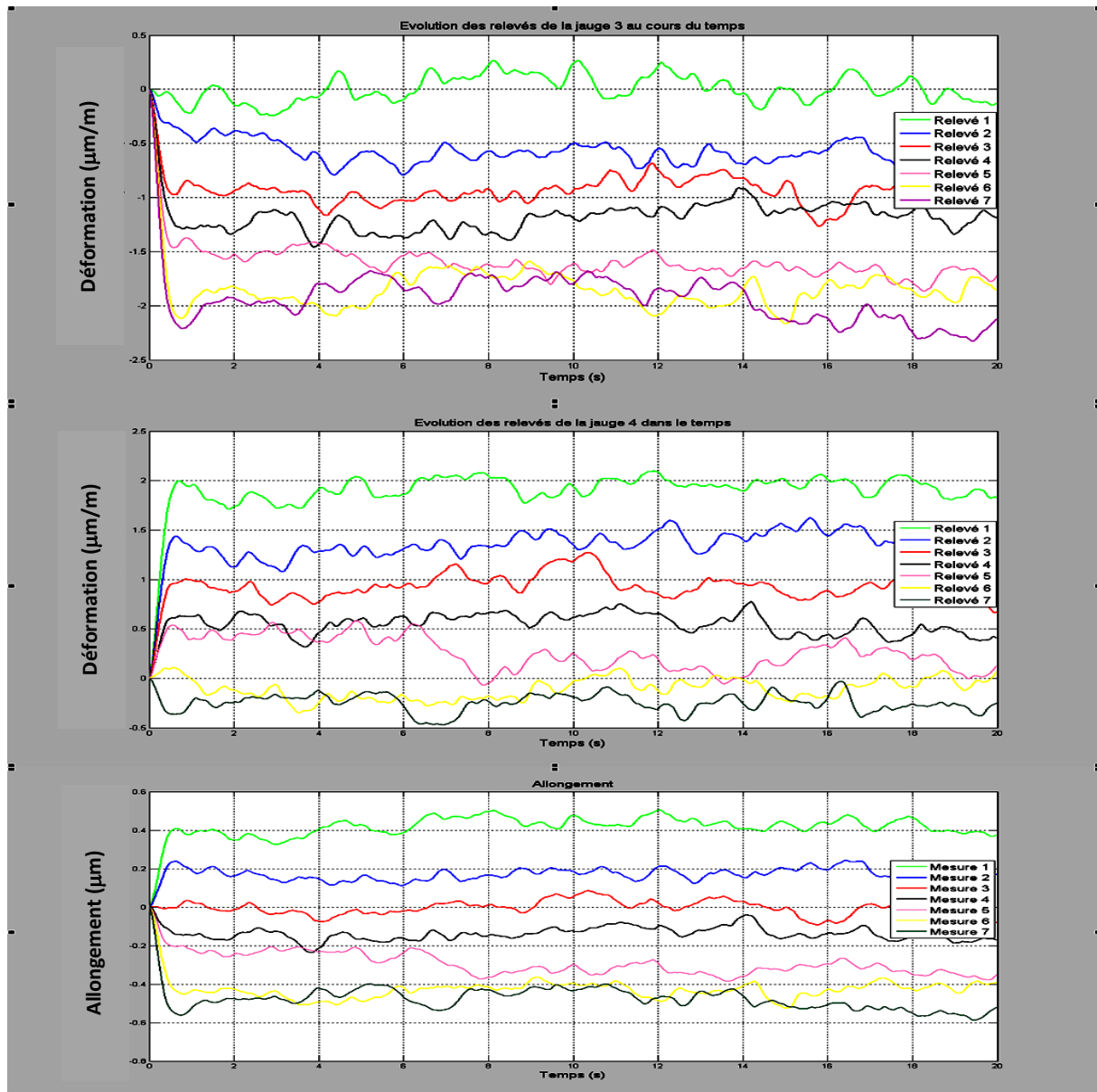


Figure 64: Mesure des déformations à l'état de repos du bras

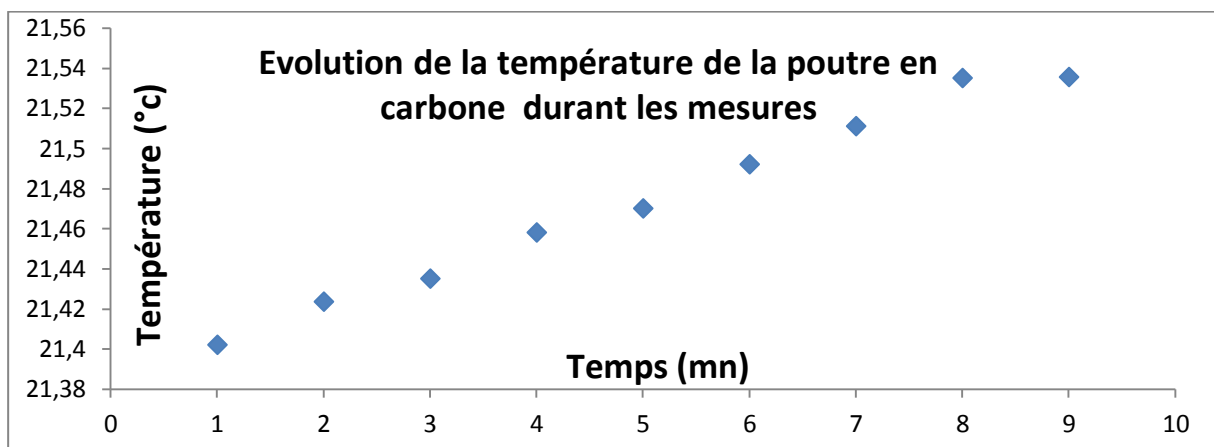


Figure 65: Evolution de la température durant les mesures



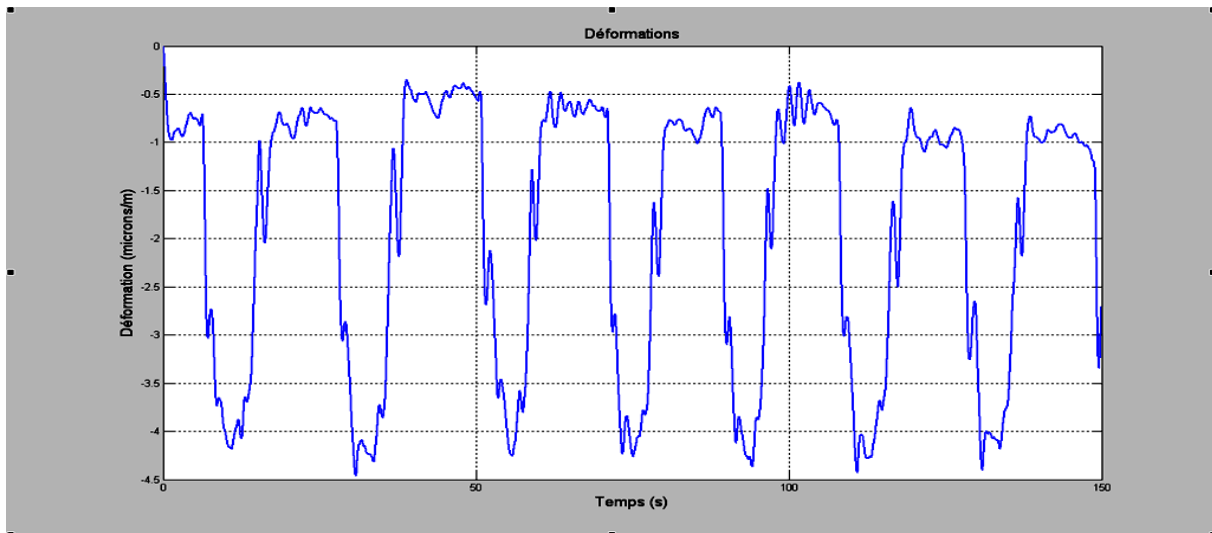


Figure 66: Résultats d'une série de mesures successives pendant 150 secondes avec remise du bras à sa position de repos

Afin d'analyser l'origine de ces sauts, nous avons effectué des acquisitions successives sur la barre étalon [Figure 21] selon le protocole indiqué dans la Figure 54. Le bras est pris de sa position de repos [Figure 57], ensuite nous effectuons une série d'acquisitions sur la barre étalons successivement dans les positions P1-V, P1-I1, et P1-I2. Cette série d'acquisitions est répétée pendant 210 secondes sans remettre le bras à sa position de repos [Figure 57]. Les résultats de ces mesures sont récapitulés dans la Figure 68.

Nous constatons un saut pendant les 10 premières secondes. Ensuite, les mesures se stabilisent pendant toute la durée de mesure et nous enregistrons une variation maximale d'environ  $2 \mu\text{m/m}$  sur la période correspondant aux acquisitions. Ce saut est donc dû au déplacement du bras de sa position de repos. Ceci confirme les hypothèses faites au paragraphe § III.2.2.4.3.

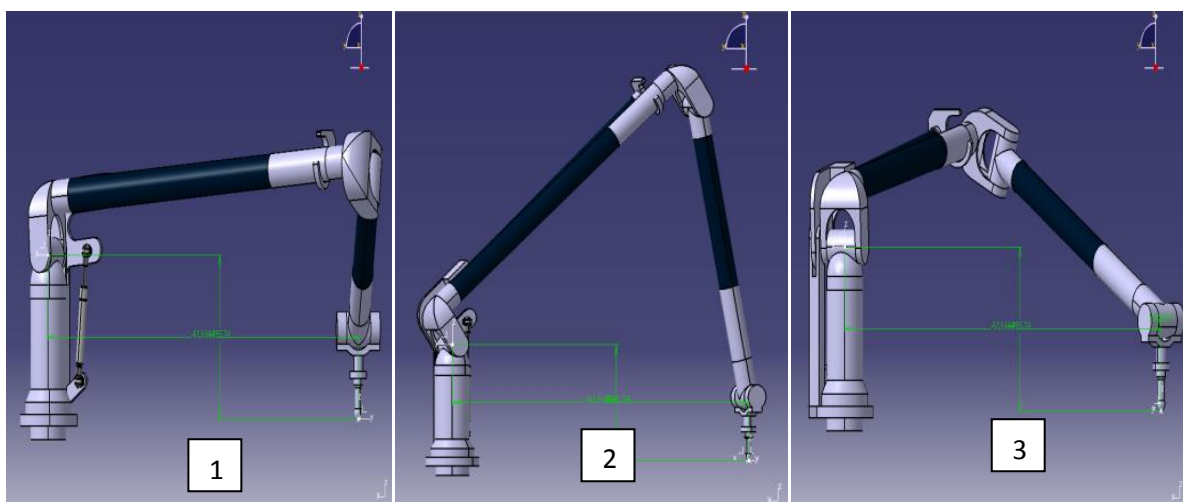


Figure 67: Protocole de mesures



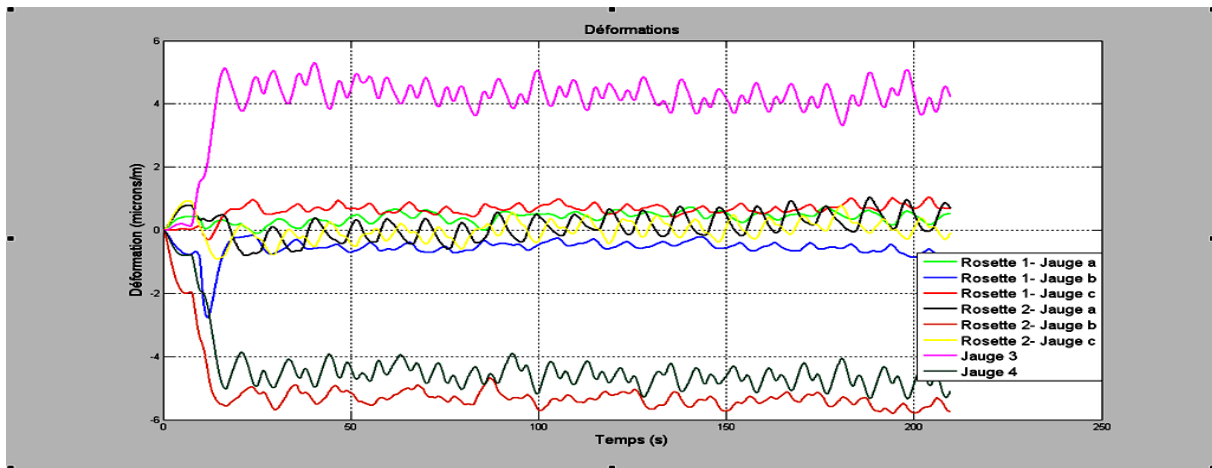


Figure 68: Résultats d'une série de mesures pendant 150 secondes avec remise du bras à sa position de repos

### III.2.2.6. Conclusions

On peut conclure que :

- pour la première poutre :
  - Dans les conditions de laboratoire climatisé, les déformations principales sont la torsion et la flexion ;
  - Les déformations dues à la torsion engendrent des variations angulaires allant de  $3.10^{-5}$  à  $4.10^{-5}$  rad ce qui correspond à une erreur angulaire du codeur C [Figure 49];
  - La flèche due à la flexion engendre le déplacement de l'extrémité du bras de 4 à 9  $\mu\text{m}$  ce qui engendre une erreur angulaire du codeur B [Figure 49].

Les déformations de la deuxième poutre est évaluée par extrapolation en prenant en compte la longueur de la poutre.

- La partie du bras en fibres de carbone se contracte avec l'élévation de la température ce qui fait que la valeur des déformations du bras dans sa position de repos varie dans le temps si on n'effectue pas la remise à zéro ;
- Le bras se déforme lors de son déplacement de sa position initiale et met environ 8 secondes pour revenir à son état initial ;

Pour

- Afin d'étudier l'effet du vérin sur les déformations, nous avons démonté ce dernier et nous avons effectué des mesures de déformations. Nous constatons que le vérin engendre des variations de déformations très faibles et négligeables par rapport aux autres facteurs. Les variations des déformations observées ne sont donc pas dues à l'effet du vérin.
- Pour des mesures effectuées sur des périodes relativement courtes, nous constatons que les mesures de déformations sont répétables et ne présentent pas de phénomène d'hystérésis. Cependant, et étant donné qu'on ne peut pas mesurer sur des périodes plus longues, vu la

limite du matériel utilisé, nous ne pouvons pas confirmer que ce constat reste valable pour des longues périodes. A cet effet, il est nécessaire de réinitialiser les codeurs avant chaque série de mesures afin d'éviter de fausser les résultats dans l'éventualité de présence d'hystérésis.

### III.2.3. Vérification à l'aide d'une simulation par éléments finis

Le bras SIGMA 2025 a été complètement modélisé sous CATIA, puis une simulation par éléments finis sous ABAQUS [8] a été réalisée, afin de valider les hypothèses de comportement des bras adoptées dans la phase expérimentale.

#### III.2.3.1. Caractéristiques des matériaux utilisés

Le bras Sigma 2025 est composé d'environ 40% d'alliage d'aluminium et 60% de composite de fibres de carbone. Ces matériaux sont présentés au paragraphe §I.3.1.

Les caractéristiques des matériaux utilisés dans la conception du bras sont résumées dans le Tableau 12. Les caractéristiques du composite ont été établies par détermination d'un élément isotrope équivalent avec le module composite d'Abaqus.

| Matériau considéré                | Alliage d'aluminium de type AU4G | Composite en carbone à renfort unidirectionnel                              |
|-----------------------------------|----------------------------------|---|
| Module d'Young (GPa)              | E=72                             | E11=200<br>E22=E33=50   |
| Module de cisaillement (GPa)      |                                  | G12=9<br>E13=E23=4,8  |
| Coefficient de poisson ( $\nu$ )  | 0.33                             | 0.3   |
| Densité (kg/m <sup>3</sup> )      | 2750                             | 1650  |
| Diamètre extérieur des tubes (mm) | 40                               | 40  |
| Epaisseur des tubes (mm)          | 2                                | 2   |
| Autres caractéristiques           | Néant                            | Trois couches orientées à :<br>-20°, 0 et 20° par rapport à l'axe des tubes |

Tableau 12: Caractéristiques des matériaux

#### III.2.3.2. Hypothèses

Les déplacements au niveau des liaisons ont été pris en compte directement dans cette simulation. Afin de ne pas trop alourdir le problème, la partie fixe du bras est considérée indéformable. Cette

hypothèse a été vérifiée expérimentalement par mesures de jauges d'extensométrie. Le système d'équilibrage a été remplacé par une force ponctuelle équivalente à la force générée par le vérin. Ainsi, les forces de contact choisies sont les suivantes :

- Actions de l'opérateur, une main supportant le capteur au niveau du codeur F (flèches oranges) et une main proche du codeur D lorsque le bras est incliné (position de droite sur la Figure 69),
- Actions du système d'équilibrage (flèches rouges),
- Actions du champ de pesanteur directement intégrés sur chaque matériau constituant le bras (non représentés),
- Actions de contact au niveau de la liaison avec la base (flèches jaunes) sur le codeur B,
- Actions du capteur (flèches blanches) en contact avec la pièce.

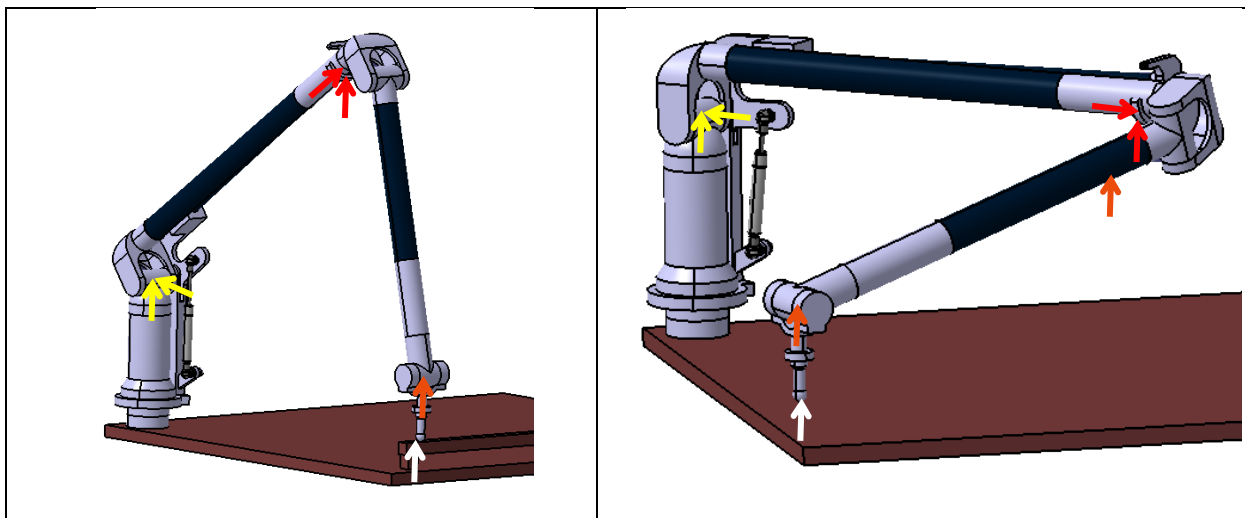


Figure 69: Modélisation des positions étudiées en simulation

### III.2.3.3. Résultats

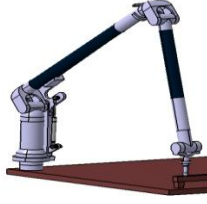
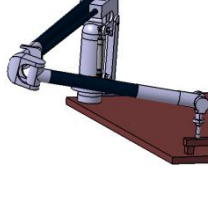
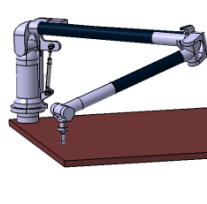
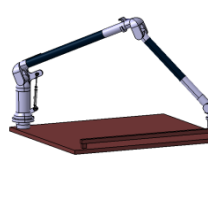
Les résultats de la simulation numérique sont directement comparés à l'expérimentation pour les quatre positions de la Figure 45. Les résultats [Tableau 13] sont donnés au niveau des trois jauges J3, J4 et R2.

Les résultats entre la simulation et l'expérimentation sont cohérents pour les deux positions verticales.

Pour les deux positions inclinées, les résultats de simulation sont surévalués par rapport à la réalité mais le comportement global du bras aux sollicitations extérieures est correct. Cette différence est due :

- à l'incertitude sur les caractéristiques des matériaux composites du bras ;
- aux hypothèses simplificatrices effectuées sur les liaisons dans la simulation. En effet, l'accouplement élastique, permettant de relier les différents éléments de la structure aux codeurs et contribuant à la rigidité de la liaison, n'a pas été modélisé.

L'incertitude expérimentale, à l'aide de jauges d'extensométrie, est de l'ordre de 1  $\mu\text{m}/\text{m}$  comme précédemment.

| Jauge                                  | Type des résultats |  |     |  |     |  |     |  |     |
|--|--------------------|---|-----|---|-----|---|-----|---|-----|
|  |                    | Max   | Min | Max   | Min | Max   | Min | Max   | Min |
| $J_3^5$<br>( $\mu\text{m}/\text{m}$ )  | Simulation         |   | -1  |   | -12 |   | -10 |   | -2  |
|  | Expérimentation    |   | -3  |   | -5  |   | -5  |   | -4  |
| $J_{45}$<br>( $\mu\text{m}/\text{m}$ ) | Simulation         | 2   |     | 12  |     | 12  |     | 2   |     |
|  | Expérimentation    | 4   |     | 5   |     | 5   |     | 4   |     |
| $R_{25}$<br>( $\mu\text{m}/\text{m}$ ) | Simulation         | 1   | 0   | 5   | -6  | 7   | -6  | 2   | -1  |
|  | Expérimentation    | 4   | -4  | 2   | -4  | 4   | -6  | 3   | -4  |

**Tableau 13** : Comparatif entre simulation par éléments finis et expérimentation pour les quatre positions considérées

### III.2.4. Effet des paramètres environnementaux sur la déformation du bras

Les déformations du bras de mesure, déterminées au paragraphe III.2.2, sont mesurées dans une salle climatisée en considérant qu'il n'y a pas de vibrations notables. Or les bras de mesures sont conçus pour être utilisés sur site industriel. A cet effet, nous évaluons dans ce paragraphe l'effet des paramètres environnementaux sur les déformations du bras. Dans une première étape, nous chauffons le bras et nous étudions l'effet de la température sur les déformations. Ensuite, nous plaçons le bras proche d'un pot vibrant pour évaluer l'effet de la vibration sur les déformations.

#### III.2.4.1. Effet de la température sur la déformation du bras

Afin d'évaluer l'effet de la température sur la déformation du bras, nous avons chauffé le bras et nous avons mesuré les déformations du bras dans sa position initiale [Figure 35] à différentes températures. La température initiale moyenne locale au lieu de mesure  $T_i$  est de 24.0 °C.

Les résultats des déformations mesurées au cours de l'échauffement du bras sont regroupés dans Tableau 14 et schématisés par la Figure 70.

<sup>5</sup>  $J_3$  : Jauge compression,  $J_4$  : jauge travaillant en traction,  $R_2$  : 2 directions principales

|                        | Essai 1          | Essaie 2             | Essai 3              | Essai 4              | Essai 5              |
|------------------------|------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| T (°C)                 | 30.0             | 33.0                 | 34.4                 | 35.2                 | 36.3                 |
| T- T <sub>i</sub> (°C) | 6.0              | 9.0                  | 10.4                 | 11.2                 | 12.3                 |
| Allongement (μm)       | -3.5             | -6.2                 | -7.9                 | -9.3                 | -10.7                |
| Flexion (μm)           | 3.5              | 4.8                  | 5.9                  | 6.2                  | 5.9                  |
| Torsion (rad)          | 10 <sup>-3</sup> | 1.8 10 <sup>-3</sup> | 2.2 10 <sup>-3</sup> | 2.4 10 <sup>-3</sup> | 2.6 10 <sup>-3</sup> |

Tableau 14: Résultats des déformations du bras en fonction de la température

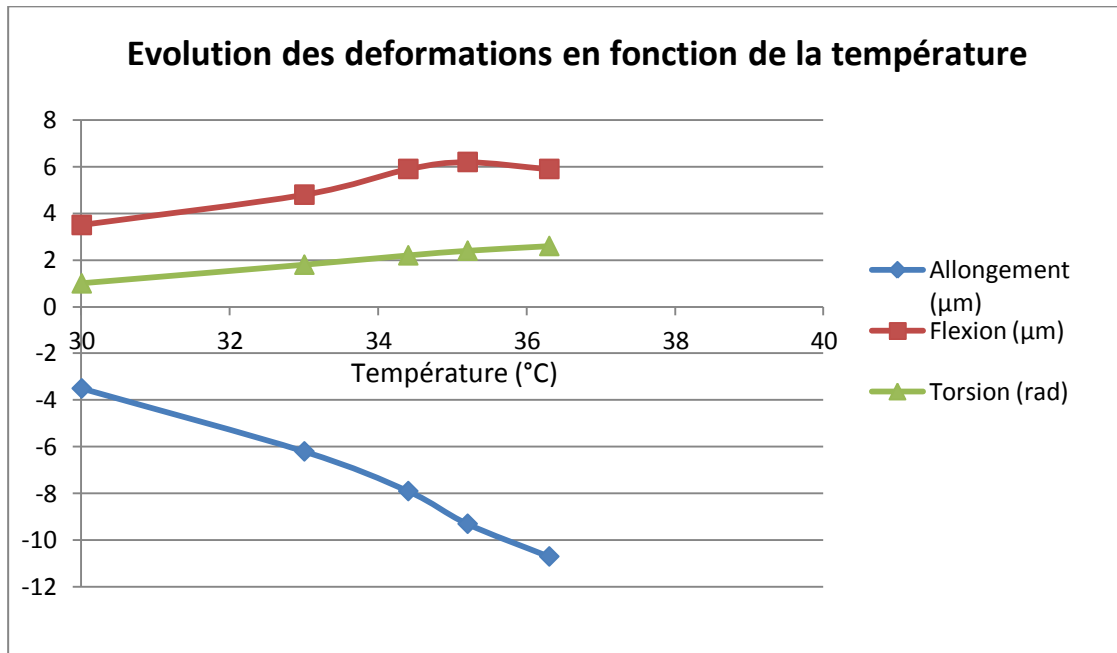


Figure 70: Evolution des déformations du bras en fonction de la température

En analysant ces résultats, nous constatons que :

- Les déformations de la partie en composite du bras de carbone varie linéairement en fonction de la température.
- Le bras en carbone se comprime lorsque la température augmente, ce qui confirme que le coefficient de dilatation du composite en carbone constituant le bras est négatif. Cependant les jauges J3, J4 et la jauge latérale de la rosette R1 [Figure 49] qui sont placées dans la même zone et donc à la même température indiquent des valeurs différentes. Ceci peut s'expliquer par le fait que la dilatation (contraction dans notre cas) du composite n'est pas uniforme. En effet, les jauges d'extensométrie n'étant pas collées de la même manière sur la matrice du composite et leurs surfaces étant plus petites que la maille d'homogénéisation du composite, les déformations mesurées ne sont pas uniformes. Pour une modélisation de l'influence de la température, l'allongement retenu est la moyenne des trois jauges. En considérant ce résultats, on en déduit un coefficient de dilatation du composite négatif et relativement faible (environ  $-1.7 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{K}$ ), ce qui confirme l'hypothèse considérée dans nos travaux précédents que l'allongement des composantes en composite de carbone est négligeable par rapport aux autres déformations, à savoir la flexion et la torsion.

- Le bras soumis seulement à son poids propre, subit, sous l'effet de la température, une déformation en flexion variant de 3 à 6  $\mu\text{m}$  (qui se stabilise au bout de 10 °C) et en torsion s'élevant à environ  $4.10^{-4}$  rad/°C, ce qui justifie l'augmentation de l'erreur de répétabilité des mesures d'environ 0.7  $\mu\text{m}/^{\circ}\text{C}$  due aux déformations subies par les composantes du bras sous l'effet de la température. On en déduit que la température engendre des relâchements de contraintes résiduelles de torsion dans le bras, constitué de carbone tressé. Cette déformation est due à la constitution interne du bras (composite, accouplements élastiques, roulements, liaisons,...).

### III.2.4.2. Effet de la vibration sur la déformation du bras

Par ailleurs, et afin d'évaluer l'effet de la vibration sur la déformation du bras, nous avons placé le bras de mesure proche d'un pot vibrant à fréquence constante d'environ 20 Hz [Figure 37]. La déformation du bras est mesurée dans trois positions différentes [Figure 71] avec et sans vibration. Pour chaque position nous effectuons deux mesures sans vibration et deux mesures avec vibration afin de s'assurer de la répétabilité des mesures effectuées.

Les résultats de ces mesures sont regroupés dans Tableau 15.

En comparant les résultats de mesures, nous en déduisons que la vibration a peu d'effet significatif sur la déformation du bras.

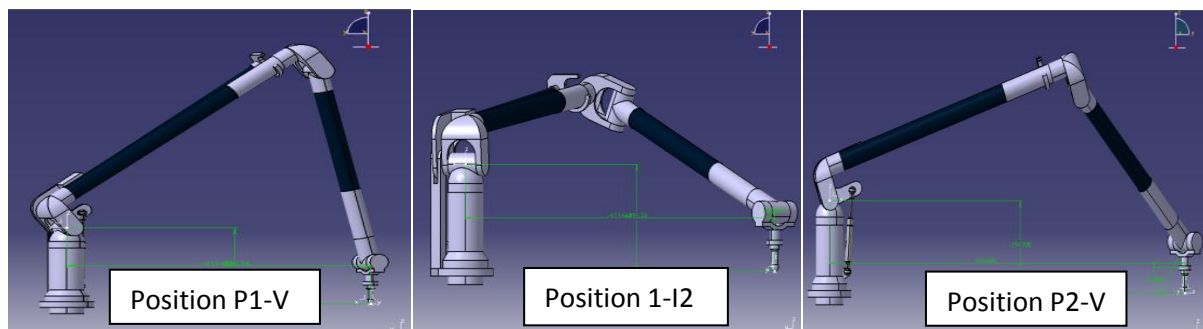


Figure 71: Positions considérées dans l'évaluation de l'effet de la vibration sur la déformation du bras

|                              |                | Position P1-V       |                     | Position P1-I2      |                     | Position P2-V       |                     |
|------------------------------|----------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|                              |                | Essai 1             | Essai 2             | Essai 1             | Essai 2             | Essai 1             | Essai 2             |
| Flexion<br>( $\mu\text{m}$ ) | Sans Vibration | 4                   | 5                   | 10                  | 7                   | 7                   | 4.5                 |
|                              | Avec Vibration | 7                   | 4                   | 7                   | 5                   | 5                   | 4.5                 |
| Torsion<br>(rad)             | Sans Vibration | $3.3 \cdot 10^{-5}$ | $3 \cdot 10^{-5}$   | $3.8 \cdot 10^{-5}$ | $3 \cdot 10^{-5}$   | $3.8 \cdot 10^{-5}$ | $2.5 \cdot 10^{-5}$ |
|                              | Avec Vibration | $3.8 \cdot 10^{-5}$ | $2.4 \cdot 10^{-5}$ | $3 \cdot 10^{-5}$   | $2.5 \cdot 10^{-5}$ | $2.5 \cdot 10^{-5}$ | $2 \cdot 10^{-5}$   |

Tableau 15: Résultats des mesures de déformation sans et avec vibration

### III.3. Réalisation de la simulation Monte Carlo du niveau 1.1.

En exploitant les résultats obtenus par la quantification des paramètres d'influence effectuée aux paragraphes précédents, nous pouvons aborder, dans ce paragraphe la simulation de Monte Carlo de niveau 1.1 en prenant en considération : la résolution des codeurs, les variations des longueurs des poutres sous l'effet de la température et les déformations dues aux efforts extérieurs. La prise en compte de ces différents paramètres et la mise en place de la simulation de Monte Carlo sont détaillées dans les paragraphes suivants.

#### III.3.1. Résolution des codeurs

Les erreurs de position résultant de la résolution des codeurs sont prises dans le modèle comme une fluctuation aléatoire angulaire de chaque codeur dans une distribution uniforme dont la dispersion est la résolution du codeur considéré. La résolution des codeurs est une donnée du fabricant.

#### III.3.2. Variations dimensionnelles des poutres

Les variations de température ont un effet direct sur les dimensions des matériaux. De ce fait, la longueur des poutres du bras de mesure varient en fonction des fluctuations de température. Les poutres sont principalement constituées de composites en fibre de carbone et d'alliage d'aluminium.

La dilation des matériaux est donnée par la loi linéaire :  $\Delta L = \lambda \cdot \Delta T \cdot L$  (III.24)

Où  $\lambda$  est le coefficient de dilatation,  $\Delta T$  est la variation de température considérée et  $L$  est la longueur du composant considéré. Le coefficient de dilatation des pièces en alliage d'aluminium est d'environ  $(24 \pm 1) \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$  et celui des pièces en composite, constitué de fibres de carbone, est estimée à environ  $(-1 \pm 1) \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$ . Les bras de mesure étant principalement utilisés en milieux non climatisés, il est donc essentiel dans la conception de ceux-ci de minimiser au maximum l'emploi des pièces en alliage d'aluminium.

La prise en compte des fluctuations de longueur des différentes pièces constituant le bras de mesure est donc relativement simple à mettre en œuvre, le paramètre est la température, il suffit alors de déterminer les variations de température (distribution et valeurs caractéristiques) et d'écrire pour chaque morceau de tube d'un matériau donné que :  $L_i = L (1 + \lambda \cdot \Delta T_i)$  avec  $\Delta T_i$  et  $L_i$ , respectivement la variation de température et la longueur obtenue pour le tirage  $i$  de la simulation,  $L$  la longueur nominale de la poutre considérée et  $\lambda$  le coefficient de dilation du matériau. Comme expliqué au §II.5.2,  $\Delta T_i = \frac{1.5}{60} \cdot t_i \text{ } ^\circ\text{C}$  pour la partie aluminium du bras manipulée par l'opérateur (C1-D de la Figure 34) et  $\Delta T_i = \frac{0.5}{60} \cdot t_i \text{ } ^\circ\text{C}$  pour les autres parties du bras, où  $t_i$  est la durée de la manipulation en minutes.

#### III.3.3. Erreur sur le coefficient de dilatation

Le coefficient de dilatation des pièces en alliage d'aluminium est d'environ  $(24 \pm 1) \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$  et celui des pièces en composite, constitué de fibres de carbone, est d'environ  $(-1 \pm 1) \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$ .

L'erreur sur ce coefficient est prise en compte dans le modèle sous forme d'une distribution uniforme de dispersion  $10^{-6}$ .

### III.3.4. Prise en compte des déformations de flexion et de torsion

Les torsions sont relativement faciles à prendre en compte dans la simulation. Elles correspondent à une rotation angulaire d'un codeur, à savoir le codeur C pour la poutre principale 1 et le codeur D pour la poutre principale 2.

La prise en compte de la flexion au niveau de la poutre principale 1 est relativement simple dans la mesure où celle-ci est toujours orientée de la même façon. Elle est schématisée par une loi de densité de probabilité uniforme de valeur minimum nulle et de valeur maximale égale à l'angle de flexion correspondante. Cet angle est déterminé par la flèche en bout de pièce divisée par la longueur de la poutre.

La prise en compte de la flexion au niveau de la poutre principale 2 est plus complexe dans la mesure où elle dépend de l'orientation du poignet et de la direction d'accostage de la pièce. Elle peut de ce fait être prise en compte au niveau des codeurs C ou D selon la configuration de la mesure, c'est-à-dire du mesurande et de la stratégie de mesure. Deux stratégies sont possibles :

- Estimer la flexion dans le Monte Carlo de niveau 2 dans la mesure où elle dépend du mesurande (direction de la normale d'accostage)
- Surestimer les incertitudes de mesure en se basant sur les valeurs maximum de flexion obtenue et les imputer aux deux codeurs.

Cette seconde solution est adoptée dans notre travail dans la mesure où la flexion sur le bras principal 2 n'est pas très importante. Pour un bras de nouvelle génération de type Absolute, il faudrait à priori intégrer cette flexion directement au Monte Carlo de niveau 2, si l'on souhaite minimiser les incertitudes de mesure, puisque celui-ci est majoritairement constitué de matériau en composite et de bien définir dans le protocole de mesure la direction d'accostage avec la pièce.

| Composant sollicité                                | Déformation | Codeur impacté           | Distribution | Borne inférieure (rad) | Borne supérieure (rad) |
|--|-------------|--------------------------|--------------|------------------------|------------------------|
| Tube principal 1, compris entre les codeurs B et C | Flexion     | B                        | Uniforme     | 0                      | $+1.4 \cdot 10^{-5}$   |
|  | Torsion     | C                        | Uniforme     | $-4.0 \cdot 10^{-5}$   | $+4.0 \cdot 10^{-5}$   |
| Tube principal 2, compris entre les codeurs D et E | Flexion     | C ou D selon orientation | Uniforme     | $-0.4 \cdot 10^{-5}$   | $+0.4 \cdot 10^{-5}$   |
|  | Torsion     | E                        | Uniforme     | $-2.0 \cdot 10^{-5}$   | $+2.0 \cdot 10^{-5}$   |

Tableau 16: Récapitulatif pour la prise en compte des déformations de flexion et de torsion



### III.3.5. Mise en place de la simulation de Monte Carlo

La simulation de Monte Carlo de niveau 1.1, permettant de quantifier l'erreur sur la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point, a été effectuée en prenant en compte les principales sources d'incertitudes [Tableau 17].

Ce tableau donne les informations fondamentales sur les différentes composantes d'incertitude, la prise en charge dans le modèle numérique et les distributions considérées.

Le programme simulant le processus de mesure par Monte Carlo, donc l'obtention de mesurande, position d'un point, est établi à partir du modèle géométrique (§II.2) dans lequel les différentes composantes identifiées interviennent dans le modèle. A chaque tirage, les composantes fluctuent selon les lois de distributions choisies. Le stockage du résultat du mesurande, à chaque tirage, permet de déterminer la fluctuation possible du mesurande, donc l'incertitude.

| Composante d'incertitude  | Paramètre considéré   | Dispersion  | Unité                   | Loi de probabilité |
|---|---|---|-------------------------|--------------------|
| Résolution des codeurs  | $\Theta_i$ ( $i=1,\dots,6$ )                                    | $\pm 2\pi/2.R_i$<br>$R_i$ est Résolution du codeur considéré  | rad                     | Loi uniforme       |
| Variations dimensionnelles des poutres                                    | $r_1, r_{1b}, d_3, r_3, d_{3b}, r_5, r_{5b}, r_{\text{stylus}}$ | $\pm \lambda.d.\Delta T_i$<br>$\Delta T_i$ est la variation de température<br>$\Delta T_i = \frac{1.5}{60}.t_i$ pour la partie C <sub>1</sub> -D du bras schématisée dans la Figure 34.<br>$\Delta T_i = \frac{0.5}{60}.t_i$ pour les autres parties constituant le bras. | $\mu\text{m}$           | Loi uniforme       |
| Erreur sur le coefficient de dilatation                                   | $\lambda$   | $\pm 10^{-6}$   | $^{\circ}\text{C}^{-1}$ | Loi uniforme       |
| Torsion du tube principal 1, compris entre les codeurs B et C [Figure 41] | $\Theta_3$  | $\pm \text{Tor}_i$<br>$\text{Tor}_i$ est la torsion du tube en carbone  | rad                     | Loi uniforme       |
| Torsion du tube principal 2, compris entre les codeurs D et E [Figure 41] | $\Theta_5$  | $\pm \text{Tor}_i$<br>$\text{Tor}_i$ est la torsion du tube en carbone  | rad                     | Loi uniforme       |
| Flexion du tube principal 1, compris entre les codeurs B et C [Figure 41] | $\Theta_2$  | $0+f_i/675$<br>$f_i$ est la flèche à l'extrémité du tube  | rad                     | Loi uniforme       |
| Flexion du tube principal 2, compris entre les codeurs D et E [Figure 41] | $\Theta_3$ et $\Theta_4$  | $\pm f_i/500$<br>$f_i$ est la flèche à l'extrémité du tube  | rad                     | Loi uniforme       |

Tableau 17: Récapitulatif des sources d'incertitudes prises en comptes dans la simulation pour un bras Sigma 2025

### III.3.6. Détermination du nombre d'itérations nécessaires pour la stabilisation de la simulation de Monte Carlo

Le supplément 1 du GUM [1] recommande d'effectuer  $10^6$  simulations de Monte Carlo. Cependant, afin d'optimiser le temps de calcul, nous avons effectué une simulation Monte Carlo pour la position P1-V [Figure 45] en faisant varier le nombre d'itérations entre 100 et  $10^6$  en augmentant le nombre d'itérations : par 100, puis par 1000, puis par 10000, puis par 100000 et ce, pour étudier la stabilité de la simulation de Monte Carlo considérée. Nous avons analysé l'évolution des incertitudes-types obtenues respectivement sur les coordonnées X, Y et Z du point mesuré en fonction du nombre d'itérations.

Nous remarquons que l'incertitude-type sur les coordonnées X, Y, Z se stabilise à partir de  $10^4$  itérations. En effet, cette incertitude-type n'évolue pas en fonction du nombre d'itérations dans l'intervalle allant de  $10^4$  à  $10^6$  simulations [Figure 72]. Elle présente une la variation maximale sur l'incertitude-type obtenue dans l'intervalle allant de  $10^4$  à  $10^6$  itérations de  $0.1\ \mu\text{m}$  sur X et Y et de  $0.0\ \mu\text{m}$  sur Z. Cette variation est négligeable par rapport à l'incertitude-type. Nous en déduisons donc que la simulation de Monte Carlo est stable entre l'intervalle allant de  $10^4$  à  $10^6$  simulations. Ainsi, nous pouvons conclure qu'une simulation Monte Carlo de  $10^4$  itérations nous permet d'estimer l'incertitude-type sur un point mesuré de manière stable.

Le nombre d'itérations considéré pour les simulations de Monte Carlo réalisées dans notre travail sera donc de  $10^4$ .

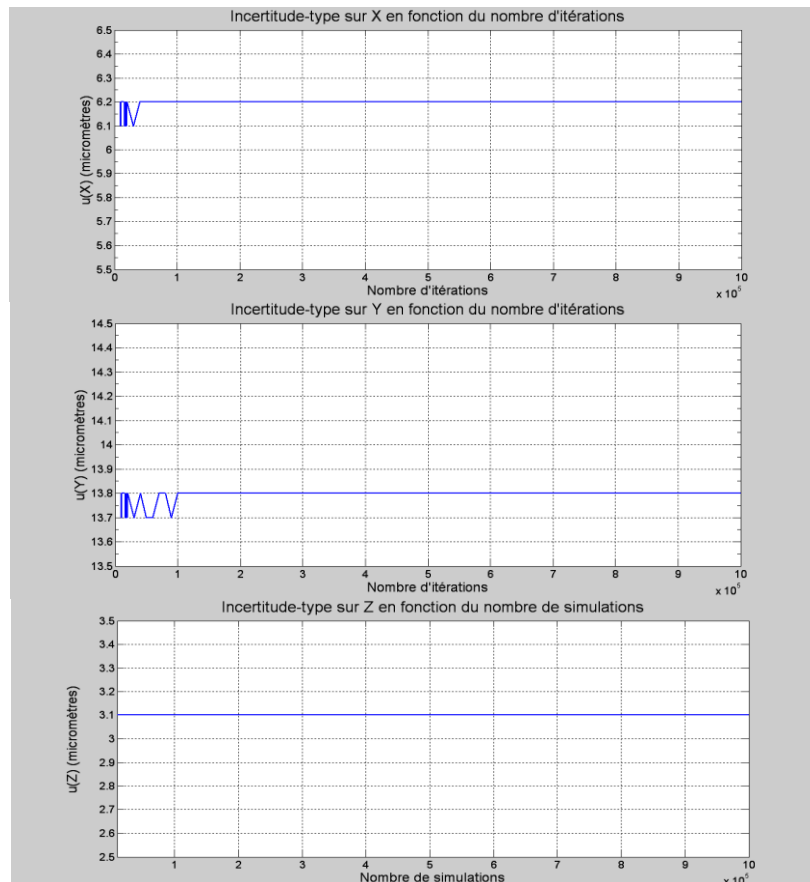


Figure 72: Evolution des incertitudes-types sur X, Y et Z du point mesuré en fonction du nombre d'itérations

### III.3.7. Résultats de la simulation de Monte Carlo de niveau 1.1

Une première simulation de Monte Carlo de niveau 1.1 est réalisée sur une durée de cinq minutes correspondant à la durée de mesure de répétabilité d'un point et ce, afin de comparer entre les deux résultats. Cette simulation a été effectuée aux quatre positions types étudiées [Figure 45].

Les résultats de cette simulation sont présentés dans le Tableau 18.


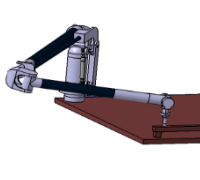
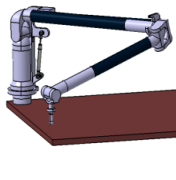
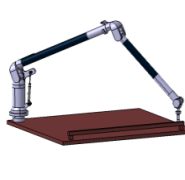
|   |                                  |  |  |  |  |
|---|----------------------------------|---|--|---|---|
| Incertitude-type<br>Simulation de<br>Monte Carlo<br>( $\mu\text{m}$ ) | $\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ | 15.8  | 6.9  | 8.1   | 18.0  |
|   | $\sigma_z$                       | 3.1   | 12.4   | 12.8  | 6.4   |
| Répétabilité<br>Ecart-type<br>( $\mu\text{m}$ )                       | $\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ | 12.2  | 8.7  | 8.8   | 10.5  |
|   | $\sigma_z$                       | 7.2   | 7.8  | 7.8   | 10.1  |

Tableau 18: Comparatif des mesures de répétabilité et évaluation des incertitudes-types

Les incertitudes-type obtenues par simulation de Monte Carlo pour un bras Sigma de type 2025 sont présentées dans le Tableau 19 pour les différentes composantes d'incertitude.

Nous en déduisons que :

- Ces résultats sont relativement cohérents avec les résultats de répétabilité effectués pour la mesure d'un point sur la barre étalon en invar [Figure 21], ce qui permet de dire que le modèle élaboré au niveau 1.1 est convenable et robuste (qui prend en compte les principales causes d'incertitudes).
- Le comportement du bras de mesure est différent selon la configuration de mesure ce qui a été également vérifié lors de l'étude expérimentale sur la répétabilité des mesures de point. De ce fait, si on veut affiner l'évaluation des incertitudes et prendre en compte celle-ci en fonction de la configuration du bras, une étude de répétabilité n'est pas suffisante. Il faut pour cela utiliser le modèle adéquat. Ce modèle prend en compte, par exemple, la fluctuation des déformations en fonction de la position des codeurs.
- La source d'incertitude prépondérante est la déformation en torsion du bras provoqué par l'action de l'opérateur. Cette composante représente, en moyenne pour les quatre configurations considérées, environ 53% de l'incertitude-type globale.
- Pour les positions P1-V et P2-V [Figure 45], l'incertitude-type dans le plan est plus importante que celle selon la direction verticale. Pour les positions P1-I1 et P1-I2 [Figure 45], l'incertitude-type selon la direction verticale est plus importante que celle dans le plan. Ceci rejoint la remarque précédente puisque la déformation en torsion est plus importante dans

le plan pour les positions P1-V et P2-V et selon la direction verticale pour les positions P1-I1 et P1-I2.

- La seconde source d'incertitude prépondérante est la résolution des codeurs angulaires. Cette composante représente, en moyenne pour les quatre configurations considérées, environ 28 % de l'incertitude-type globale. Ceci explique le fait que l'incertitude-type varie d'une configuration à l'autre, observé lors de l'étude de la répétabilité. Cette différence est due d'une part à l'effort exercé par l'opérateur, et d'autre part à la configuration angulaire des différents codeurs.
- L'effet de la déformation en flexion du bras provoqué par l'action de l'opérateur est relativement faible comparé à celui de la torsion. Cette composante représente, en moyenne pour les quatre configurations considérées, environ 16 % de l'incertitude-type globale.
- L'effet de l'allongement des poutres provoqué par l'échauffement du bras par l'opérateur est très faible dans cette simulation. Cette composante représente, en moyenne pour les quatre configurations considérées, environ 3 % de l'incertitude-type globale. Ceci est dû au fait que la durée de manipulation considérée est relativement faible (5 minutes). Ainsi et afin d'évaluer l'effet de cette composante sur une durée de mesure plus longue, nous effectuons dans ce qui suit une simulation de Monte Carlo pour une durée de 120 minutes.


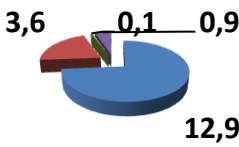
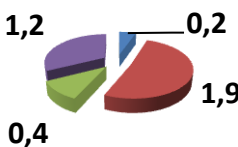

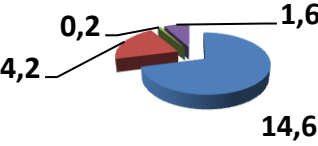

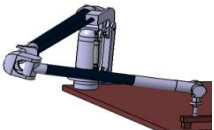
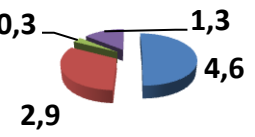
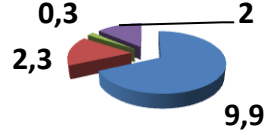
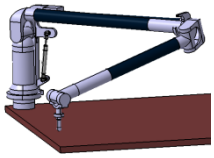
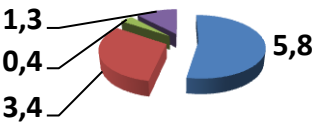
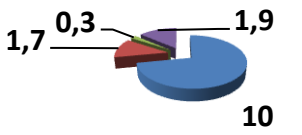
| Positions considérées   | Incertitude-type ( $\mu\text{m}$ ) dans le plan horizontal   | Incertitude-type ( $\mu\text{m}$ ) en direction verticale                             |
|---|--|---|
|  |   |  |
|  |   |  |
|  |   |  |
|  |   |   |
| Légende   | <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <span><span style="color: blue;">■</span> Torsion</span> <span><span style="color: green;">■</span> Allongement</span> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <span><span style="color: red;">■</span> Résolution des codeurs</span> <span><span style="color: purple;">■</span> Flexion</span> </div> |   |

Tableau 19: Incertitudes-type obtenues par la simulation de Monte Carlo pour un bras Sigma 2025

### Chapitre III : Modélisation et simulation de Monte Carlo

Comme indiqué plus haut et afin d'évaluer l'effet de l'allongement des poutres provoqué par l'échauffement du bras par l'opérateur, une deuxième simulation de Monte Carlo de niveau 1.1 sur une durée de 120 minutes a été effectuée pour les quatre positions étudiées.

Les résultats de cette sont présentés dans le Tableau 20.

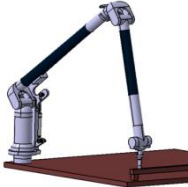
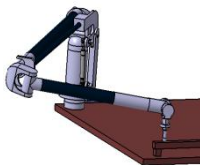
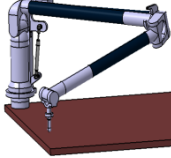
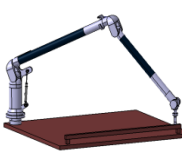
|                           |                                  |   |   |   |   |
|---------------------------|----------------------------------|---|---|---|---|
|                           |                                  |  |  |  |  |
| Incertitude-type (μm)     | $\sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$ | 16.2  | 11.0  | 11.5  | 19.1  |
| Simulation de Monte Carlo | $\sigma_Z$                       | 10.7  | 14.2  | 14.3  | 10.5  |

Tableau 20: Résultats de la simulation de Monte Carlo sur 120 minutes

Les incertitudes-type obtenues par simulation de Monte Carlo pour un bras Sigma de type 2025 sont présentées dans le Tableau 21 pour les différentes composantes d'incertitude.

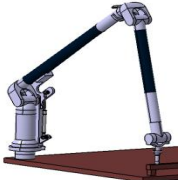
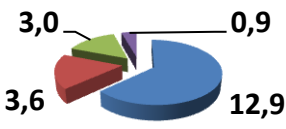
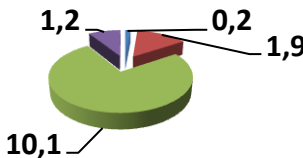

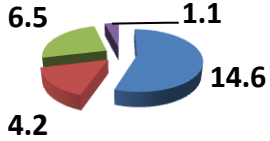
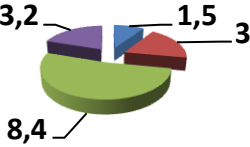
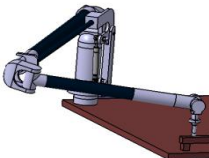
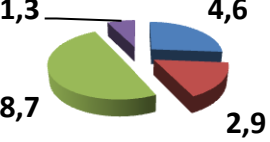
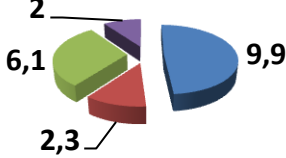
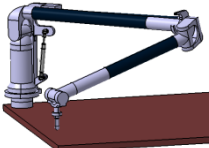
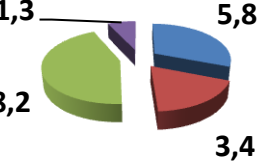

| Positions considérées   | Incertitude-type (μm) dans le plan horizontal  | Incertitude-type (μm) en direction verticale  |
|---|--|---|
|  |   |  |
|  |   |  |
|  |   |  |
|  |   |  |
| Légende   | <div> <div style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: blue; margin-right: 5px;"></div> Torsion         <div style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: green; margin-left: 20px; margin-right: 5px;"></div> Allongement       </div> <div> <div style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: red; margin-right: 5px;"></div> Résolution des codeurs         <div style="display: inline-block; width: 10px; height: 10px; background-color: purple; margin-left: 20px; margin-right: 5px;"></div> Flexion       </div> |   |

Tableau 21: Incertitudes-type obtenues par la simulation de Monte Carlo sur 120 minutes pour un bras Sigma 2025

Si on compare entre les résultats obtenus pour 5 minutes avec ceux obtenus sur une durée de 120 minutes [Tableau 22], on constate que l'incertitude a considérablement augmenté suivant l'axe z pour les positions P1-V et P2-V et dans le plan XY pour les positions P1-I1 et P1-I2 [Figure 45]. Cette augmentation est due à l'allongement des composantes du bras sous l'effet de la température [Tableau 21]. En effet, dans cette simulation de Monte Carlo cette composante devient la source d'incertitude prépondérante. Elle représente, en moyenne pour les quatre configurations considérées, environ 41% de l'incertitude-type globale. La deuxième composante prépondérante est la déformation en torsion provoquée par l'action de l'opérateur. Cette composante représente, en moyenne pour les quatre configurations considérées, environ 36 % de l'incertitude-type globale.

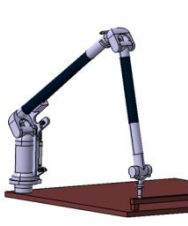
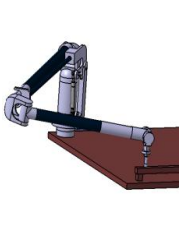
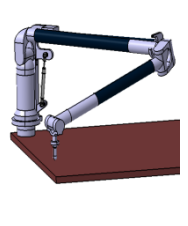

|                                      |                                  |  |  |  |  |
|--------------------------------------|----------------------------------|---|---|---|---|
| Incrtitude-type sur 5 minutes (μm)   | $\sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$ | 15.8  | 6.9   | 8.1   | 18.0  |
|                                      | $\sigma_Z$                       | 3.1   | 12.4  | 12.8  | 6.4   |
| Incrtitude-type sur 120 minutes (μm) | $\sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$ | 16.2  | 11.0  | 11.5  | 19.1  |
|                                      | $\sigma_Z$                       | 10.7  | 14.2  | 14.3  | 10.5  |

Tableau 22: Comparatif entre l'évaluation des incrtitudes-types de la simulation de Monte Carlo sur 5 et 120 minutes

### III.4. Niveau1.2 : Détermination des dispersions des paramètres géométriques

#### III.4.1. Détermination des erreurs sur les paramètres géométriques

Le travail réalisé jusqu'à présent, consistait à étudier l'incertitude de mesure due aux erreurs non-géométriques.

Ne disposant pas des valeurs des paramètres géométriques obtenues par la procédure d'étalonnage de Romer, nous avons utilisé les valeurs nominales des paramètres géométriques dans notre étude. Les longueurs des composantes considérées sont les longueurs nominales données par le fabricant et les valeurs des angles  $\theta_i$  sont calculées approximativement par rapport aux valeurs initiales  $\theta_{i0}$ . Cette erreur est négligeable pour une estimation des incertitudes de mesure sur un point. Nous constatons une différence de quelques millimètres entre les coordonnées calculées par le modèle et les coordonnées mesurées par le bras. Ceci est dû au fait que les valeurs des paramètres intégrées dans le modèle de DH (dimensions et angles d'initialisation des codeurs) ne sont pas précisément déterminées. En effet, les coordonnées du point mesuré dans le repère fixe sont calculées en fonction de ses paramètres géométriques. Cependant pour affiner le modèle, nous procédons, dans cette partie, à l'étalonnage géométrique du bras afin de minimiser les erreurs sur les paramètres

géométriques (longueurs, angles et décalages articulaires) qui interviennent dans le calcul du modèle géométrique.

La constitution des bras se rapprochant de celle des robots, les méthodes d'étalonnage développées pour la commande de ces derniers peuvent être utilisées. De nombreuses méthodes ont été proposées d'une manière générale pour l'identification des paramètres géométriques des robots série. On peut classer ces méthodes en deux catégories principales : d'un côté les méthodes d'étalonnage externe (en boucle ouverte) et de l'autre les méthodes en boucle fermée [15][T. 8]. Les méthodes d'étalonnage en boucle ouverte sont basées sur la mesure à l'aide de capteurs externes de certains points de localisation par rapport à un repère fixe de référence, pour un nombre suffisant de configurations du bras, ce qui nécessite un système externe.

Pour les méthodes d'étalonnage en boucle fermée ou méthodes autonomes, l'étalonnage est réalisé par l'imposition de certaines contraintes au capteur et à l'outil sans l'intermédiaire d'un système de mesure.

Chaque méthode d'étalonnage est composée de quatre étapes : un processus de modélisation des paramètres géométriques, un algorithme d'identification des paramètres, un système de mesure et une implémentation des paramètres géométriques et vérification 0 .

Nous ne réalisons pas d'étalonnage en boucle ouverte car elles ne correspondent pas à la réalité « physique » de la mesure. Un système externe met (ou non) des contraintes différentes de celles rencontrées lors de l'utilisation réelle du bras et on introduit alors des erreurs de justesse.

Dans notre cas, nous disposons d'une barre étalon en invar dont nous connaissons la distance étalonée entre les deux points extrêmes «  $D_{\text{étal}}$  ». Nous nous basons donc dans notre étalonnage, sur la méthode autonome en minimisant les écarts entre les distances mesurées et la distance étalon.

#### III.4.1.1. Modélisation des paramètres géométriques du bras

Le bras a été modélisé en utilisant le paramétrage de Denavit Hartenberg. Cette phase a été détaillée dans le paragraphe § II.1.2.

#### III.4.1.2. Identification des paramètres

Nous effectuons une série de mesures et nous calculons la distance entre les points extrêmes de la barre étalon  $D_{\text{étal}}$  à travers le modèle DH. La distance calculée est notée  $D_{\text{modèle}}$ . Cette distance est déterminée en utilisant la formule suivante :  $D_{\text{modèle}} = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2 + (Z_1 - Z_2)^2}$ , avec  $(X_1, Y_1, Z_1)$  et  $(X_2, Y_2, Z_2)$  sont les coordonnées respectifs des deux points extrêmes de la barre étalon. Ces coordonnées sont calculées à travers le modèle de DH, en fonction des orientations articulaires  $\theta_i$  relatives à chaque point, selon la formule suivante :

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \\ U_i \end{pmatrix} = {}^0T_1 \cdot {}^1T_{1b} \cdot {}^2T_2 \cdot {}^3T_3 \cdot {}^3T_{3b} \cdot {}^4T_4 \cdot {}^5T_5 \cdot {}^5T_{5b} \cdot T_6 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ r_{\text{stylus}} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{III.25})$$

où  ${}^{i-1}T_i = \begin{pmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & d_i \\ \cos(\alpha_i)\sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i)\cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i) & -r_i\sin(\alpha_i) \\ \sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & \sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & \cos(\alpha_i) & r_i\cos(\alpha_i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  est la matrice de transformation entre le repère  $R_{i-1}$  et  $R_i$ .

Les paramètres relatifs au modèle DH, utilisées dans cette formule, sont regroupés dans le Tableau 6.

Dans les méthodes d'optimisation, on minimise la somme des écarts quadratiques,  $\psi$ , donnée par :

$$\psi = \sum_{i=1}^n (r_i(X))^2. \quad (\text{III.26})$$

Etant donné que le modèle géométrique n'est pas linéaire, il n'est pas possible de trouver une solution analytique pour l'équation d'identification des paramètres. Par conséquent, la résolution de ce système passe obligatoirement par des procédures itératives d'optimisation non linéaire. La méthode de résolution classique utilisée dans la résolution de ces problèmes est la méthode de Gauss-newton. Cette méthode d'optimisation fournit une évaluation des paramètres d'un modèle de régression non linéaire en minimisant la somme des carrés des résidus du modèle.

Les paramètres d'un modèle de régression non linéaire sont estimés en minimisant une fonction qui se présente en général sous la forme suivante :  $f(X) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (g_i(X))^2$  (III.27)

La fonction  $\psi$  peut s'écrire aussi  $\psi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (r_i(X))^2$  (III.28)

Si on considère  $e_i$  la valeur absolue de l'écart entre la distance étalonnée «  $D_{\text{étal}}$  » (constante) et la distance calculée par le modèle «  $D_{\text{modèle}}$  » (variable),  $e_i = |D_{\text{modèle}} - D_{\text{étal}}|$ . (III.29)

Si on note,  $r_i = \sqrt{e_i}$ , notre système revient donc à minimiser  $\psi = \sum_{i=1}^n e_i$ . (III.30)

$$\psi = f(r_1, \theta_{10}, r_{1b}, \alpha_2, \theta_{20}, r_3, d_3, \alpha_3, \theta_{30}, r_{3b}, d_{3b}, \alpha_4, \theta_{40}, r_5, \alpha_5, \theta_{50}, r_{5b}, \alpha_6, \theta_{60}, r_7) \quad (\text{III.31})$$

Si on note  $X$  le vecteur des paramètres  $(r_1, \theta_{10}, r_{1b}, \alpha_2, \theta_{20}, r_3, d_3, \alpha_3, \theta_{30}, r_{3b}, d_{3b}, \alpha_4, \theta_{40}, r_5, \alpha_5, \theta_{50}, r_{5b}, \alpha_6, \theta_{60}, r_7)$ , on a :  $\psi = p(X)$  (III.32)

Ceci nécessite la résolution d'une équation non linéaire à  $n_p$  inconnues (définis dans le Tableau 23) avec  $n_p = 20$ .

Pour ce faire, on dérive cette fonction par rapport à chacun des 20 paramètres et on cherche les solutions qui annulent ces dérivées partielles.

L'algorithme de Gauss-newton permet de résoudre ce système en se basant sur un développement en série de Taylor au voisinage des valeurs initiales des paramètres.

Le principe de la méthode de Gauss-Newton [30] est le suivant :

On utilise généralement la fonction vectorielle  $F : P^{n_p} \times P^n$  définie par :

$$F(X) = \begin{pmatrix} g_1(X) \\ \vdots \\ g_n(X) \end{pmatrix} \quad (\text{III.33})$$



On a donc :

$$f(X) = \frac{1}{2} F(X)^T F(X) \quad (III.34)$$

et le gradient de f est :

$$\nabla f(X) = \sum_{i=1}^n g_i(X) \nabla g_i(X) = J_F(X)^T J_F(X) \quad (III.35)$$

avec  $J_F(X)$  la matrice jacobienne de F.

Le Hessien de f s'écrit :

$$\nabla^2 f(X) = \sum_{i=1}^n \nabla g_i(X) \nabla g_i(X)^T + \sum_{i=1}^n g_i(X) \nabla^2 g_i(X) = J_F(X)^T J_F(X) + \sum_{i=1}^n g_i(X) \nabla^2 g_i(X) \quad (III.36)$$

Le deuxième terme est assimilé à une fonction de sensibilité de second ordre et peut donc être négligé. Le Hessien est donc défini en fonction du premier terme uniquement comme suit :

$$R(X) = J_F(X)^T J_F(X) \quad (III.37)$$

Pour résoudre un tel problème il faut que le nombre d'équations algébriquement indépendantes soit égal au nombre d'inconnues+1. Chaque configuration nous donne 4 paramètres identifiés ( $r_i$ ,  $d_i$ ,  $\alpha_i$  et  $\theta_i$ ), nous avons donc besoin de  $20/4+1$  configurations soit au minimum 6 configurations.

#### III.4.1.3. Mesures

Comme indiqué au paragraphe précédent, le nombre minimum de positions pour résoudre le système permettant de minimiser la somme quadratique des écarts entre la distance mesurée et la distance étalon est de six.

Ainsi, dans notre processus d'étalonnage, nous avons considéré la mesure de distance entre les deux points extrêmes de la barre étalon dans huit positions dans le volume de travail du bras conformément aux positions préconisées par l'ASME.B.89 [Figure 73]. Cette répartition de positions que nous avons considérée consiste à placer la barre étalon respectivement dans les directions X et Y du référentiel fixe lié au bras à trois hauteurs différentes, soit : directement sur la table, en hauteur par rapport à la table et inclinée de  $45^\circ$  par rapport à la table [Figure 73].



Figure 73: Positions considérées dans le processus d'étalonnage

#### III.4.1.4. Implémentation des paramètres géométriques et vérification

L'algorithme de Gauss Newton pour minimiser la fonction  $\psi$ , a été implémentée sur le modèle de DH développé pour le bras Sigma 2025 en utilisant le programme de développement Mathematica 9.0.

Les paramètres de DH optimisés calculés par la simulation par la méthode de Gauss-Newton sont donnés dans le Tableau 23.

Les paramètres  $r_1$  et  $r_{1b}$  ne sont pas optimisés étant donné que la dérivée partielle de la fonction  $\psi$  par rapport à ces deux paramètres est nulle. Ceci rejoint le fait que la description de Khalil considère que deux liaisons successives perpendiculaires forment une rotule à doigt et par conséquent on leur associe un seul repère. D'où, Romer a choisi comme origine de son repère initial le centre de la deuxième articulation. La non détermination de ces deux distances n'est pas critique car il s'agit d'une simple translation du repère par rapport à la base du bras.

Si nous intégrons à notre modèle les valeurs moyennes des paramètres calculés par cette méthode, la somme des écarts sur les huit positions considérées passe de 180.8 mm à 0.3  $\mu\text{m}$  [Tableau 24].

Afin de vérifier la pertinence de la méthode de Gauss-Newton dans l'identification des paramètres permettant de réduire l'écart entre la distance calculée par le modèle et la distance nominale, nous avons résolu le système en utilisant deux autres méthodes à savoir :

-la méthode de Newton-Raphson [T. 11] qui est utilisée pour trouver numériquement une approximation précise d'un zéro d'une fonction. Cette méthode se base aussi sur un développement de Taylor de la fonction  $f(X)$  qu'on cherche à minimiser.

-et la méthode de Levenberg-Marquardt [5] qui est une amélioration de la méthode de Newton permettant une convergence plus rapide en la combinant avec une recherche linéaire.

Nous avons trouvé les mêmes résultats que ceux trouvés par la méthode de Gauss-Newton

| Paramètres         | Valeurs initiales | Valeurs corrigées |
|--------------------|-------------------|-------------------|
| $\alpha_2$ (rad)   | $\frac{\pi}{2}$   | 1.57059           |
| $\alpha_3$ (rad)   | $\frac{\pi}{2}$   | 1.56437           |
| $\alpha_4$ (rad)   | $\frac{\pi}{2}$   | 1.56968           |
| $\alpha_5$ (rad)   | $\frac{\pi}{2}$   | 1.57433           |
| $\alpha_6$ (rad)   | $\frac{\pi}{2}$   | 1.56682           |
| $d_3$ (mm)         | 68                | 68.00004          |
| $d_{3b}$ (mm)      | 68                | 67.99997          |
| $r_1$ (mm)         | 248               | 248               |
| $r_{1b}$ (mm)      | 45                | 45                |
| $r_3$ (mm)         | 639.5             | 639.49983         |
| $r_{3b}$ (mm)      | 35.5              | 35.49983          |
| $r_5$ (mm)         | 450               | 449.99989         |
| $r_{5b}$ (mm)      | 50                | 49.9998           |
| $r_7$ (mm)         | -118.5            | -118.50003        |
| $\theta_{10}$ (mm) | $-\frac{\pi}{2}$  | -1.57080          |
| $\theta_{20}$ (mm) | $\frac{\pi}{2}$   | 1.57365           |
| $\theta_{30}$ (mm) | $\pi$             | 3.14118           |
| $\theta_{40}$ (mm) | $\frac{\pi}{2}$   | 1.55119           |
| $\theta_{50}$ (mm) | 0                 | -0.01134          |
| $\theta_{60}$ (mm) | $\pi$             | 3.15149           |

Tableau 23: Paramètres géométriques optimisés

|   |          |
|---|----------|
| Somme des écarts des 8 positions (mm)   | 180.7706 |
| Minimum de la somme des écarts des 8 positions obtenu par la méthode de Gauss Newton (mm) | 0.00027  |

Tableau 24: Somme des écarts des 8 positions considérées

### III.4.2. Détermination des incertitudes sur les paramètres géométriques

Pour évaluer les dispersions des paramètres géométriques identifiés au paragraphe précédent, nous avons effectué une simulation de Monte Carlo sur ces paramètres en considérant une variation de la distance mesurée selon une distribution normale de moyenne 0 et d'écart-type  $\sigma_D$ , où  $\sigma_D$  est l'incertitude-type sur la mesure de la distance considérée, obtenue par une simulation de Monte Carlo de niveau 1.1 avec 1000 itérations.

Ensuite, nous évaluons les écarts-types des paramètres géométriques obtenus à travers cette simulation. Les valeurs d'écarts-types des différents paramètres géométriques sont regroupées dans le Tableau 25. Nous en déduisons que l'écart-type moyen pour les angles  $\alpha_i$  est d'environ  $7.10^{-5}$  rad, l'écart-type moyen pour les distances  $r_i$  et  $d_i$  est d'environ  $2 \mu\text{m}$ , l'écart-type moyen pour les angles  $\theta_{10}$  est d'environ  $6.10^{-5}$  rad, l'écart-type de  $\theta_{10}$  est négligeable.

|                                 |                                  |                                 |                                  |   |                                 |                                  |
|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|---|---------------------------------|----------------------------------|
| $\sigma_{\alpha 2}$ (rad)       | $\sigma_{\alpha 3}$ (rad)        | $\sigma_{\alpha 4}$ (rad)       | $\sigma_{\alpha 5}$ (rad)        | $\sigma_{\alpha 6}$ (rad)                   | $\sigma_{d3}$ ( $\mu\text{m}$ ) | $\sigma_{d3b}$ ( $\mu\text{m}$ ) |
| 4.4E-05                         | 5.3E-05                          | 6.8E-05                         | 6.0E-05                          | 0.000126                                    | 1.2                             | 1.3                              |
| $\sigma_{r3}$ ( $\mu\text{m}$ ) | $\sigma_{r3b}$ ( $\mu\text{m}$ ) | $\sigma_{r5}$ ( $\mu\text{m}$ ) | $\sigma_{r5b}$ ( $\mu\text{m}$ ) | $\sigma_{r\text{stylus}}$ ( $\mu\text{m}$ ) | $\sigma_{\theta 10}$ (rad)      | $\sigma_{\theta 20}$ (rad)       |
| 2.9                             | 3.1                              | 1.7                             | 3.3                              | 0.9   | 7.7E-11                         | 5.3E-05                          |
| $\sigma_{\theta 30}$ (rad)      | $\sigma_{\theta 40}$ (rad)       | $\sigma_{\theta 50}$ (rad)      | $\sigma_{\theta 60}$ (rad)       |   |                                 |                                  |
| 7.7E-05                         | 2.0E-05                          | 7.0E-05                         | 6.6E-05                          |   |                                 |                                  |

Tableau 25: Ecart-types des paramètres géométriques

### III.5. Niveau 1.3 : Détermination de l'incertitude sur les coordonnées cartésiennes d'un point

#### III.5.1. Détermination de l'incertitude-type sur les coordonnées cartésiennes d'un point : Simulation de Monte Carlo de niveau 1.3

Afin d'effectuer la simulation de Monte Carlo finale du Niveau 1.3, nous réalisons une simulation de Monte Carlo prenant en compte :

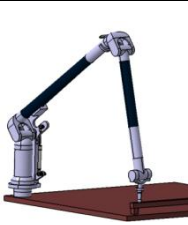
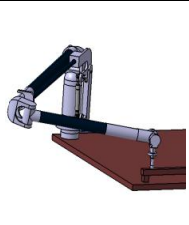
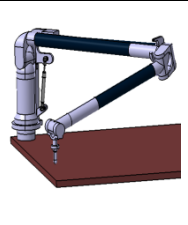
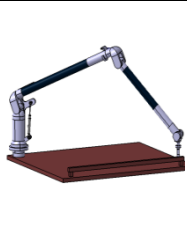
- l'ensemble des paramètres pris en compte dans la simulation de Monte Carlo de niveau 1.1 regroupés dans le Tableau 17,
- les dispersions relatives aux paramètres géométriques identifiées dans le Tableau 25. Pour ces paramètres, nous analysons la normalité des distributions obtenues pour chaque paramètre à l'aide d'un test de Khi-2. Nous utilisons la même méthode que celle développée au § II.1.3.1. Nous en déduisons que les distributions des paramètres  $\alpha_2$ ,  $d_3$ ,  $d_{3b}$ ,  $r_{5b}$  et  $\theta_{10}$  sont gaussiennes. La variation de ces paramètres est donc prise en compte dans la simulation de Monte Carlo par une distribution normale de moyenne 0 et d'écart-type la valeur de l'écart-type du paramètre considéré [Tableau 25]. Pour les autres paramètres, les distributions ne sont pas gaussiennes. Ainsi ces paramètres sont pris en compte dans la simulation de Monte Carlo par une distribution uniforme centrée sur 0 et de dispersion égale à l'écart-type du paramètre considéré [Tableau 25].

Les valeurs des paramètres de DH considérées dans cette simulation sont les valeurs corrigées obtenues après l'étalonnage du bras [Tableau 23].

Pour cette simulation le capteur utilisé est le capteur statique de référence de diamètre 15 mm [Figure 16]. L'incertitude due au capteur est donc considérée nulle

Nous obtenons donc les incertitudes-types de la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point par le bras de Sigma 2025. Les résultats de ces incertitudes-types obtenus pour les quatre positions étudiées sont regroupés dans le Tableau 26.

Ensuite, nous avons comparé les incertitudes-types obtenues par rapport à celles obtenues pour la simulation de Monte Carlo de niveau 1.1 [Tableau 26].

|   |                                  |  |  |  |  |
|---|----------------------------------|---|--|---|---|
| Incertitude-type<br>Simulation de<br>Monte Carlo<br>Niveau 1 (μm)   | $\sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$ | 44.3  | 29.0   | 31.2  | 49.3  |
|   | $\sigma_Z$                       | 20.4  | 40.7   | 40.9  | 31.2  |
| Incertitude-type<br>Simulation de<br>Monte Carlo<br>Niveau 1.1 (μm) | $\sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$ | 15.8  | 6.9  | 8.1   | 18.0  |
|   | $\sigma_Z$                       | 3.1   | 12.4   | 12.8  | 6.4   |

**Tableau 26: comparaison entre les incertitudes-types des simulations de Monte Carlo de niveau 1 et de niveau 1.1**

Nous constatons que l'effet des erreurs géométriques sur l'incertitude-type globale de la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point est important.

Ce résultat est une estimation des incertitudes par une méthode d'étalonnage que nous avons définie se basant sur la mesure de la barre étalon dans huit positions dans le volume de travail du bras. Pour optimiser les résultats et avoir une incertitude-type plus représentative de la réalité, il serait opportun de reprendre les mêmes positions que celles considérées lors de l'étalonnage du bras par le fabricant.

De plus, certaines distributions obtenues pour les paramètres géométriques ne sont pas gaussiennes, ce qui laisse penser que les configurations ne sont pas optimum (pas assez de mobilité des codeurs).

D'un autre côté, si on compare l'incertitude-type obtenue par la simulation de Monte Carlo aux résultats d'écart-types de répétabilité sur la mesure de distance [Tableau 1], on constate qu'ils sont du même ordre de grandeur (l'écart-type moyen pour la répétabilité sur distance est de 37.1 μm). Ceci montre que le résultat obtenu est cohérent et que le modèle est solide.

### III.5.2. Détermination de l'incertitude élargie sur la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point

Nous déterminons l'incertitude élargie sur la localisation d'un point par un bras Sigma 2025 en prenant un facteur  $k=2$ .

Les résultats de l'incertitude élargie pour les positions considérées sont regroupés au Tableau 27.

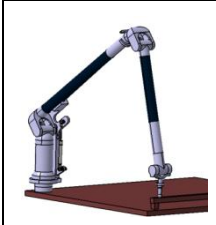
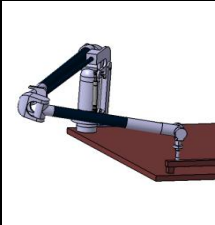
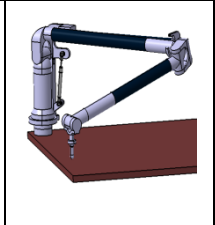

|   |                                  |   |   |  |   |
|---|----------------------------------|---|---|--|---|
|   |                                  |  |  |  |  |
| Incertitude élargie à $k=2$ ( $\mu\text{m}$ ) | $\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ | 88.6  | 58  | 62.4   | 98.6  |
|   | $\sigma_z$                       | 40.8  | 81.4  | 81.8   | 62.4  |

Tableau 27: Incertitudes élargies sur la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point obtenues par la simulation de Monte Carlo pour un bras Sigma 2025

Ainsi nous obtenons une incertitude élargie moyennes sur la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point par le bras Sigma 2025 pour les quatre positions analysées de  $\pm 105.7 \mu\text{m}$  ( $k=2$ ).

## III.6. Simulation de Monte Carlo de niveau 2 liée à la mesure d'une pièce considérée

### III.6.1. Introduction

La simulation de Monte Carlo de niveau 2 consiste à déterminer les incertitudes de mesures sur un ou plusieurs mesurandes reliés à la mesure d'une pièce mécanique quelconque.

L'évaluation du mesurande donné dans ce niveau, prend en compte, en plus de l'incertitude de mesure due au bras déterminée par la simulation de Monte Carlo de niveau 1, les incertitudes dues à la pièce mesurée.

Ainsi, l'écart dans la direction de la normale, en un point  $i$ , d'une pièce mesuré est défini par :

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{\text{Bras de mesure}}(i) + \varepsilon_{\text{Prise de Mesure}}(i) + \varepsilon_{\text{Température}}(i) + \varepsilon_{\text{capteur}}(i) + \varepsilon_{\text{Etat de surface}}(i) \quad (\text{III.38})$$

Avec :

- $\varepsilon_{\text{Bras de mesure}}(i)$  : l'écart au point  $i$  de la pièce mesurée lié aux erreurs propres au bras de mesure. Ces erreurs correspondent à l'évaluation des incertitudes de niveau 1.
- $\varepsilon_{\text{Température}}(i)$  : l'écart dans la direction de la normale au point  $i$  dû à la dilatation de la pièce.
- $\varepsilon_{\text{capteur}}(i)$  l'écart dans la direction de la normale au point  $i$  dû aux défauts du capteur.

- $\varepsilon_{\text{Prise de mesure}}(i)$  l'écart dans la direction de la normale au point  $i$  dû à l'erreur sur la position des mesures (palpage manuel) et aux prises de référence.
- $\varepsilon_{\text{Etat de surface}}(i)$  est l'écart dans la direction de la normale au point  $i$  dû à l'état de surface de la pièce.

### III.6.2. Application à la mesure d'une bague en palpeur statique

#### III.6.2.1. Processus de mesure

Nous considérons dans notre application du niveau 2, la mesure d'une bague extérieure d'un roulement à billes avec le palpeur statique de référence de diamètre 15mm [Figure 16].

Notre protocole consiste à mesurer 36 points à mi-hauteur de la bague. Ces points sont espacés l'un par rapport à l'autre de  $10^\circ$  sur la surface de la bague. Les points mesurés sont situés à mi-hauteur de la bague. Pour ce faire, une cale étalon a été disposée sur la table, le capteur est placé directement au dessus de cette cale étalon [Figure 74] pour garantir la stabilité des mesures suivant l'axe  $z$ .

Le roulement ayant une hauteur de 27.5 mm et la bille de référence faisant 15 mm de diamètre, la cale étalon choisie a pour hauteur 6.25 mm  $((27.5-15)/2)$ .

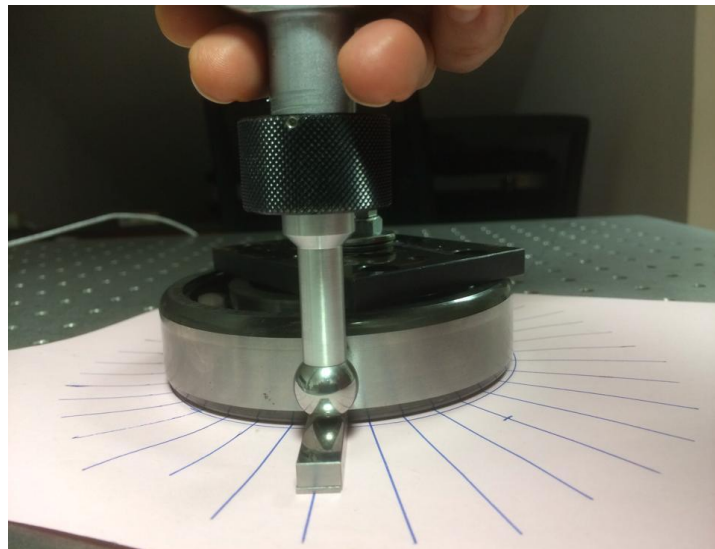


Figure 74: Mesure de la bague extérieure d'un roulement à bille à mi-hauteur en plaçant une cale étalon

La bague a été mesurée selon deux processus différents:

- Processus 1 : en tenant le bras dans sa position verticale (P1-V) [Figure 75],
- Processus 2 : en basculant le bras entre les deux positions inclinées (P1-I1 et P1-I2) selon le point mesuré [Figure 76].

Pour chacun des deux processus considérés, une série de 10 mesures a été réalisée.



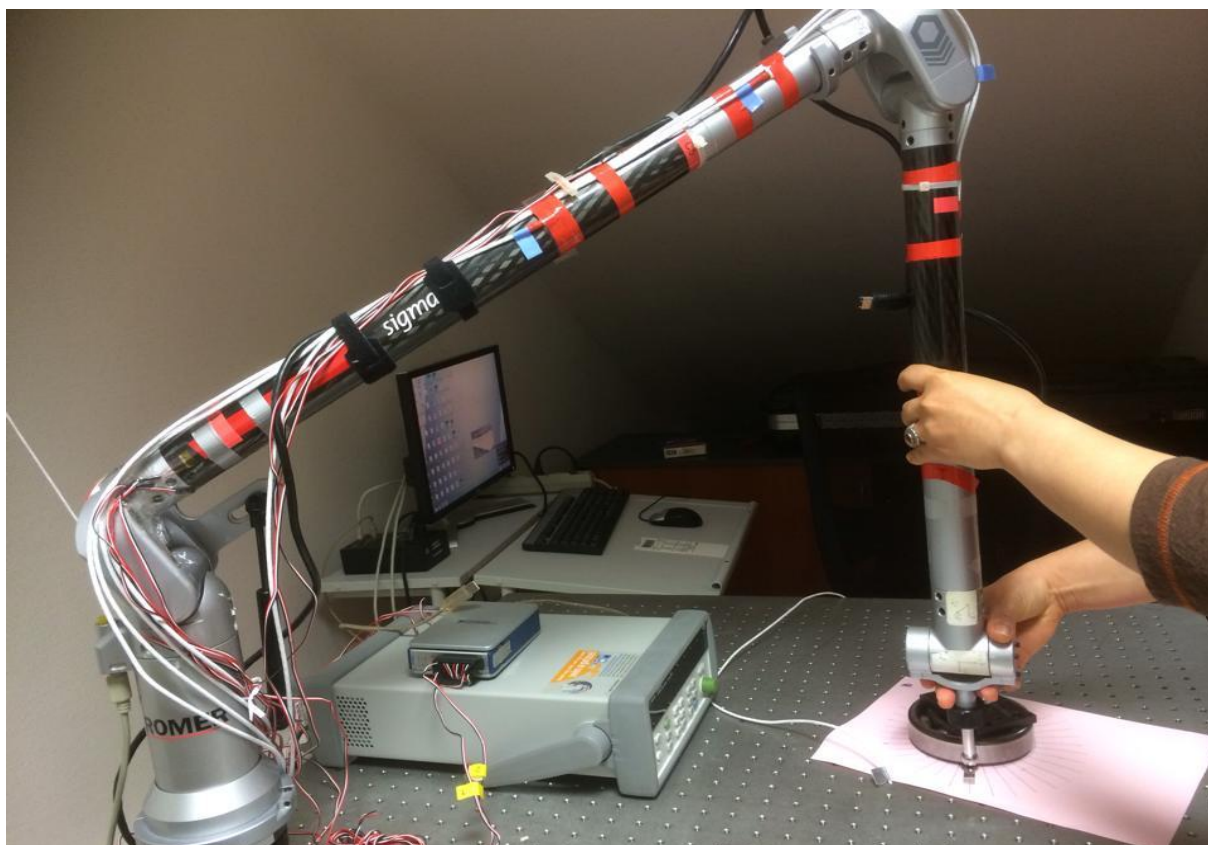


Figure 75: Processus 1 de mesure

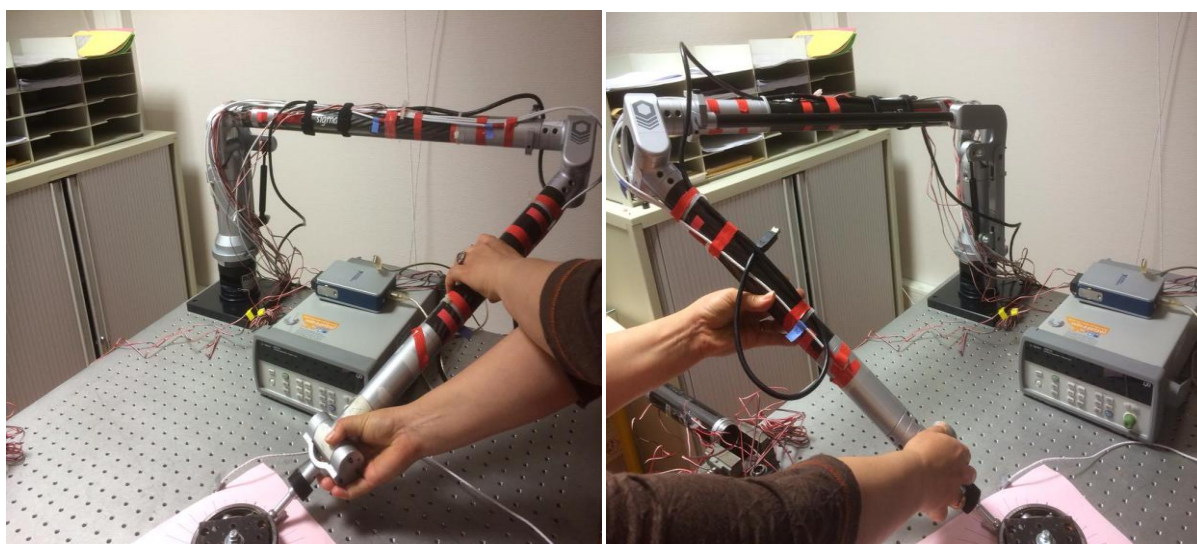


Figure 76: Processus 2 de mesure



### III.6.2.2. Evaluation des incertitudes de mesure

#### III.6.2.2.1. Evaluation des erreurs liée à la dilatation de la pièce

Pour un point M situé à une distance  $r$  du centre de la bague, la variation de rayon due à la dilatation vaut  $\Delta r = \lambda r \Delta T$  (III.39)

Avec  $\lambda$  le coefficient de dilatation de la pièce considérée et  $\Delta T$  la variation de la température en cours de mesure.

Le point M se décale de  $\Delta r \vec{i}$ , avec  $\vec{i}$  la normale au point M du cercle ayant pour centre, celui théorique de la bague. L'écart dans la direction de la normale résultant de la dilatation de la pièce au point M vaut donc :  $\varepsilon = \Delta r \vec{i} \cdot \vec{n} = \lambda \cdot r \cdot \Delta T \cdot \vec{i} \cdot \vec{n}$  (III.40)

$\Delta T$  est fixe pour une pièce considéré mais la valeur de la variation est tirée aléatoirement dans une loi uniforme.

Dans notre cas  $\Delta T = \pm 0.04 \text{ }^{\circ}\text{C}$ .

$$\lambda = 11.5 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}.$$

Pour une itération de Monte Carlo, la même dilatation est associée à tous les points mesurés sur la bague ( $\varepsilon_{\text{Température}}(i)$  est invariant quel que soit  $i$  pour un tirage de Monte Carlo).

#### III.6.2.2.2. Evaluation des erreurs liées au capteur

$\varepsilon_{\text{capteur}}(i)$  est directement lié à la flexion du capteur causé par l'effort de contact.

Or le capteur de référence a une tige de section importante (15 mm de diamètre), donc  $\varepsilon_{\text{capteur}}(i) = 0$ .

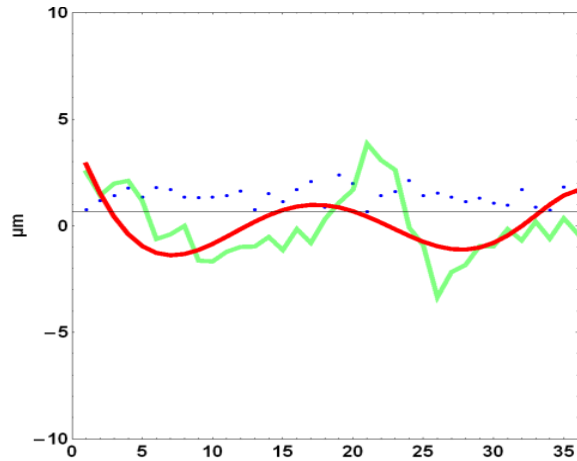
#### III.6.2.2.3. Evaluation de l'erreur de la prise de mesure / prise de référence

Ce problème n'est pas facile à appréhender car il dépend de la cotation fonctionnelle.

La mesure est effectuée dans notre cas à mi-hauteur de la bague. Des repères permettent de répartir régulièrement les 36 points de mesures. L'erreur angulaire sur la répartition des points est faible et évaluée en moyenne à  $1.34 \text{ }^{\circ}$ . Pour confirmer la stabilité des mesures réalisées, la mesure a été répétée plusieurs fois (répétabilité). L'incertitude liée à l'erreur de position angulaire est donc négligeable.

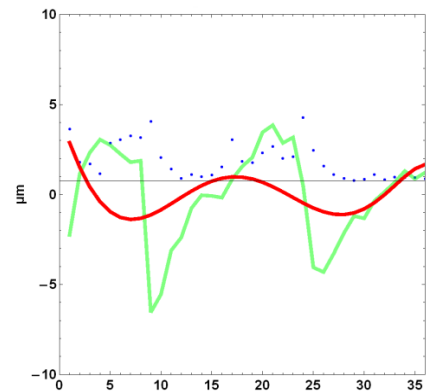
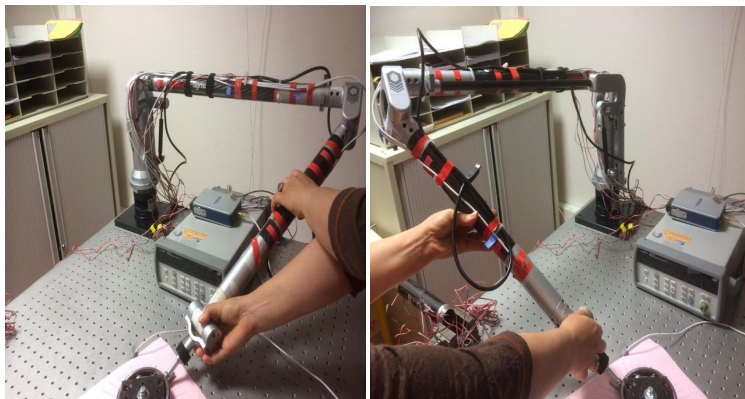
L'erreur sur la hauteur est quasi nulle vis-à-vis du protocole utilisé [Figure 74]. En effet, le fait d'avoir placée une cale étalon annule cet effet.

Selon le processus de mesures considéré, l'erreur estimée liée à cette erreur angulaire est de l'ordre de  $3 \text{ } \mu\text{m}$  maximum pour le processus 1 [Figure 77] et de  $5 \text{ } \mu\text{m}$  maximum pour le processus 2 [Figure 78]. Cette erreur est un tirage aléatoire dans une distribution uniforme de dispersion égale à  $3 \text{ } \mu\text{m}$  en position verticale et  $5 \text{ } \mu\text{m}$  en position inclinée. La distribution est centrée sur 0 par hypothèse.



- Moyenne des écarts par rapport aux points du cercle de moindre carrées
- Ecart-type des écarts par rapport aux points du cercle de moindre carrées
- Résidus des défauts de la bague mesurée par MMT

Figure 77: Erreur de la prise de mesure- Processus 1



- Moyenne des écarts par rapport aux points du cercle de moindre carrées
- Ecart-type des écarts par rapport aux points du cercle de moindre carrées
- Résidus des défauts de la bague mesurée par MMT

Figure 78: Erreur de la prise de mesure - Processus 2

#### III.6.2.2.4. Evaluation des erreurs liée à la rugosité de la pièce

La rugosité de la pièce est prise en compte comme un écart dans la direction de la normale en chacun des points et ayant pour valeur  $\varepsilon_{Etat\ de\ surface}(i) = \Delta R_z$  (III.41)

$\Delta R_z$  est un tirage aléatoire dans une distribution uniforme de dispersion égale au paramètre  $R_z$  du profil (hauteur maximum du profil). Par exemple  $R_z = 0.3\ \mu m$  pour la pièce mesurée sur la longueur de base du profil mesuré. La distribution est centrée sur 0 par hypothèse.

### III.6.2.2.5. Traitement des points de mesure du cercle

Soit  $n$  points  $i \in \{1, n\}$  pas forcément régulièrement répartis sur un cercle. En chaque point, il existe un écart dans la direction de la normale  $\varepsilon_i$ . On cherche à optimiser la position du centre du cercle selon une translation  $T_x$  parallèle à l'axe  $x$   $\{u, 0\}$ , une translation  $T_y$  suivant l'axe  $y$   $\{0, v\}$  et une variation de rayon  $\delta R$   $\vec{n}_i$  avec  $\vec{n}_i\{\cos\theta_i, \sin\theta_i\}$ .

Sous l'influence de la somme des 3 phénomènes l'écart suivant la normale vaut :

$$\xi_i = \varepsilon_i - (Tx \cdot \vec{n}_i + Ty \cdot \vec{n}_i + \delta R \cdot \vec{n}_i \cdot \vec{n}_i) \quad (\text{III.42})$$

$$\xi_i = \varepsilon_i - (u \cdot \cos\theta + v \sin\theta + \delta R) \quad (\text{III.43})$$

Sous l'hypothèse de linéarité et d'indépendance, le cercle des moindres carrés correspond à au cercle qui minimise la somme quadratiques des écarts (appelés résidus) entre les mesures et le modèle théorique  $\sum_{i=1}^n \xi_i^2$ .

$$\text{On note } W(u, v, \delta R) = \sum_{i=1}^n \xi_i^2 \quad (\text{III.44})$$

Nous cherchons à minimiser un fonction à plusieurs variables  $W(u, v, \delta R)$ . La valeur minimale de cette fonction correspond aux variables  $u$ ,  $v$  et  $\delta R$  tels que :

$$\frac{\partial W}{\partial u} = 2 \sum (\varepsilon_i - (u \cdot \cos\theta_i + v \cdot \sin\theta_i + \delta R))(-\cos\theta_i) = 0 \quad (\text{III.45})$$

$$\frac{\partial W}{\partial v} = 2 \sum (\varepsilon_i - (u \cdot \cos\theta_i + v \cdot \sin\theta_i + \delta R))(-\sin\theta_i) = 0 \quad (\text{III.46})$$

$$\frac{\partial W}{\partial \delta R} = 2 \sum (\varepsilon_i - (u \cdot \cos\theta_i + v \cdot \sin\theta_i + \delta R))(-1) = 0 \quad (\text{III.47})$$

D'où :

$$\begin{bmatrix} \sum \cos^2\theta_i & \sum \cos\theta_i \sin\theta_i & \sum \cos\theta_i \\ \sum \cos\theta_i \sin\theta_i & \sum \sin^2\theta_i & \sum \sin\theta_i \\ \sum \cos\theta_i & \sum \sin\theta_i & \sum 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ \delta R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum \varepsilon_i \cos\theta_i \\ \sum \varepsilon_i \sin\theta_i \\ \sum \varepsilon_i \end{bmatrix} \quad (\text{III.48})$$

Si on considère que les  $n$  points sont régulièrement répartis, nous aurons :

$$\sum \cos^2\theta_i = \sum \frac{\cos 2\theta_i + 1}{2} = \frac{n}{2}, \text{ car } \sum \cos 2\theta_i = 0 \quad (\text{III.49})$$

$$\text{De la même manière, } \sum \cos\theta_i \sin\theta_i = 0, \sum \cos\theta_i = 0, \sum \sin\theta_i = 0, \sum \sin^2\theta_i = \sum \frac{1 - \cos 2\theta_i}{2} = \frac{n}{2}$$

Soit au final :

$$u = \frac{2}{n} \sum \varepsilon_i \cos\theta_i \quad (\text{III.50})$$

$$v = \frac{2}{n} \sum \varepsilon_i \sin\theta_i \quad (\text{III.51})$$

$$\delta R = \frac{\sum \varepsilon_i}{n} \quad (\text{III.52})$$

### III.6.2.2.6. Incertitude du bras de mesure

Pour le processus 1, le bras est gardé dans sa position verticale durant le processus de mesure. De ce fait, l'incertitude-type sur la mesure des différents points sur la surface de la bague correspond à l'incertitude-type obtenue par le niveau 1.1, soit  $\pm 16 \mu\text{m}$ . En effet, pour ce processus de mesure, les incertitudes d'étalonnage ne rentrent pas en compte.

Pour le processus 2, nous basculons le bras durant le processus de mesure entre la position P1-I1 et P1-I2 selon le point mesuré. De ce fait, l'incertitude-type sur la mesure des différents points sur la surface de bague correspond à l'incertitude-type obtenue par le niveau 1, soit  $\pm 30 \mu\text{m}$ . En effet, pour ce processus de mesure, nous prenons en compte les incertitudes d'étalonnage.

### III.6.2.2.7. Détermination des incertitudes de mesures

L'incertitude-type  $\sigma$  est déterminée par une simulation de Monte Carlo en prenant en compte les différentes composantes d'incertitude citées ci-dessus.

Pour le processus 1,  $\sigma = \pm 16.1 \mu\text{m}$ .

Pour le processus 2,  $\sigma = \pm 29.7 \mu\text{m}$ .

Supposons que les écarts dans la direction de la normale  $\epsilon_i$  sont indépendants et correspondent à des variables aléatoires de moyenne nulle et d'incertitudes  $\sigma$  (le même pour tous les points), alors les incertitudes issus de  $u$ ,  $v$  et de  $\delta R$  sont caractérisés par :

$$\sigma_u^2 = \left(\frac{2}{n}\right)^2 \sigma^2 \sum \cos^2 \theta_i = \frac{2}{n} \sigma^2 \quad (\text{III.53})$$

$$\sigma_v^2 = \left(\frac{2}{n}\right)^2 \sigma^2 \sum \sin^2 \theta_i = \frac{2}{n} \sigma^2 \quad (\text{III.54})$$

$$\sigma_u = \sigma_v = \sqrt{\frac{2}{n}} \sigma \quad (\text{III.55})$$

Plusieurs mesurandes peuvent être considérés dans notre cas, soit : la détermination du centre du cercle, la détermination du rayon du cercle, la détermination du défaut de circularité.

- Si nous considérons comme mesurande la détermination de la position du cercle :

L'incertitude-type sur la position du centre du cercle  $\sigma_c$  est donc de  $\sqrt{\frac{2}{n}} \sigma$ , ce qui correspond à un écart-type dans une direction aléatoire.

Il est à noter que la prise en compte de ce mesurande dans notre cas n'est pas nécessaire. Mais nous avons jugé utile de l'étudier.

Pour le processus 1,  $\sigma_c = \pm 3.8 \mu\text{m}$ .

Pour le processus 2,  $\sigma_c = \pm 7.0 \mu\text{m}$ .

- Si nous considérons comme mesurande la détermination du rayon du cercle :

L'incertitude-type sur le rayon du cercle est donnée par :  $\sigma_{\delta R}^2 = \left(\frac{1}{n}\right)^2 n \sigma^2$ , soit :

$$\sigma_{\delta R} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{III.56})$$

Ce résultat est logique car il correspond à l'incertitude sur la moyenne de  $n$  points.

Pour le processus 1,  $\sigma_{\delta R} = \pm 2.7 \mu\text{m}$ .

Pour le processus 2,  $\sigma_{\delta R} = \pm 5.0 \mu\text{m}$ .

- Si nous considérons comme mesurande la détermination du défaut de circularité :

L'incertitude-type sur l'erreur de circularité est égale à  $\sigma$ . Ce qui correspond à l'incertitude sur l'ensemble des points.

Pour le processus 1,  $\sigma = \pm 16.1 \mu\text{m}$ .

Pour le processus 2,  $\sigma = \pm 29.7 \mu\text{m}$ .

### III.6.2.2.8. Conclusion

Nous en déduisons que le fait de changer la configuration du bras en cours de la mesure augmente considérablement l'incertitude de mesure. En effet, le fait de changer la configuration du bras engendre un saut que l'on peut remarquer sur la relevée des écarts obtenus sur la mesure de la bague [Figure 79]. Nous constatons sur cette courbe, que pour le processus 2, nous avons deux sauts au niveau des points 9 et 25 (lignes bleues sur la courbe). Ces sauts correspondent au changement de la configuration du bras et sont donc dus aux erreurs résiduelles de la phase d'étalonnage réalisé par le fabricant. Ainsi, pour minimiser les incertitudes de mesure, il faut veiller à minimiser la mobilité des différents codeurs.

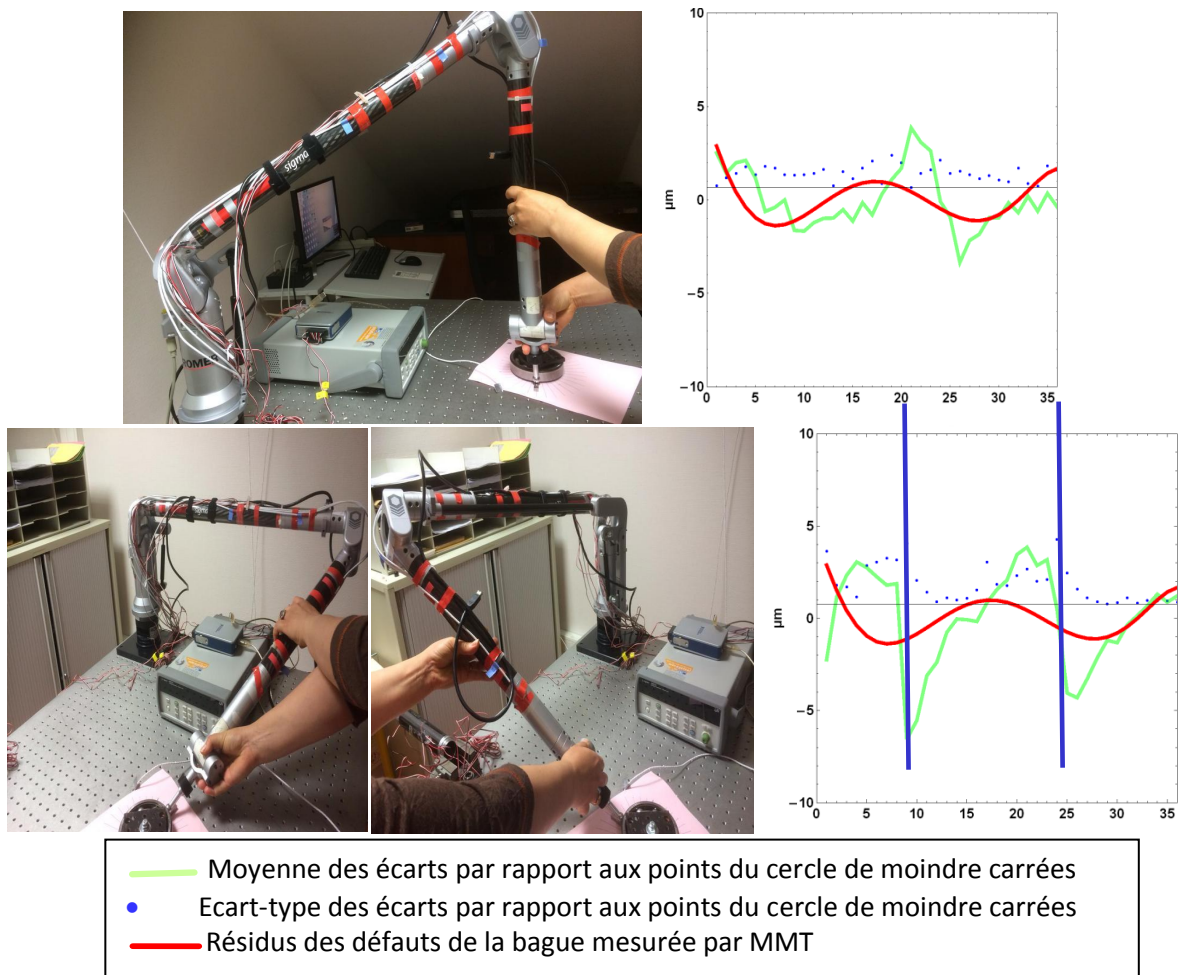


Figure 79: Relevée des écarts obtenus sur la mesure de la bague

## **Chapitre IV : Etude du bras Absolute**

## Introduction

L'objectif de ce chapitre est d'étudier le comportement du bras de Romer de nouvelle génération Absolute afin de comparer avec les résultats de l'étude effectuée sur le bras Sigma 2025 au chapitre précédent.

Cette étude comporte la modélisation géométrique, l'étude de répétabilité et de reproductibilité et la quantification des déformations des différents composants du bras.

Pour le bras Absolute, nous ne développons pas un modèle de Monte Carlo, parce que nous ne disposons pas de toutes les données, notamment la récupération des données des codeurs angulaires.

Nous procédons à une comparaison des résultats de répétabilité avec celles obtenues avec le bras Sigma 2025. Et nous étudions la différence entre le comportement des deux bras en évaluant les déformations des différentes parties.

### IV.1. Modélisation géométrique

#### IV.1.1. Présentation du bras

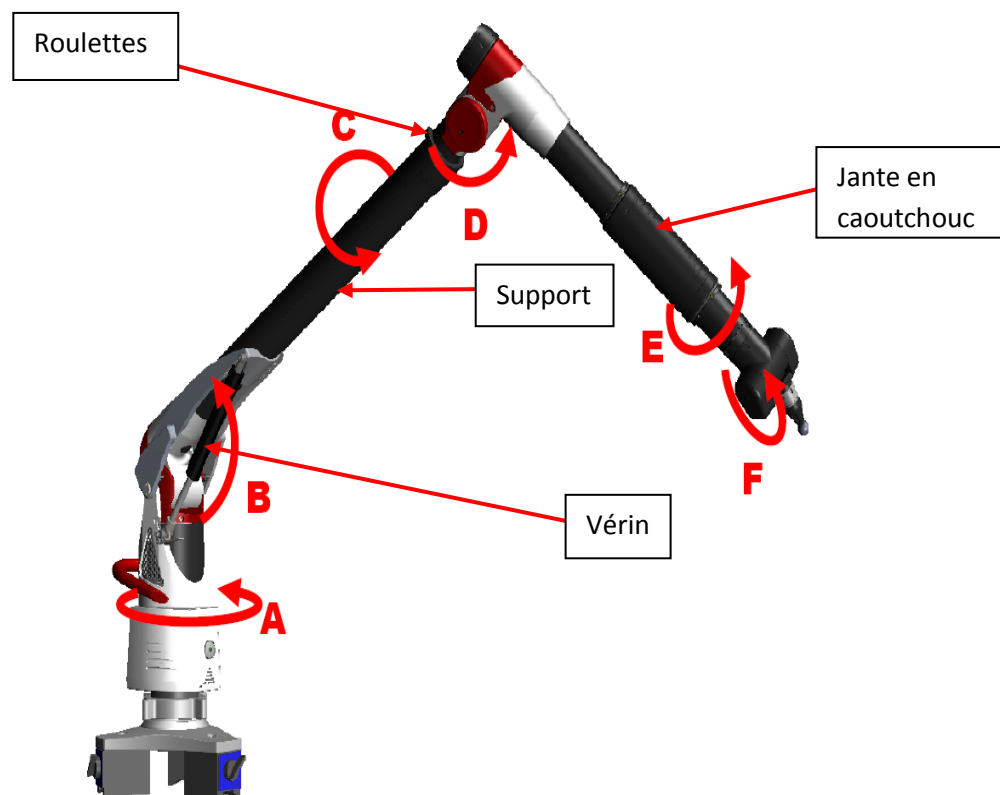


Figure 80: Schématisation du Bras Absolute issue de la documentation commerciale

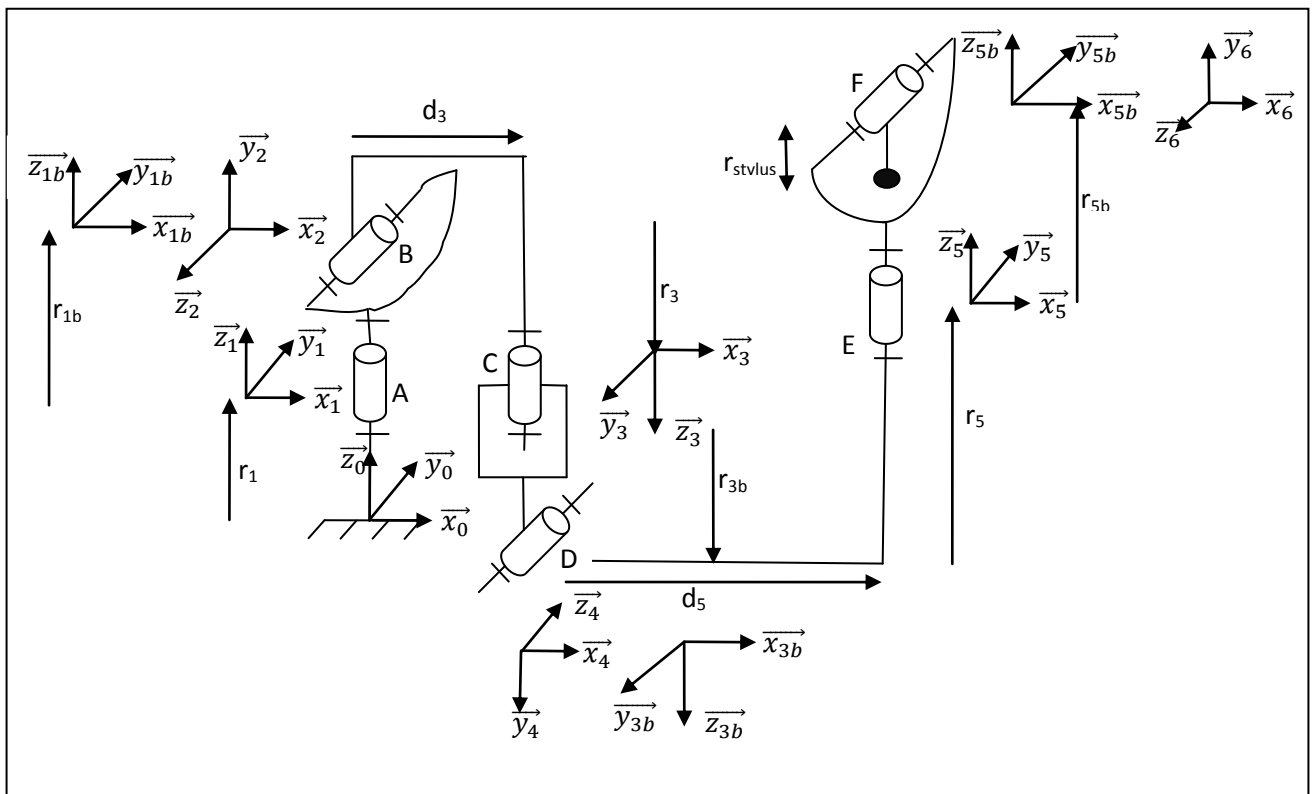
La figure 80 présente la structure du bras Absolute.

Le bras Absolute a une structure équivalente à celle du bras Sigma. Néanmoins, de nombreuses améliorations techniques ont été apportées, à savoir :

- Contrairement au bras Sigma qui est à 50% en fibres de carbone et 50% en aluminium, le bras Absolute est constitué presque en intégralité en fibres de carbone.
- Les tubes en fibre de carbone ont été traités thermiquement et vieillis afin de garantir une meilleure stabilité.
- Les codeurs utilisés sont des codeurs absolus qui assignent une valeur absolue à chaque position du bras
- Contrepoids Zéro G intégré : Un contrepoids optimisé réduit encore plus la fatigue de l'opérateur.
- Une jante en caoutchouc et une poignée sont montés sur le bras, ce qui minimise l'effet de la température lors de la manipulation.
- Le support du contrepoids est doté de roulettes, ce qui minimise le frottement et réduit donc les déformations.

#### IV.1.2. Construction du modèle

La configuration du bras Absolute à l'état initial des angles de notre modèle (tous les  $\theta_i$  nuls) est schématisée sur la [Figure 81]. On reprend évidemment les mêmes conventions que pour le bras Sigma 2025.





### IV.1.3. Détermination des paramètres de « DENAVIT HARTENBERG »

Les paramètres de DH relatifs au bras Absolute sont récapitulés dans le Tableau 28.

|                     | 1             | 1b | 2             | 3             | 3b  | 4             | 5             | 5b | 6             | Stylus |
|---------------------|---------------|----|---------------|---------------|-----|---------------|---------------|----|---------------|--------|
| $\alpha$ (rad)      | 0             | 0  | $\pi/2$       | $\pi/2$       | 0   | $\pi/2$       | $\pi/2$       | 0  | $\pi/2$       |        |
| d (mm)              | 0             | 0  | 0             | 62            | 0   | 0             | 62            | 0  | 0             |        |
| $\theta_{i0}$ (rad) | $\theta_{10}$ | 0  | $\theta_{20}$ | $\theta_{30}$ | 0   | $\theta_{40}$ | $\theta_{50}$ | 0  | $\theta_{60}$ |        |
| r (mm)              | 166           | 83 | 0             | 650           | 100 | 0             | 485           | 15 | 0             | 105.35 |
| Codeur              | A             | B  | B             | C             | C   | D             | E             | F  | F             |        |

Tableau 28: Paramètres de "Denavit Hartenberg" relatifs au bras Absolute

Les repères liés aux différents modèles sont représentés dans le schéma ci-dessous. Il est à noter que les repères notés bis ne sont pas représentés dans ce schéma et ils correspondent juste à une translation du repère précédent. Ainsi le repère  $R_{1b}$  est la translation selon l'axe  $\vec{z}_{1b}$  du repère  $R_1$ , le repère  $R_{3b}$  est la translation selon l'axe  $\vec{z}_{3b}$  du repère  $R_3$ , et le repère  $R_{5b}$  est la translation selon l'axe  $\vec{x}_5$  du repère  $R_5$ .

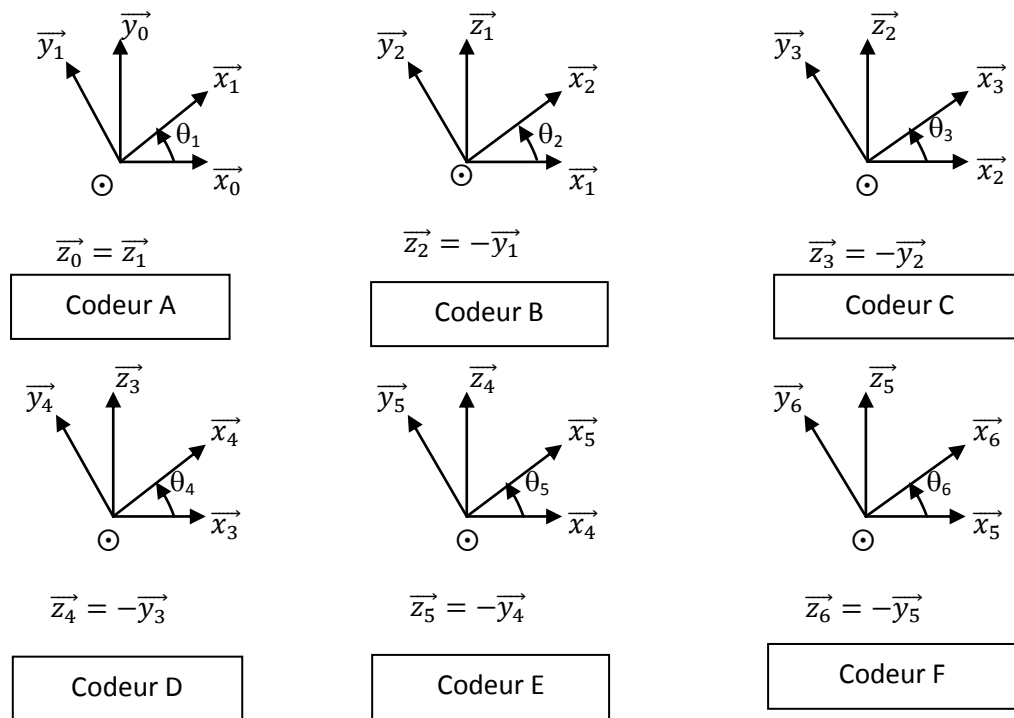


Figure 82: Identification des principaux repères pour le bras Absolute

Les différents repères et la construction de ceux-ci [Tableau 28] vont être détaillés dans les paragraphes § IV.1.4 à IV.1.5 pour les repères  $R_0$ ,  $R_1$  et  $R_{1b}$  et en Annexe VI pour les autres repères.

#### IV.1.4. Création du repère fixe : $R_0$ et du repère lié au codeur A : $R_1$

Pour implanter le modèle de DH sur le bras Absolute, il faut commencer par créer le repère  $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  qui est lié à la base fixe du codeur A. Ensuite, on crée le repère fixe  $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié à la base [Figure 83]. En effet, le choix le plus simple pour créer le référentiel  $R_0$ , et ainsi éviter les constantes inutiles dans le modèle, est de le confondre avec le repère  $R_1$  lorsque  $d_1$  est nulle.

Le passage du repère  $R_0$  vers le repère  $R_1$  se fait donc selon

- **une translation** selon l'axe  $\vec{z}_1$  entre les axes  $\vec{x}_0$  et  $\vec{x}_1$  d'une distance  $r_1 \approx 166 \text{ mm}$ .
- **Une rotation** d'angle  $\theta_1$  selon l'axe  $\vec{z}_1$ , soit la **rotation suivant le codeur A** entre les axes  $\vec{x}_0$  et  $\vec{x}_1$ ,
- La translation selon l'axe  $\vec{x}_0$  entre les axes  $\vec{z}_0$  et  $\vec{z}_1$ ,  $d_1=0$ .
- L'angle de rotation selon l'axe  $\vec{x}_0$  entre les axes  $\vec{z}_0$  et  $\vec{z}_1$ ,  $\alpha_1=0$ .

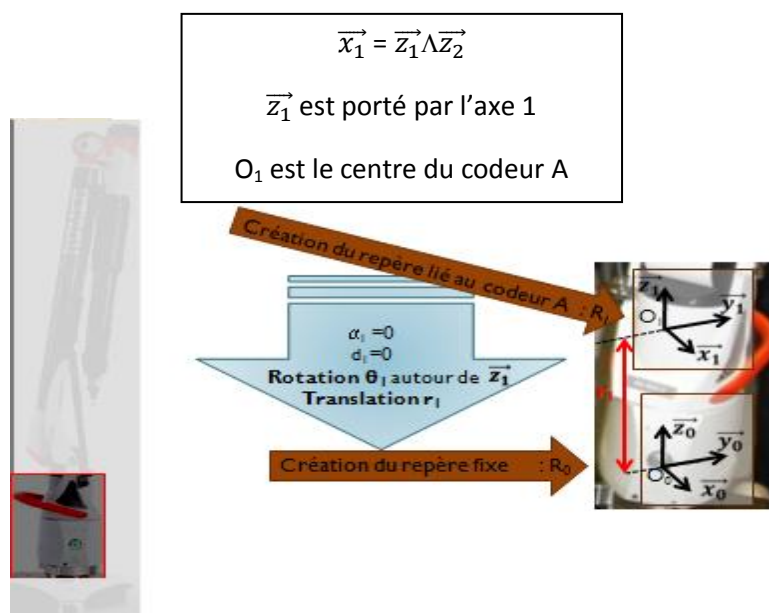


Figure 83: Création du repère fixe  $R_0$  et du repère lié au codeur A :  $R_1$

#### IV.1.5. Création du repère intermédiaire : $R_{1b}$

Le repère  $R_{1b}(O_{1b}, \vec{x}_{1b}, \vec{y}_{1b}, \vec{z}_{1b})$  [Figure 84] correspond à une simple translation du repère  $R_1$  pour ramener ce dernier du codeur A au codeur B. L'origine du repère  $R_{1b}$  est donc  $O_{1b}$ , le centre du codeur B.

Ainsi, le passage du repère  $R_1$  vers le repère  $R_{1b}$  se fait selon :

- une **translation** selon l'axe  $\vec{z}_{1b}$  entre les axes  $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_{1b}$  d'une distance  $r_{1b} \approx 83 \text{ mm}$ .
- L'angle de rotation selon l'axe  $\vec{x}_1$  entre les axes  $\vec{z}_1$  et  $\vec{z}_{1b}$ ,  $\alpha_{1b} = 0$ .
- L'angle de rotation selon l'axe  $\vec{z}_{1b}$  entre les axes  $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_{1b}$ ,  $\theta_{1b} = 0$ .
- La translation selon l'axe  $\vec{x}_1$  entre les axes  $\vec{z}_1$  et  $\vec{z}_{1b}$ ,  $d_{1b} = 0$ .

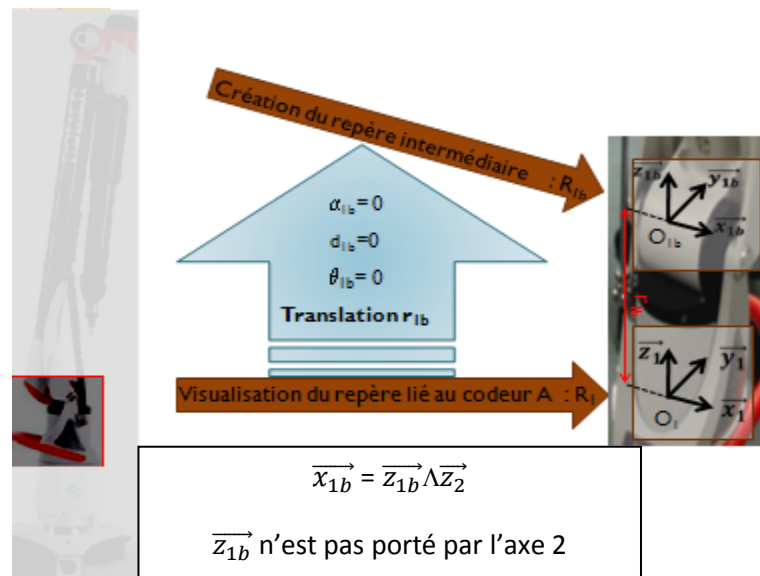


Figure 84: Création du repère intermédiaire:  $R_{1b}$

Le modèle de DH relatif au bras Absolute a été élaboré. Les paramètres  $\alpha_i$ ,  $r_i$  et  $d_i$  ont été déterminés. Cependant et vu que pour ce bras, nous ne disposons pas des données relatives aux codeurs et leurs orientations, l'initialisation des angles  $\theta_{i0}$  (la ligne en vert au Tableau 28) n'a pas pu être effectuée. Cette phase n'est pas compliquée à réaliser, il suffirait pour implémenter le modèle de la simulation de Monte Carlo, d'initialiser les angles  $\theta_{i0}$  relatifs à ce bras par analogie avec le travail déjà réalisé pour le bras Sigma 2025 en implémentant le logiciel de Romer relatif aux données articulaires « SDK ».

## IV.2. Répétabilité des mesures

### IV.2.1. Procédure de mesure

Afin de déterminer les résultats de la répétabilité sur le bras Absolute, nous utilisons le même étalon utilisé dans l'étude du bras Sigma 2025, à savoir la barre étalon à billes en Invar [Figure 21].

Nous nous basons dans notre étude sur les recommandations de la norme ASME B89.4.22-2004 qui définit les positions de l'artefact dans le volume de travail du bras pour le test de performance volumétrique (§ II.1.3.1).

Pour la réalisation de cette étude, nous avons emprunté le bras Absolute du CETIM. A cet effet, vu la contrainte temporelle et afin d'assurer l'instrumentation du bras (jauges d'extensométrie et de

température), nous n'avons considéré que sept positions de l'étalon [Figure 85], en considérant les positions les plus représentatives du comportement du bras suite à l'analyse des résultats obtenus sur le bras Sigma. Ces sept positions sont les suivantes :

- Pos 1 : Position Horizontale selon l'axe X;
- Pos 2 : Position Horizontale selon l'axe Y;
- Pos 3 : Position Horizontale Haut selon l'axe X;
- Pos 4 : Position Horizontale Haut selon l'axe Y;
- Pos 5 : Position Inclinée de 45° selon l'axe X;
- Pos 6 : Position Inclinée de 45° selon l'axe Y;
- Pos 7 : Position Verticale.

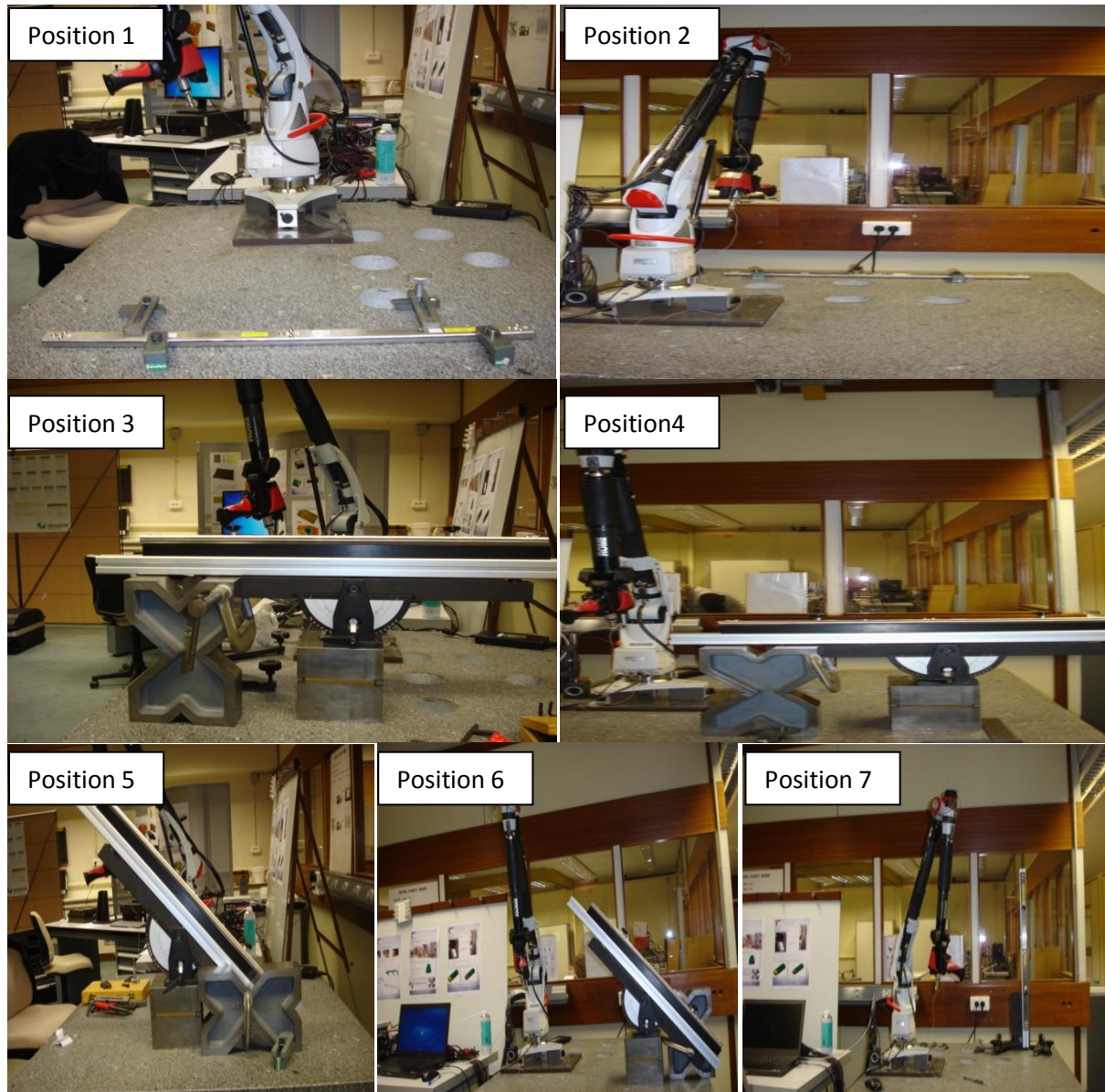


Figure 85: Positions considérées pour les mesures de répétabilité

Pour chaque position, nous étudions :

- la répétabilité sur la mesure d'un point en mesurant les deux points extrêmes de la barre (point1 et point 3) une centaine de fois en minimisant le mouvement du bras,
- la répétabilité sur la mesure d'une distance en mesurant la distance entre les deux points extrêmes de la barre une centaine de fois en minimisant le mouvement du bras.

Les mesures sont effectuées dans une salle climatisée à une température ambiante de  $20.1 \pm 0.1$  °C.

Le logiciel de mesure fournit les coordonnées ( $X_i, Y_i, Z_i$ ) de chaque point mesuré.

La distance D entre deux points 1 et 3 est calculée en utilisant la formule suivante :

$$D = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2 + (Z_1 - Z_2)^2} \quad (IV.1)$$

Les valeurs analysées pour chaque série de mesures sont :

- La moyenne et l'écart-type des coordonnées ( $X_i, Y_i, Z_i$ ) pour l'analyse des mesures de points. L'écart-type dans le plan définit à travers les écart-types sur X et Y selon la formule  $\sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$  et l'écart-type vertical est donné par l'écart-type sur Z, soit  $\sigma_Z$ .
- La moyenne et l'écart type de la distance D pour la mesure de distance.

Pour assurer les mêmes conditions d'évaluation de la répétabilité que le bras Sigma 2025 et relever les températures en cours des mesures, le bras Absolute a été instrumenté par sept thermocouples de type K de classe 2 (incertitude  $\pm 1\%$ ) [Figure 86].

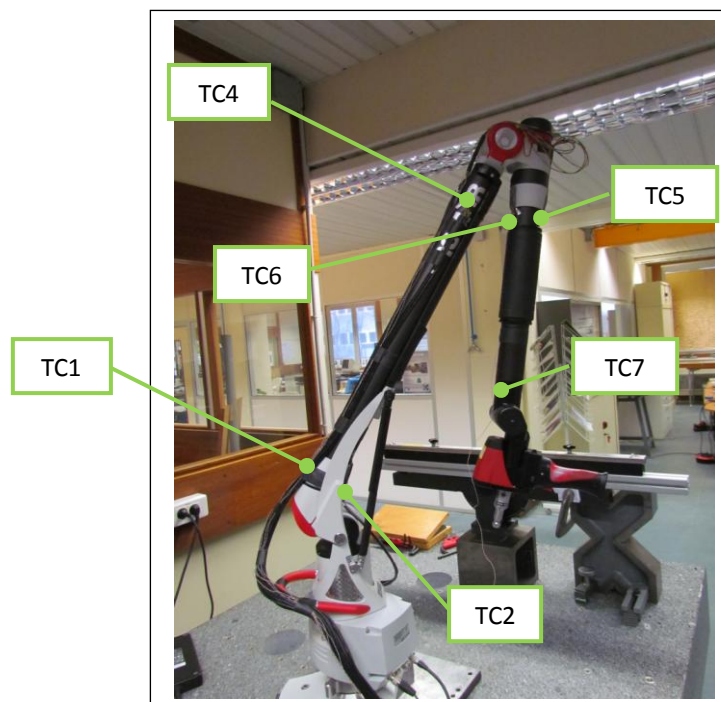


Figure 86: Bras Absolute instrumenté par des thermocouples

### IV.2.2. Analyse des résultats

Les résultats des mesures de répétabilité, dans les conditions définies ci-dessus, sont regroupés dans le Tableau 29.

| Position | Point 1                         |                                 |   |                                 | Point 3                         |                                 |   |                                 | Distance                        |                       |
|----------|---------------------------------|---------------------------------|---|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------|
|          | $\sigma_x$<br>( $\mu\text{m}$ ) | $\sigma_y$<br>( $\mu\text{m}$ ) | $\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$<br>( $\mu\text{m}$ ) | $\sigma_z$<br>( $\mu\text{m}$ ) | $\sigma_x$<br>( $\mu\text{m}$ ) | $\sigma_y$<br>( $\mu\text{m}$ ) | $\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$<br>( $\mu\text{m}$ ) | $\sigma_z$<br>( $\mu\text{m}$ ) | $\sigma_D$<br>( $\mu\text{m}$ ) | $D_{\text{moy}}$ (mm) |
| Pos 1    | 3.1                             | 2.0                             | 3.7   | 2.6                             | 1.7                             | 3.3                             | 3.7   | 2.7                             | 5.7                             | 710.040               |
| Pos 2    | 3.0                             | 2.2                             | 3.7   | 1.5                             | 2.6                             | 1.6                             | 3.1   | 3.6                             | 6.5                             | 710.050               |
| Pos 3    | 2.5                             | 2.3                             | 3.4   | 2.3                             | -                               | -                               | -   | -                               | 4.7                             | 710.053               |
| Pos 4    | 5.8                             | 2.9                             | 6.5   | 2.3                             | 2.2                             | 1.2                             | 2.5   | 5.8                             | 9.0                             | 710.059               |
| Pos 5    | 5.0                             | 2.2                             | 5.5   | 3.7                             | 2.2                             | 3.4                             | 4.0   | 3.0                             | 8.8                             | 710.082               |
| Pos 6    | 3.7                             | 4.3                             | 5.7   | 3.7                             | 2.2                             | 2.0                             | 3.0   | 4.5                             | 6.3                             | 710.069               |
| Pos 7    | 2.3                             | 2.8                             | 3.6   | 2.9                             | 6.4                             | 8.8                             | 10.9  | 2.5                             | 5.8                             | 710.063               |

Tableau 29 : Résultats des mesures de répétabilité

En analysant les résultats obtenus nous constatons :

- L'écart type sur la mesure d'un point varie de 2.5 à 10.9  $\mu\text{m}$  dans le plan et de 2.5 à 5.8  $\mu\text{m}$  selon Z ;
- L'écart type moyen sur la mesure d'un point est de 4.6  $\mu\text{m}$  dans le plan et de 3.2  $\mu\text{m}$  selon Z ;
- L'écart type sur la mesure de distance varie de 4.7 à 9.0  $\mu\text{m}$  ;

Ainsi nous remarquons qu'il y a des positions plus avantageuses que d'autres. Les positions les plus avantageuses sont respectivement les positions 3, 1 et 2 et les positions les moins avantageuses sont respectivement les positions 7, 4, 5 et 6.

L'écart-type moyen sur la mesure d'un point dans le plan est de 4.6  $\mu\text{m}$  contre une moyenne de 12.4  $\mu\text{m}$  pour les mêmes positions considérées mesurées avec le bras Sigma 2025. L'écart-type moyen sur la mesure d'un point selon Z est de 3.2  $\mu\text{m}$  contre une moyenne de 9.2  $\mu\text{m}$  pour les mêmes positions considérées mesurées avec le bras Sigma 2025. Ainsi la répétabilité de mesures avec le bras Absolute est 3 fois plus faible que celle obtenue par le bras Sigma. Ceci est dû à l'amélioration des performances du bras notamment le matériau utilisé qui se déforme moins sous l'effet de l'action de l'opérateur. Cette hypothèse sera vérifiée lors de l'étude des déformations des différentes parties du bras Absolute.

## IV.3. Reproductibilité des mesures

### IV.3.1. Procédure de mesure

Afin d'évaluer la reproductibilité des mesures, un protocole de mesures constitué de trois étapes pour la mesure d'un point [Figure 87] et de six étapes pour la mesure de distance [Figure 88] a été réalisé. Les protocoles définis consistent à changer la configuration du bras à chaque étape en le



bousculant d'un côté à l'autre. Ce protocole nous permet de bouger tous les codeurs angulaires durant le processus de mesure.

L'évaluation de la reproductibilité est faite en considérant l'écart-type d'une centaine de mesures de points et de distances, respectivement.



Figure 87: Protocole d'évaluation de la reproductibilité de mesure d'un point



Figure 88: Protocole d'évaluation de la reproductibilité de mesure d'une distance

### IV.3.2. Analyse des résultats

L'évaluation de la reproductibilité des mesures est réalisée pour les positions 1 et 2 [Figure 85]. Les résultats sont regroupés dans le Tableau 30.

| Position | Point                        |                              |  |                              | Distance                     |                       |
|----------|------------------------------|------------------------------|--|------------------------------|------------------------------|-----------------------|
|          | $\sigma_x$ ( $\mu\text{m}$ ) | $\sigma_y$ ( $\mu\text{m}$ ) | $\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ ( $\mu\text{m}$ ) | $\sigma_z$ ( $\mu\text{m}$ ) | $\sigma_D$ ( $\mu\text{m}$ ) | $D_{\text{moy}}$ (mm) |
| Pos 1    | 7.9                          | 7.2                          | 10.7   | 8.4                          | 10.6                         | 710.030               |
| Pos 2    | 8.7                          | 8.7                          | 12.3   | 2.3                          | 10.9                         | 710.047               |

Tableau 30: Résultats des mesures de reproductibilité

L'écart-type moyen pour la mesure de point est de 11.5  $\mu\text{m}$  dans le plan et de 5.4  $\mu\text{m}$  selon Z. L'écart-type moyen pour la mesure de distance est de 10.8  $\mu\text{m}$ , ce qui représente environ le double des écarts-types obtenus pour les mesures de répétabilité pour les mêmes positions.

Ainsi, on peut conclure que lorsqu'on sollicite les articulations, on augmente la déformation des différentes parties du bras et on engendre des variations angulaires plus importantes, ce qui influe les résultats de mesures et augmente l'erreur de mesure.

## IV.4. Mesures des déformations

### IV.4.1. Dispositif expérimental

Afin de mesurer les déformations du bras Absolute, nous avons collé [Figure 89] six rosettes rectangulaires composées chacune de trois jauges présentant des angles entre elles de 45°. Les détails de l'instrumentation du bras Absolute sont illustrés dans l'Annexe VII.

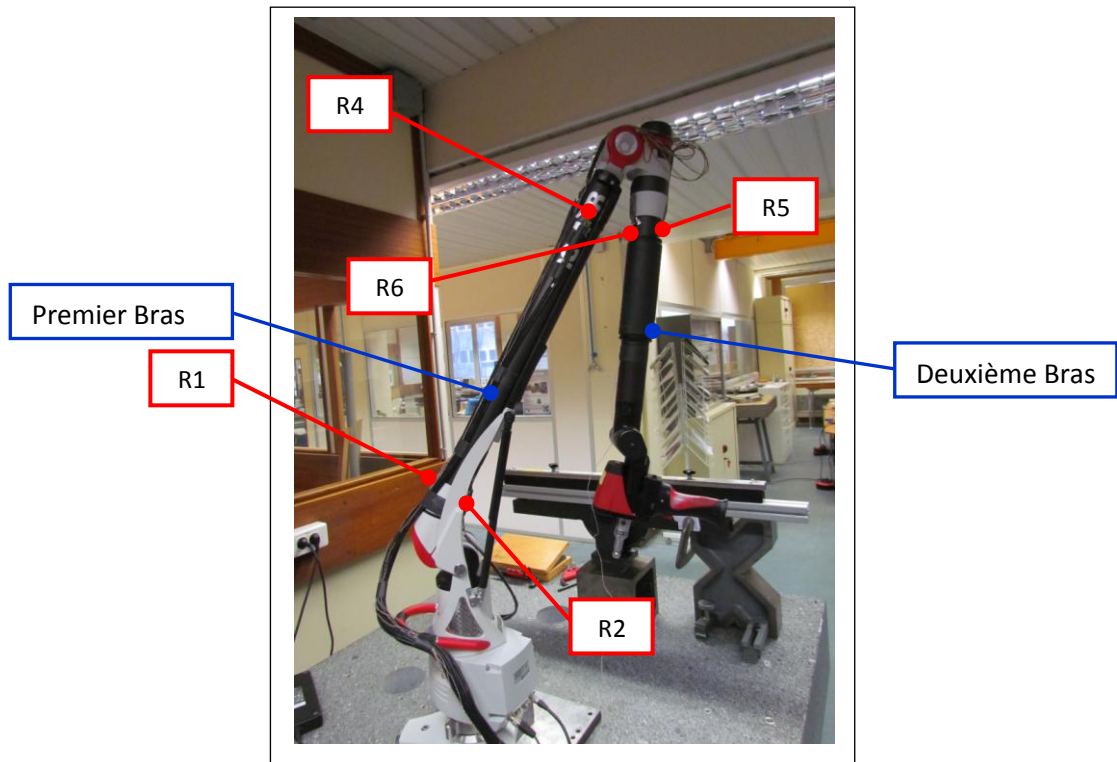


Figure 89: Position des rosettes sur le bras Absolute



Compte tenu des faibles variations de déformations attendues de l'expérience acquise sur le bras Sigma, les choix des jauges de déformation a été fait en fonction de :

- La nature du matériau pour la compensation thermique ;
- La tension d'alimentation admissible (Tension limite évitant un éventuel échauffement de la jauge et donc une dérive) afin de d'obtenir le meilleur signal possible.

La vérification des jauges est réalisée à l'aide du testeur de jauge de marque VISHAY type 1300 n°020357. Les résultats de cette vérification sont regroupés dans le Tableau 38 (Annexe IIX).

Le conditionnement et l'acquisition des mesures sont effectués à l'aide d'un conditionneur de type QUANTUM<sup>X</sup> MX1615 de marque HBM composé d'un châssis à 16 voies individuellement configurables [Figure 90], ce qui permet de faire l'acquisition des déformations de 5 rosettes en même temps.

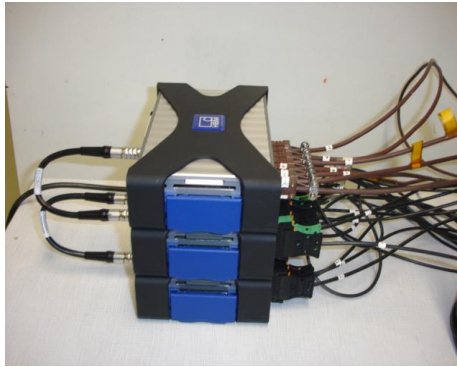


Figure 90: Centrale d'acquisition QUANTUMX MX1615

L'identification et les paramètres nécessaires aux réglages de cette chaîne de mesure sont regroupés dans le Tableau 39 de l'Annexe IX.

### IV.4.2. Vérification des voies de mesure de déformation

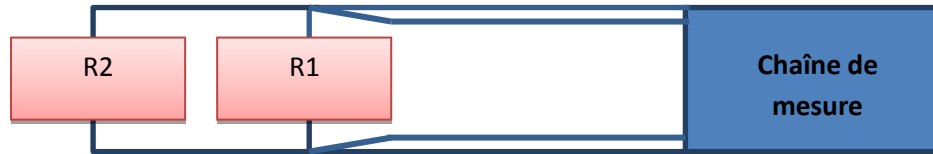
Avant de commencer les mesures, les jauges d'extensométrie ont été vérifiées à l'aide d'un simulateur de jauges d'extensométrie Vishay/Ellis-40 [Figure 91].



Figure 91: Simulateur de jauges d'extensométrie Vishay / Ellis-40

Compte tenu des faibles variations de déformation à observer, les voies de mesure de déformation ont été vérifiées en un point de faible étendue de mesure.

Ce point de faible étendue de mesure est réalisé de la manière suivante :



R1 : Est la résistance simulant la jauge. Elle est donc de l'ordre de 350  $\Omega$  réalisé à l'aide de la boîte à décade VISHAY de type ELLIS-40 n° CM-DAE-01-T11. (La valeur réelle mesurée est de 350,02  $\Omega$ )

R2 : Est la résistance de cran de "calibrage" (résistance de "précision") permettant d'obtenir une variation de résistance. C'est une résistance de "précision" de 12223000  $\Omega$  mesurée à l'aide du multimètre HP de type Agilent 34401A n° V.42B.011 câblé en 4 fils.

$$R_{\text{simulée}} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = 350,009972 \Omega \quad (\text{IV.2})$$

La déformation simulée est calculée en utilisant la formule suivante :

$$\frac{\Delta R}{R} = k \varepsilon \quad (\text{IV.3})$$

$$\text{d'où : } \varepsilon = \frac{(R - R_{\text{simulée}})}{k \times R} \quad (\text{IV.4})$$

Avec :

- R est la résistance de la jauge ;
- K est le facteur de jauge. Dans notre cas k= 2.

On en déduit que :

$$\varepsilon = (-0,01)/(2 \times 350,02) = -1,4325 \cdot 10^{-5} \text{ m/m} = -14,3 \mu\text{m/m}$$

Les résultats de vérification des voies de mesure de déformation sont regroupés dans le Tableau 40 à l'Annexe X.

#### IV.4.3. Détermination des déformations

Pour la détermination des déformations, nous reprenons les mêmes hypothèses faites pour le bras Sigma 2025 formulées dans les paragraphes (§ II.1.4.2.3.1, § II.1.4.2.3.2 et II.1.4.2.3.3)

Il est à noter que lors du dépouillement des mesures obtenues par des rosettes rectangulaires, nous avons deux expressions correspondant aux déformations principales, à savoir :

$$\varepsilon_r = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2} ; \quad (\text{IV.5})$$

$$\varepsilon_d = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} \quad (IV.6)$$

Avec  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_3$  les déformations respectives mesurées par les deux jauges à 45° de la rosette et  $\varepsilon_2$  la déformation mesurée par la jauge longitudinale de la rosette.

Pour déterminer la torsion, nous utilisons le terme  $\varepsilon_r$ . En effet, si nous considérons  $\varepsilon_d$ , nous considérons que nous avons une torsion pure; ce qui n'est pas le cas dans notre étude étant donnée que nous avons aussi de la traction et de la flexion qui sont  $\varepsilon_r$  à travers la composante  $\varepsilon_2$ .

Etant donné que dans notre cas, nous avons placé les rosettes diamétralement opposées une à une la torsion est calculée comme suit :

$$T_1 = \varepsilon_{r1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left(\frac{(\varepsilon_1(R_1) - \varepsilon_2(R_1)) + (\varepsilon_1(R_2) - \varepsilon_2(R_2))}{2}\right)^2 + \left(\frac{(\varepsilon_2(R_1) - \varepsilon_3(R_1)) + (\varepsilon_2(R_2) - \varepsilon_3(R_3))}{2}\right)^2}, \quad (IV.7)$$

$$T_2 = \varepsilon_{r2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left(\frac{(\varepsilon_1(R_3) - \varepsilon_2(R_3)) + (\varepsilon_1(R_4) - \varepsilon_2(R_4))}{2}\right)^2 + \left(\frac{(\varepsilon_2(R_3) - \varepsilon_3(R_3)) + (\varepsilon_2(R_4) - \varepsilon_3(R_4))}{2}\right)^2}, \quad (IV.8)$$

$$T_3 = \varepsilon_{r3} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left(\frac{(\varepsilon_1(R_5) - \varepsilon_2(R_5)) + (\varepsilon_1(R_6) - \varepsilon_2(R_6))}{2}\right)^2 + \left(\frac{(\varepsilon_2(R_5) - \varepsilon_3(R_5)) + (\varepsilon_2(R_6) - \varepsilon_3(R_6))}{2}\right)^2}; \quad (IV.9)$$

Avec  $\varepsilon_1(R_i)$  et  $\varepsilon_3(R_i)$  déformations respectives mesurées par les deux jauges à 45° de la rosette (jauge 1 et jauge 3)  $R_i$  et  $\varepsilon_2(R_i)$  la déformation mesurée par la jauge latérale de la rosette (jauge 2).

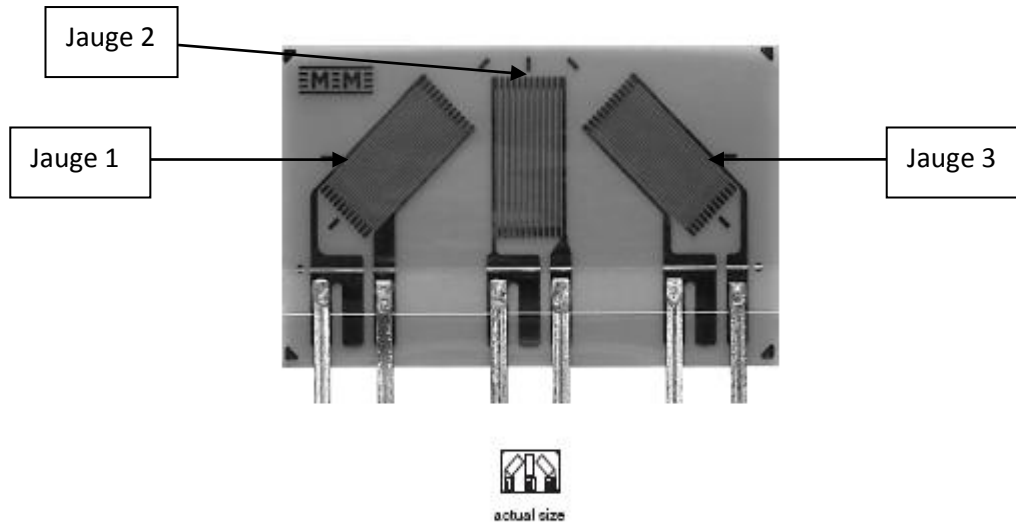


Figure 92: Rosette rectangulaire

#### IV.4 .5. Mesure des déformations

Afin de procéder de la même manière que les mesures de déformations du bras Sigma 2025, nous avons mesuré les déformations dans les quatre positions extrêmes du bras [Figure 93].

Pour chaque position, on fait quatre mesures afin de s'assurer de la répétabilité des mesures. Chaque mesure dure 20 secondes.

## Chapitre IV : Etude du bras Absolute

Le signal brut obtenu [Figure 94] présente un bruit de l'ordre de  $\pm 1 \mu\text{m/m}$ . A cet effet, nous avons filtré ces résultats bruts par un filtre passe bas afin d'avoir une courbe filtrée correspondant aux valeurs réellement mesurées et permettant d'éliminer le bruit. Les résultats obtenus après filtrage sont illustrés par la Figure 95.

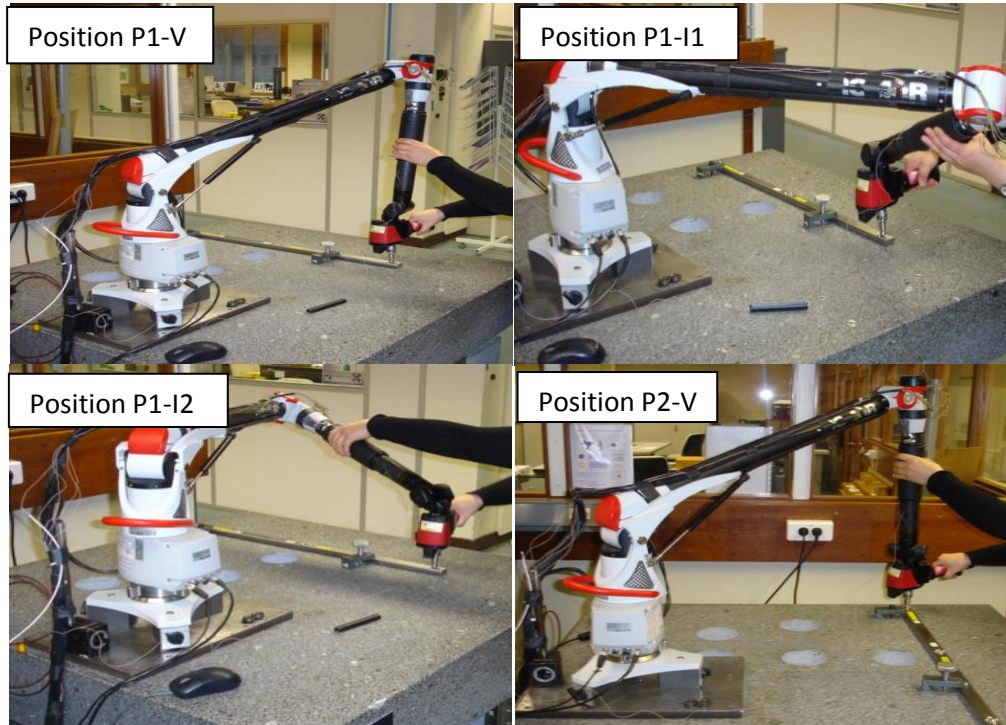


Figure 93: Positions considérées pour la mesure des déformations du bras Absolute

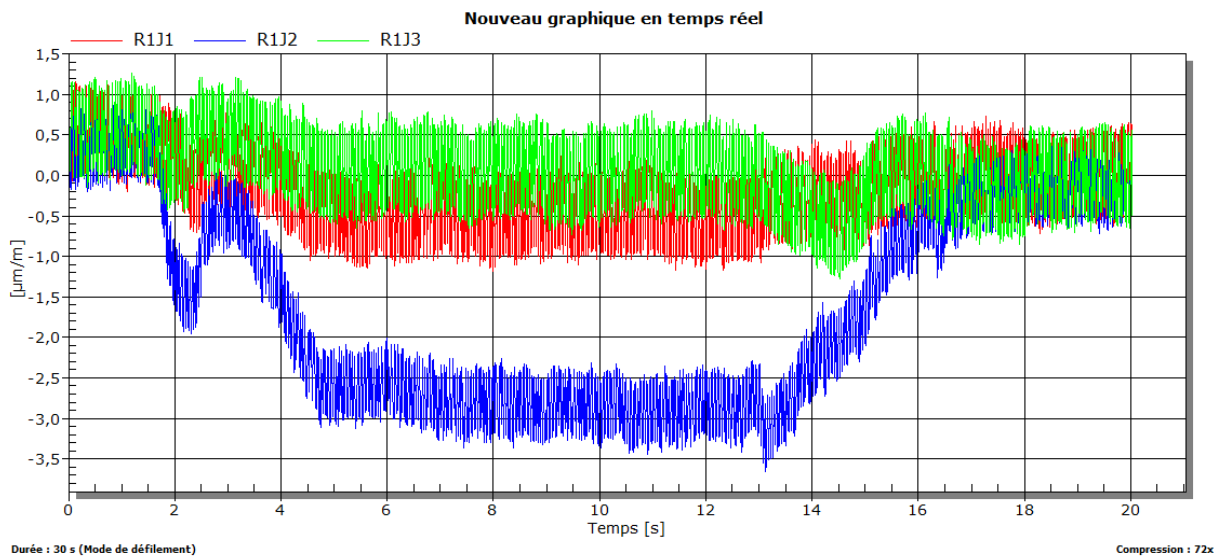


Figure 94: Résultats bruts des mesures des déformations

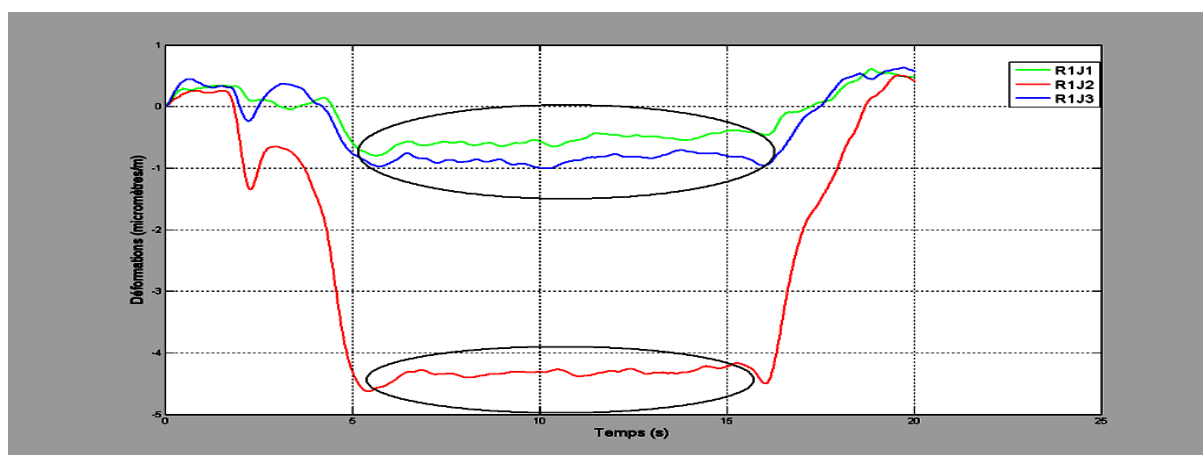


Figure 95: Résultats des mesures des déformations filtrées

En analysant ces résultats, nous constatons que pour les deux premières secondes le bras est généralement au repos. Entre les secondes 2 et 4 le bras se déforme suite à son déplacement de sa position initiale [Tableau 37]. Pendant la durée de mesure simulée correspondant à la partie entourée dans la Figure 95, les déformations sont stables. Aux dernières secondes, on note une variation de la déformation correspondant à la remise du bras à sa position initiale.

A partir de ces constats, la détermination des déformations calculées se base sur la moyenne de la période de mesures, correspondant à la partie entourée dans la Figure 95. Pour chaque position, la valeur de déformation considérée est la moyenne des valeurs absolues des quatre mesures.

Les résultats des déformations calculées sont regroupés dans le Tableau 31.

|                               | T1 (rad)                              | T2 (rad)                              | T3 (rad)                              | F1 (μm)     | F2 (μm)    |
|-------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|-------------|------------|
| Position P1-V-Essai1          | $7.1 \cdot 10^{-6}$                   | $3.2 \cdot 10^{-6}$                   | $3.2 \cdot 10^{-6}$                   | 9.1         | 0.8        |
| Position P1-V -Essai2         | $6.5 \cdot 10^{-6}$                   | $4.5 \cdot 10^{-6}$                   | $4.5 \cdot 10^{-6}$                   | 8.5         | 0.8        |
| Position P1-V -Essai3         | $4.0 \cdot 10^{-6}$                   | $4.4 \cdot 10^{-6}$                   | $4.4 \cdot 10^{-6}$                   | 8.6         | 1.1        |
| Position P1-V -Essai4         | $4.9 \cdot 10^{-6}$                   | $6.1 \cdot 10^{-6}$                   | $6.2 \cdot 10^{-6}$                   | 9.1         | 0.7        |
| <b>Moyenne Position P1-V</b>  | <b><math>5.6 \cdot 10^{-6}</math></b> | <b><math>4.6 \cdot 10^{-6}</math></b> | <b><math>4.6 \cdot 10^{-6}</math></b> | <b>8.8</b>  | <b>0.9</b> |
| Position P1-I1-Essai1         | $6.6 \cdot 10^{-6}$                   | $1.7 \cdot 10^{-5}$                   | $1.7 \cdot 10^{-5}$                   | 14.0        | 2.3        |
| Position P1-I1-Essai2         | $4.3 \cdot 10^{-6}$                   | $1.4 \cdot 10^{-5}$                   | $1.4 \cdot 10^{-5}$                   | 13.2        | 2.2        |
| Position P1-I1-Essai3         | $5.3 \cdot 10^{-6}$                   | $1.5 \cdot 10^{-5}$                   | $1.5 \cdot 10^{-5}$                   | 11.3        | 1.7        |
| Position P1-I1-Essai4         | $6.2 \cdot 10^{-6}$                   | $1.3 \cdot 10^{-5}$                   | $1.3 \cdot 10^{-5}$                   | 13.7        | 3.2        |
| <b>Moyenne Position P1-I1</b> | <b><math>5.6 \cdot 10^{-6}</math></b> | <b><math>1.5 \cdot 10^{-5}</math></b> | <b><math>1.5 \cdot 10^{-5}</math></b> | <b>13.1</b> | <b>2.4</b> |
| Position P1-I2-Essai1         | $9.4 \cdot 10^{-6}$                   | $1.5 \cdot 10^{-5}$                   | $1.5 \cdot 10^{-5}$                   | 11.5        | 0.8        |
| Position P1-I2-Essai2         | $9.2 \cdot 10^{-6}$                   | $1.6 \cdot 10^{-5}$                   | $1.6 \cdot 10^{-5}$                   | 12.4        | 1.1        |
| Position P1-I2-Essai3         | $1.0 \cdot 10^{-6}$                   | $1.6 \cdot 10^{-5}$                   | $1.6 \cdot 10^{-5}$                   | 12.9        | 1.5        |
| Position P1-I2-Essai4         | $9.8 \cdot 10^{-6}$                   | $1.1 \cdot 10^{-5}$                   | $1.1 \cdot 10^{-5}$                   | 12.5        | 1.0        |
| <b>Moyenne Position P1-I2</b> | <b><math>9.7 \cdot 10^{-6}</math></b> | <b><math>1.5 \cdot 10^{-5}</math></b> | <b><math>1.5 \cdot 10^{-5}</math></b> | <b>12.3</b> | <b>1.1</b> |
| Position P2-V-Essai1          | $3.8 \cdot 10^{-6}$                   | $6.1 \cdot 10^{-6}$                   | $6.1 \cdot 10^{-6}$                   | 9.8         | 1.1        |
| Position P2-V-Essai2          | $4.1 \cdot 10^{-6}$                   | $7.5 \cdot 10^{-6}$                   | $7.5 \cdot 10^{-6}$                   | 10.7        | 1.4        |
| Position P2-V-Essai3          | $4.8 \cdot 10^{-6}$                   | $7.0 \cdot 10^{-6}$                   | $7.0 \cdot 10^{-6}$                   | 10.7        | 1.4        |
| Position P2-V-Essai4          | $4.6 \cdot 10^{-5}$                   | $7.9 \cdot 10^{-6}$                   | $7.9 \cdot 10^{-6}$                   | 10.2        | 1.5        |
| <b>Moyenne Position P2-V</b>  | <b><math>4.3 \cdot 10^{-6}</math></b> | <b><math>7.1 \cdot 10^{-6}</math></b> | <b><math>7.1 \cdot 10^{-6}</math></b> | <b>10.4</b> | <b>1.4</b> |

Tableau 31: Résultats des déformations du bras Absolute

## Chapitre IV : Etude du bras Absolute

Dans ce tableau T1 et T2 sont les torsions calculées respectivement en bas et en haut du premier bras [Figure 89], T3 la torsion calculée pour le deuxième bras, F1 est la flexion du premier bras et F2 la flexion du 2ème bras.

Comme pour bras Sigma 2025, nous constatons que les torsions aux deux extrémités du bras Absolute ne sont pas égales, contrairement à l'hypothèse considérée. Ceci peut s'expliquer par la présence de variabilité de la rigidité interne (non prises en compte dans les hypothèses initiales). Ainsi, nous rectifions l'hypothèse en reprenant la même hypothèse faite par le bras Sigma 2025 en considérant que la rigidité en torsion est variable linéairement ( $\varepsilon$  n'est plus constant), nous procédons donc par intégration :

$$d\alpha = 2 \frac{dx}{R} \varepsilon(x) \text{ d'où } \alpha = \int_0^L 2 \frac{dx}{R} \varepsilon(x) dx = 2 \left[ \frac{x^2}{2R} \varepsilon(x) \right]_0^L = \frac{L^2}{R} \varepsilon(L) = \frac{L^2}{R} \cdot \frac{\varepsilon}{L} = \frac{L\varepsilon}{R} \quad (\text{IV.10})$$

Avec :

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left( \frac{(\varepsilon_1(R_3) - \varepsilon_2(R_3)) + (\varepsilon_1(R_4) - \varepsilon_2(R_4))}{2} \right)^2 + \left( \frac{(\varepsilon_2(R_3) - \varepsilon_3(R_3)) + (\varepsilon_2(R_4) - \varepsilon_3(R_4))}{2} \right)^2} \quad (\text{IV.11})$$

La même hypothèse est considérée donc pour le deuxième bras avec :

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left( \frac{(\varepsilon_1(R_5) - \varepsilon_2(R_5)) + (\varepsilon_1(R_6) - \varepsilon_2(R_6))}{2} \right)^2 + \left( \frac{(\varepsilon_2(R_5) - \varepsilon_3(R_5)) + (\varepsilon_2(R_6) - \varepsilon_3(R_6))}{2} \right)^2} \quad (\text{IV.12})$$

Les nouveaux résultats sont récapitulés dans le Tableau 32, où, T1 est la torsion du premier bras et T3 est la torsion du 2<sup>ème</sup> bras.

|                               | T1 (rad)                   | T2 (rad)                   | F1 (μm)     | F2 (μm)    |
|-------------------------------|----------------------------|----------------------------|-------------|------------|
| Position P1-V-Essai1          | 1.6 10 <sup>-6</sup>       | 1.6 10 <sup>-6</sup>       | 9.1         | 0.8        |
| Position P1-V -Essai2         | 2.3 10 <sup>-6</sup>       | 2.3 10 <sup>-6</sup>       | 8.5         | 0.8        |
| Position P1-V -Essai3         | 2.2 10 <sup>-6</sup>       | 2.2 10 <sup>-6</sup>       | 8.6         | 1.1        |
| Position P1-V -Essai4         | 3.1 10 <sup>-6</sup>       | 3.1 10 <sup>-6</sup>       | 9.1         | 0.7        |
| <b>Moyenne Position P1-V</b>  | <b>2.3 10<sup>-6</sup></b> | <b>2.3 10<sup>-6</sup></b> | <b>8.8</b>  | <b>0.9</b> |
| Position P1-I1-Essai1         | 0.9 10 <sup>-5</sup>       | 0.9 10 <sup>-5</sup>       | 14.0        | 2.3        |
| Position P1-I1-Essai2         | 0.7 10 <sup>-5</sup>       | 0.7 10 <sup>-5</sup>       | 13.2        | 2.2        |
| Position P1-I1-Essai3         | 0.8 10 <sup>-5</sup>       | 0.8 10 <sup>-5</sup>       | 11.3        | 1.7        |
| Position P1-I1-Essai4         | 0.7 10 <sup>-5</sup>       | 0.7 10 <sup>-5</sup>       | 13.7        | 3.2        |
| <b>Moyenne Position P1-I1</b> | <b>0.8 10<sup>-5</sup></b> | <b>0.8 10<sup>-5</sup></b> | <b>13.1</b> | <b>2.4</b> |
| Position P1-I2-Essai1         | 0.8 10 <sup>-5</sup>       | 0.8 10 <sup>-5</sup>       | 11.5        | 0.8        |
| Position P1-I2-Essai2         | 0.8 10 <sup>-5</sup>       | 0.8 10 <sup>-5</sup>       | 12.4        | 1.1        |
| Position P1-I2-Essai3         | 0.8 10 <sup>-5</sup>       | 0.8 10 <sup>-5</sup>       | 12.9        | 1.5        |
| Position P1-I2-Essai4         | 0.6 10 <sup>-5</sup>       | 0.6 10 <sup>-5</sup>       | 12.5        | 1.0        |
| <b>Moyenne Position P1-I2</b> | <b>0.8 10<sup>-5</sup></b> | <b>0.8 10<sup>-5</sup></b> | <b>12.3</b> | <b>1.1</b> |
| Position P2-V-Essai1          | 3.1 10 <sup>-6</sup>       | 3.1 10 <sup>-6</sup>       | 9.8         | 1.1        |
| Position P2-V-Essai2          | 3.8 10 <sup>-6</sup>       | 3.8 10 <sup>-6</sup>       | 10.7        | 1.4        |
| Position P2-V-Essai3          | 3.5 10 <sup>-6</sup>       | 3.5 10 <sup>-6</sup>       | 10.7        | 1.4        |
| Position P2-V-Essai4          | 4.0 10 <sup>-6</sup>       | 4.0 10 <sup>-6</sup>       | 10.2        | 1.5        |
| <b>Moyenne Position P2-V</b>  | <b>3.6 10<sup>-6</sup></b> | <b>3.6 10<sup>-6</sup></b> | <b>10.4</b> | <b>1.4</b> |

Tableau 32 : Résultats des déformations du bras Absolute corrigés



Nous en déduisons que :

- La torsion varie de  $2.3 \cdot 10^{-6}$  à  $8.0 \cdot 10^{-6}$  rad. Elle est la même pour le premier et pour le deuxième bras, ce qui ne correspond pas à l'hypothèse considérée pour le deuxième bras lors de l'étude des déformations du bras Sigma 2025. Il serait donc plus convenable de considérer la même torsion pour les deux bras sans prendre en considération la longueur de chaque bras.
- La flexion varie de  $8.8$  à  $13.1 \mu\text{m}$  pour le premier bras et de  $0.9$  à  $2.4 \mu\text{m}$  pour le deuxième bras, ce qui correspond bien à l'hypothèse considérée pour déterminer la flexion pour le deuxième bras sur le bras Sigma 2025.
- Pour la même position verticale du bras, les déformations en torsion et en flexion sont plus importantes pour la position P2-V, soit le point le plus éloigné du bras.
- Pour le même point mesuré, les déformations en torsion et en flexion sont plus importantes pour les positions inclinées.
- La torsion est la même pour les positions inclinées, ce qui est logique vu que ces deux positions sont symétriques.

#### IV.5. Etude de l'impact de la déformation sur la répétabilité des mesures

Afin d'étudier le lien entre la répétabilité des mesures et les déformations, les mêmes mesures de déformation ont été réalisées pour les quatre positions du bras la barre étant positionnée selon l'axe Y [Figure 96].

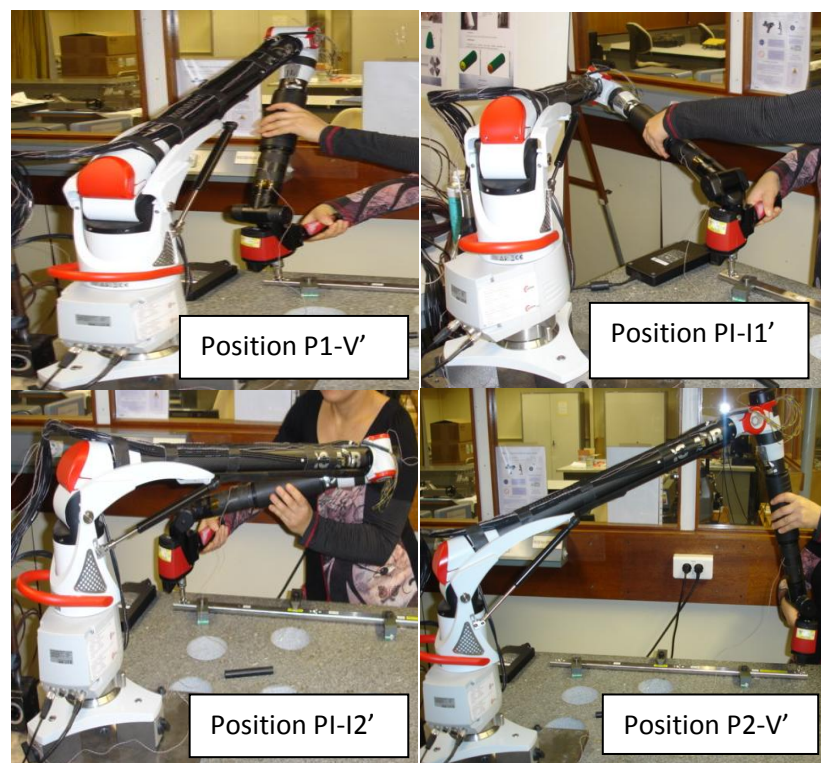


Figure 96: Positions considérées pour la mesure des déformations du bras Absolute selon l'axe Y

Les résultats de ces mesures sont groupés dans le Tableau 33, où T1 est la torsion du premier bras [Figure 89], T2 la torsion du deuxième bras, F1 est la flexion du premier bras et F2 la flexion du 2ème bras.

|                                | T1moy (rad)                           | T2moy (rad)                           | F1moy (μm)  | F2moy (μm) |
|--------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|-------------|------------|
| Position P1-V'-Essai1          | $1.4 \cdot 10^{-6}$                   | $1.4 \cdot 10^{-6}$                   | 8.1         | 0.3        |
| Position P1-V'-Essai2          | $1.7 \cdot 10^{-6}$                   | $1.7 \cdot 10^{-6}$                   | 7.8         | 0.5        |
| Position P1-V'-Essai3          | $1.5 \cdot 10^{-6}$                   | $1.5 \cdot 10^{-6}$                   | 7.4         | 0.4        |
| Position P1-V'-Essai4          | $2.1 \cdot 10^{-6}$                   | $2.1 \cdot 10^{-6}$                   | 7.8         | 0.5        |
| <b>Moyenne Position P1-V'</b>  | <b><math>1.7 \cdot 10^{-6}</math></b> | <b><math>1.7 \cdot 10^{-6}</math></b> | <b>7.8</b>  | <b>0.4</b> |
| Position P1-I1'-Essai1         | $5.7 \cdot 10^{-6}$                   | $5.7 \cdot 10^{-6}$                   | 8.5         | 0.8        |
| Position P1-I1'-Essai2         | $4.7 \cdot 10^{-6}$                   | $4.7 \cdot 10^{-6}$                   | 9.2         | 0.7        |
| Position P1-I1'-Essai3         | $5.8 \cdot 10^{-6}$                   | $5.8 \cdot 10^{-6}$                   | 10.3        | 0.8        |
| Position P1-I1'-Essai4         | $5.2 \cdot 10^{-6}$                   | $5.2 \cdot 10^{-6}$                   | 10.2        | 1.0        |
| <b>Moyenne Position P1-I1</b>  | <b><math>5.4 \cdot 10^{-6}</math></b> | <b><math>5.4 \cdot 10^{-6}</math></b> | <b>9.6</b>  | <b>0.8</b> |
| Position P1-I2'-Essai1         | $4.1 \cdot 10^{-6}$                   | $4.1 \cdot 10^{-6}$                   | 8.3         | 0.9        |
| Position P1-I2'-Essai2         | $5.0 \cdot 10^{-6}$                   | $5.0 \cdot 10^{-6}$                   | 9.8         | 0.8        |
| Position P1-I2'-Essai3         | $5.2 \cdot 10^{-6}$                   | $5.2 \cdot 10^{-6}$                   | 9.6         | 1.0        |
| Position P1-I2'-Essai4         | $6.0 \cdot 10^{-6}$                   | $6.0 \cdot 10^{-6}$                   | 12.1        | 1.0        |
| <b>Moyenne Position P1-I2'</b> | <b><math>5.1 \cdot 10^{-6}</math></b> | <b><math>5.1 \cdot 10^{-6}</math></b> | <b>10.0</b> | <b>0.9</b> |
| Position P2-V'-Essai1          | $3.5 \cdot 10^{-6}$                   | $3.5 \cdot 10^{-6}$                   | 9.9         | 1.0        |
| Position P2-V'-Essai2          | $3.2 \cdot 10^{-6}$                   | $3.2 \cdot 10^{-6}$                   | 9.2         | 0.7        |
| Position P2-V'-Essai3          | $4.0 \cdot 10^{-6}$                   | $4.0 \cdot 10^{-6}$                   | 9.6         | 0.8        |
| Position P2-V'-Essai4          | $4.7 \cdot 10^{-6}$                   | $4.7 \cdot 10^{-6}$                   | 10.4        | 1.0        |
| <b>Moyenne Position P2-V'</b>  | <b><math>3.9 \cdot 10^{-6}</math></b> | <b><math>3.9 \cdot 10^{-6}</math></b> | <b>9.8</b>  | <b>0.9</b> |

Tableau 33: Résultats des déformations du bras Absolute selon l'axe Y

Ensuite, les résultats des déformations et de mesures de répétabilité sont comparés pour les deux points extrêmes de la barre, selon les axes X et Y [Tableau 34].

|                       | T1moy (rad)         | T2moy (rad)         | F1moy (μm) | F2moy (μm) | $\sigma_x$ (μm) | $\sigma_y$ (μm) | $\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ (μm) | $\sigma_z$ (μm) |
|-----------------------|---------------------|---------------------|------------|------------|-----------------|-----------------|---------------------------------------|-----------------|
| <b>Position P1-V</b>  | $2.3 \cdot 10^{-6}$ | $2.3 \cdot 10^{-6}$ | 8.8        | 0.9        | 3.1             | 2.0             | 3.7                                   | 2.6             |
| <b>Position P2-V</b>  | $3.6 \cdot 10^{-6}$ | $3.6 \cdot 10^{-6}$ | 10.4       | 1.4        | 1.7             | 3.3             | 3.7                                   | 2.7             |
| <b>Position P1-V'</b> | $1.7 \cdot 10^{-6}$ | $1.7 \cdot 10^{-6}$ | 7.8        | 0.4        | 3.0             | 2.2             | 3.3                                   | 1.5             |
| <b>Position P2-V'</b> | $3.9 \cdot 10^{-6}$ | $3.9 \cdot 10^{-6}$ | 9.8        | 0.9        | 2.6             | 1.6             | 3.1                                   | 3.6             |

Tableau 34: Comparaison des résultats des mesures de la déformation et de la répétabilité

On en déduit que :

- La flexion varie entre environ 8 et 10 μm et il n'y a pas une différence considérable entre les différentes positions.
- La torsion varie d'environ  $2.10^{-6}$  rad pour le premier point de la barre (proche du bras) à environ  $4.10^{-6}$  rad pour le deuxième point plus éloignée du bras.
- La répétabilité dans le plan est d'environ 3.5 μm quasiment la même pour les quatre points considérés. Cependant, on note une différence dans la répétabilité selon l'axe de z qui varie entre environ 1.5 et 3.5 μm.



- La torsion est d'autant plus élevée que la répétabilité est grande, ce qui confirme les conclusions précédentes que la composante prépondérante dans l'incertitude de mesures est la torsion. Ce résultat explique la différence de la répétabilité obtenue pour les différentes positions.

## IV.6. Conclusions et recommandations

Les résultats de déformations obtenus pour le bras Absolute sont comparés à ceux obtenus par le bras Sigma 2025 [Tableau 35].

|         | Bras Sigma 2025     |                     |                     |                     | Bras Absolute       |                     |                     |                     |
|---------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
|         | Position P1-V       | Position P1-I1      | Position P1-I2      | Position P2-V       | Position P1-V       | Position P1-I1      | Position P1-I2      | Position P2-V       |
| T (rad) | $3.6 \cdot 10^{-5}$ | $3.4 \cdot 10^{-5}$ | $3.4 \cdot 10^{-5}$ | $3.9 \cdot 10^{-5}$ | $2.3 \cdot 10^{-6}$ | $8.0 \cdot 10^{-6}$ | $8.0 \cdot 10^{-6}$ | $3.6 \cdot 10^{-6}$ |
| F (μm)  | 4                   | 8.7                 | 7.8                 | 7.5                 | 8.8                 | 13.1                | 12.3                | 10.4                |

Tableau 35: Comparaison des déformations pour les mêmes positions avec les bras Sigma 2025 et Absolute

Nous pouvons conclure que :

- La flexion du bras Absolute est supérieure à la flexion du bras Sigma 2025, ce résultat est logique vu que le diamètre et la longueur des parties en composite du bras Absolute sont plus grands que ceux du bras Sigma 2025.
- En comparant les valeurs des torsions des quatre positions considérées, pour les deux bras Sigma 2025 et Absolute, nous en déduisons que la torsion du bras Sigma 2025 est environ six fois plus grande que celle du bras Absolute. Ce résultat confirme que la composante prépondérante dans l'incertitude de mesure d'un point est la torsion. En effet, en améliorant la conception et le matériau du bras Absolute, la torsion a diminué, ce qui a permis de diminuer la répétabilité sur la mesure d'un point d'environ 2/3 ( $11.4 \mu\text{m}$  pour le Sigma 2025 et  $4.3 \mu\text{m}$  pour l'Absolute).
- La torsion pour le deuxième est égale à celle du premier bras, ce qui nous permet d'en déduire que la torsion est due aux propriétés du composite et aux liaisons internes. Ceci nous permet de conclure que l'hypothèse que nous avons considérée pour le bras Sigma 2025, à savoir que la torsion est proportionnelle à la longueur du bras n'est pas correcte. Nous devons donc corriger dans notre simulation sur le bras Sigma.
- Les résultats obtenus pour la flexion confirment l'hypothèse considérée pour le bras Sigma 2025 supposant que la flexion du deuxième bras est proportionnelle à la longueur du bras au cube.
- Pour la même position verticale du bras, les déformations en torsion et en flexion sont plus importantes pour le point le plus éloigné du bras. Ainsi il est recommandé de positionner la pièce à mesurer le plus proche possible du bras, sans toutefois être trop près de l'axe (solicitation mécanique).

#### Chapitre IV : Etude du bras Absolute

- Pour le même point, la torsion pour le bras incliné est environ trois fois plus grande que celle pour le bras vertical, ce qui explique que la reproductibilité sur la mesure d'un point est environ trois fois plus importante que la répétabilité sur la mesure du même point. Ainsi, il est recommandé de tenir le bras le plus vertical possible et d'optimiser le déplacement du bras en cours de mesure en minimisant la sollicitation des différentes articulations.

## Conclusions générales et perspectives

Dans cette thèse, nous avons étudié les incertitudes de mesures d'un processus de mesure utilisant un bras polyarticulé portable. Les apports de ce travail sont doubles et concernent à la fois la mise en place d'une méthodologie pour la détermination des incertitudes de ces dispositifs qui est actuellement assez bien maîtrisée et la quantification de ces incertitudes pour un bras Romer de type Sigma 2025.

Nous nous sommes basés sur la méthode de Monte Carlo, décrite dans le supplément 1 du GUM, consistant à une propagation de distributions pour établir un modèle de détermination des incertitudes. Notre approche a été basée sur une simulation de Monte Carlo à deux niveaux, à savoir :

- une simulation de Monte Carlo de niveau 1 permettant de déterminer les incertitudes de mesures liées au bras de mesure,
- une simulation de Monte Carlo de niveau 2 permettant de déterminer les incertitudes sur le mesurande donné en incluant les incertitudes liées à la pièce.

Cette approche a l'avantage d'établir, via la simulation de Monte Carlo de niveau 1, un modèle de détermination des incertitudes de mesures pour un processus de mesure utilisant un bras polyarticulé portable qui puisse directement être utilisable par les fabricants de ces dispositifs. Ce modèle pourra être appliqué à tout type de bras polyarticulé portable quelque soit le mesurande considéré.

Le comportement métrologique du bras devant être élaboré à partir d'un modèle géométrique, nous avons utilisé la méthode de Denavit et Hartenberg pour la modélisation géométrique du bras sur la base de coordonnées homogènes (matrice  $4 \times 4$ ). Le modèle consiste en une série d'opérateurs reliant les systèmes de coordonnées articulaires avec des paramètres de distances et d'angles. Dans notre cas, un repère de référence a été attaché à chacun des codeurs du bras. Les différents systèmes de coordonnées sont reliés entre eux par des transformations de base composées de deux rotations et de deux translations. Le paramétrage du modèle est souvent laissé au choix du concepteur du modèle. La convention utilisée par Khalil est la mieux adaptée à l'application considérée. Par contre, Khalil définit indirectement que deux liaisons pivots consécutives et directement perpendiculaires peuvent être considérées comme centrées spécialement sur le même point, ce qui correspond à une rotule à doigt. Cette hypothèse est géométriquement équivalente mais ne peut être appliquée pour un modèle d'incertitudes, dans la mesure où il est nécessaire d'avoir un repère par codeur, afin de pouvoir faire varier les distances théoriques entre les codeurs. Le modèle de Khalil a ainsi été modifié en ajoutant simplement des repères intermédiaires construits par simple translation du repère précédent.

## Conclusions générales et perspectives

La simulation de Monte Carlo de niveau 1 est divisée en trois sous niveaux :

- niveau 1.1 : ce niveau permettant de connaître l'incertitude sur la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point lors de la phase d'étalonnage du bras, c'est-à-dire avec l'utilisation du capteur de référence. Dans cette étape, le bras est considéré comme étalonné, c'est-à-dire que l'on n'introduit pas d'erreurs liées à l'étalonnage. Dans ce niveau 1, nous avons pris en considération notamment: les fluctuations des longueurs des poutres en particulier sous l'effet des variations de température, les erreurs liées à la résolution des codeurs, les déformations de la structure sous l'action des efforts extérieurs (notamment les actions de l'opérateur : déformations de traction/compression, flexion et torsion, et des efforts internes liées aux accouplements). L'ordre de grandeur de l'incertitude-type sur la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point obtenue par cette simulation de niveau 1.1 est du même ordre de grandeur que l'étude de la répétabilité sur point.
- le niveau 1.2 permettant à partir du niveau 1.1 de déterminer les erreurs sur les distances mesurées et donc d'identifier les erreurs d'étalonnage et de quantifier les incertitudes sur la détermination des paramètres géométriques du modèle basé sur la modélisation de Denavit-Hartenberg (distances et angles du modèle géométrique).
- le niveau 1.3 qui permet de déterminer les incertitudes sur la mesure des coordonnées cartésiennes d'un point en considérant le capteur utilisé.

Les paramètres les plus influents ont été présentés et évalués, notamment la vibration, la température et les déformations de la structure sous l'effet des contraintes provoquées par les manipulations de l'opérateur. Les déformations ont été estimées par instrumentation du bras mais aussi par simulation par éléments finis.

Nous avons montré que le facteur prépondérant est la vibration. Cependant, la modélisation de ce paramètre n'étant pas simple, nous proposons de le prendre en compte sous forme d'une mesure de répétabilité de point dans le lieu de mesure.

Par ailleurs, nous avons déduit que l'action de l'opérateur a un effet important sur l'incertitude de mesure. En effet, environ 41 % de l'incertitude globale du bras Sigma 2025 étudié est due à l'échauffement du bras lors de la manipulation par l'opérateur et environ 36 % de l'incertitude est due aux déformations de la structure sous l'action de l'opérateur.

Ce résultat a été confirmé en comparant les bras Sigma 2025 au bras de nouvelle génération de Romer « Absolute ». Nous avons montré que le fabricant a pu réduire de 2/3 l'écart-type de la répétabilité des mesures d'un point en effectuant les modifications suivantes :

- Utiliser 100 % de carbone dans la constitution du bras contrairement au bras Sigma 2025, constitué à moitié d'aluminium. Le carbone étant moins sensible à la température, ceci a permis de réduire l'effet de la température.
- Intégrer une poignée et une jante en caoutchouc, ce qui a permis de réduire l'échauffement du bras lors de la manipulation.

## Conclusions générales et perspectives

- Utiliser une fibre de carbone tressée qui est moins sensible à la torsion que les fibres de carbone unidirectionnelles utilisées dans la composition du bras Sigma 2025, ce qui a permis de réduire les déformations en torsion.

Nous avons aussi montré en réalisant la simulation de Monte Carlo de niveau 1.2, que l'incertitude annoncé par le constructeur ne prend pas en compte l'incertitude liée à l'étalonnage. Il ne prend pas en compte les incertitudes dues à l'étalonnage lui-même. Ces incertitudes auraient pourtant, à première vue, un effet important sur l'incertitude globale du bras de mesure.

## Perspectives

A l'issue de ce travail, différents points pourraient être approfondis tant de point de vue méthodologie que de point de vue application.

Concernant la méthodologie développée, le bras a été étudié dans quatre positions typiques représentant deux configurations du bras : une configuration verticale manipulé par une seule main et une configuration inclinée manipulée par les deux mains de l'opérateur. Afin d'affiner le modèle, il serait souhaitable d'intégrer dans le modèle théorique du bras, un modèle dynamique permettant de prendre en compte les déformations en fonction de la configuration réelle du bras. Le point de blocage actuel réside dans le manque d'informations liées à la direction d'accostage du palpeur par rapport à la pièce.

D'un autre côté, les résultats de la simulation de Monte Carlo pour la détermination des incertitudes sur les paramètres géométriques (niveau 1.2) ont été obtenus à travers la considération de huit positions de la barre étalon dans le volume de travail du bras. Pour affiner ces résultats il serait intéressant d'implanter les résultats de mesures des positions d'étalonnage de Romer. En effet, la considération des mêmes positions que celles considérées lors de l'étalonnage du bras par Romer permettrait d'avoir un résultat correspondant à la réalité. Nous n'avons pas encore pu effectuer cette étape avec le fabricant.

Du point de vue application, il serait envisageable dans le cadre de l'étude de la simulation de Monte Carlo de niveau 2, d'appliquer le modèle développé sur différents mesurandes donnés pour diverses pièces mécaniques. Ceci permettrait de tester le modèle sur des cas réels et d'en déduire des résultats plus concrets.

Il serait aussi souhaitable d'appliquer le modèle à d'autres types de capteurs tels que les capteurs dynamiques ou d'autres capteurs statiques de dimensions différentes de celles du capteur de référence utilisé dans notre étude, mais aussi les capteurs à nappes laser.

## LISTE BIBLIOGRAPHIQUE

### Articles scientifiques

- [1].A. G. GONZALEZ, M. A. HERRADOR, A. G. ASUERO. "Uncertainty evaluation from Monte-Carlo simulations by using Crystal-Ball software". *Accred Qual Assur* 10 pp 149-154. (2004).
- [2].A.ISHEIL, J.-P.GONNET, D. JOANNIC, J.F. FONTAINE, "Systematic Error Correction of a 3D Laser Scanning Measurement Device", *Optics and Lasers in Eng*, Vol 49, 16–24. (2011).
- [3].A. LAMIKIZ, NL. DE LACALLE, O. OCERIN, D. DIEZ, E. MAIDAGAN. "The Denavit and Hartenberg approach applied to evaluate the consequences in the tool tip position of geometrical errors in five-axis milling centres". *Int J Adv Manuf Technol*. (22/01/2007).
- [4].CHUNG, D. D. "Introduction to Carbon Fiber Composites". Dans D. D. Chung, *Carbon Fiber Composites* (pp. Pages 81-83). Butterworth-Heinemann. (1994).
- [5].D.W. MARQUARDT. "An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters". *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2), pp 431-441. (1963).
- [6].E. GARCIA, T. HAUSOTTE, A. AMTHOR. "Bayes filter for dynamic coordinate measurements Accuracy improvement, data fusion and measurement uncertainty evaluation". *Measurement* 46, pp 3737–3744. (2013).
- [7].E.TRAPET. "Measuring with Vision Systems: Industry Standards for Acceptance and Verification tests"- *Proceedings – 3rd EMVA Business Conference - Palermo*. (2005).
- [8].F.ROMDHANI , M. GE, P. JUILLION, F. HENNEBELLE, J.F. FONTAINE. "Consideration of the distortions in a model of uncertainties quantification of a Coordinate Measuring Arm".In *proceeding du Congrès français de mécanique*. Bordeaux, France. (26-29 August 2013).
- [9].G. GAO, W. WANG, J. ZHOU. "Study on The Error Transfer of Articulated Arm Coordinate Measuring Machines ". *TELKOMNIKA*, Vol. 11, No. 2, pp. 637-641. (2013).
- [10]. H. HAMANA, T. M. "Calibration of articulated arm considering measuring posture". Paper: AU5-2-4610. (2011/2/15).
- [11]. H. SCHWENKE, B.R. L. SIEBERT, F. WÄLDELE, H. KUNZMANN. "Assessment of Uncertainties in Dimensional Metrology by Monte Carlo Simulation: Proposal of a Modular and Visual Software" – *Annals of the CIRP* Vol. 49/1/2000.
- [12]. I.A. SULTAN, P. PUTHIYAVEETIL. "Calibration of an articulated CMM using stochastic approximations". *Int J Adv Manuf Technol*. (2012).
- [13]. I. KOVAC, A. FRANK. "Testing and calibration of coordinate measuring arms". *Precision Engineering* 25, pp 90-99. (2001).
- [14]. I.M. Sobol. "Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates". *Mathematics and Computers in Simulation* 55, pp 271–280. (2001).
- [15]. J.M. HOLLERBACH, C.W. WAMPLER. "The calibration index and taxonomy of kinematic calibration methods", *International Journal on Robotics Research*, Vol.14, pages 573 à 591. (1996).

- [16]. J. SANCHEZ, S. SANTILLAN. "Simpler approach to virtual multiaxis machines: Fundamentals" - Measurement 39 pp 352–370. (2006).
- [17]. J. SANTOLARIA, A.C. MAJARENA, D.SAMPER, A; BRAU, J. VELAZQUEZ. "Articulated arm coordinate measuring machine calibration by laser tracker multilateration". The Scientific World Journal. Volume 2014. 11 PP. (2014).
- [18]. J. SANTOLARIA, A. J. "Kinematic parameter estimation technique for calibration and repeatability improvement of articulated arm coordinate measuring machines". Precision Engineering 32, pp 251-268. (2008).
- [19]. J. SANTOLARIA, B. A. "A self-centring active probing technique for kinematic parameter identification and verification of articulated arm coordinate measuring machines". Measurement Science and Technology. 21 , 11PP. (2010).
- [20]. J. SANTOLARIA, J.J.AGUILAR, D. GUILLOMIA, C. CAJAL. "Calibration-based thermal error model for articulated arm coordinate measuring machines". Precision Engineering 33, pp 476–485. (2009).
- [21]. J. ŚLADEK, A. OSTROWSKA, A. GASKA, "Modeling and identification of errors of coordinate measuring arms with the use of a metrological model". Measurement 46, pp 667–679. (2013).
- [22]. K. SHIMOJIMA, F. R. "The estimation method of uncertainty of articulated coordinate measuring machine". XVII IMEKO Congress. Durbonvik, Croatia. (June 22-23, 2003).
- [23]. LI. XH, B. CHEN, Z.R. QIU. "The calibration and error compensation techniques for an Articulated Arm CMM with two parallel rotational axes". Measurement 46, pp 603–609. (2013).
- [24]. M.D. MCKAY. "Evaluating Prediction Uncertainty". Technical Report NUREG/CR-6311, U.S. Nuclear Regulatory Commission and Los Alamos National Laboratory. (1995)
- [25]. M.D. MORRIS. "Factorial Sampling Plans for Preliminary Computational Experiments". Technometrics, Vol. 33, No. 2, pp. 161-174. (1991).
- [26]. M. DESENFANT, N. FISHER, B. BLANQUART, N. BEDIAT. "Evaluation des l'incertitude en utilisant les simulations de Monte Carlo". *13ème Congrès International de Métrologie*. Lille. (2007)
- [27]. N. FISHER. "Méthode d'évaluation : L'avenir des incertitudes de mesure passe par Monte-Carlo ». Mesures 837 pp 42-45. (2011).
- [28]. N. METROPOLIS. "The beginning of the Monte Carlo Method". Los Almos Science Special Issue, pp 125-130. (1987)
- [29]. P. B. DHANISH, J. MATHEW. "Effect of CMM point coordinate uncertainty on uncertainties in determination of circular features" - Measurement 39 pp 522-531. (2006).
- [30]. P.E. GILL, G. MURRAY; "Algorithms for the solution of the nonlinear least-squares problem". SIAM journal of numerical analysis- Vol. 15. Pp 977-992. (1978).
- [31]. R.ECKHARDT. "Stan Ulam, John Von Neumann and the Monte Carlo Method". Los Almos Science Special Issue, pp 131-136. (1987).
- [32]. R. G. WILHELM, R. HOCKEN, H. SCHWENKE. "Task Specific Uncertainty in Coordinate Measurement" – Annals of the CIRP Vol.50, No. 2, 553-563. (2001).
- [33]. R. I. CUKIERT, C. M. FORTUIN, K. E. SHULER. "Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients. I Theory". The Journal of Chemical Physics Vol 59, Number 8. (1973).
- [34]. T. COOREVITS, J.M. DAVID. "Incertitudes de mesures sur machines à mesurer tridimensionnelles: approche par une méthode de Monte Carlo". Proceedings - Congrès International de Métrologie. (2001)
- [35]. T. COOREVITS, F. HENNEBELLE, B. CHARPENTIER. "Behavior of touch trigger dynamic probes: correction and calibration methods". Transverse disciplines in

## Références bibliographiques

- Metrology- Proceeding of the 13<sup>th</sup> International Metrology Congress. French College of Metrology, pp 329-340. (2010)
- [36]. T.H KO, W.-S. K.-H. "Influence of carbon-fiber felts on the development of carbon-carbon composites". Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, Volume 34, Issue 5 , pp 393-401. (May 2003).
- [37]. U. MUTILBAA, G.KORTABERRIAA, A.OLARRAA, A. GUTIÉRREZA, E. GOMEZ-ACEDOA, M.ZUBIETAA. "Performance Calibration of Articulated Arm Coordinate Measuring Machine", Procedia Engineering 63 pp720 – 727. (2013).
- [38]. W.DENAVIT J, H. R. "A kinematic notation for lower pairmechanism based on matrices". ASME Journal of Applied Mechanics, vol. 22 , 215-221. (1955).

### Normes

- N. 1. CGM 100:2008(F) : "Evaluation des données de mesure – Guide pour l’expression de l’incertitude de mesure". (2009).
- N. 2. JCGM 101:2008 (F) : Evaluation des données de mesures- Syplément 1 du «Guide pour l’expressionde l’incertitude de mesures»- Propagation de distributions par une méthode de Monte Carlo.
- N. 3. JCGM 200: "Vocabulaire International de Métrologie – Concepts fondamentaux et généraux et termes associés (VIM) 3e Edition". (2012).
- N. 4. ASME B89.4.22-2004: "Methods for performance evaluation of articulated arm coordinate measuring machines". U.S.A: The American Society of Mechanical Engineers.(2005, 1ugust 12).
- N. 5. VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE, VDI/VDE 2617 Part 9: "Acceptance and reverification test for articulated arm measuring machines". (2009).
- N. 6. Norme ISO 5725 : "Exactitude (justesse et fidélité) des résultats et méthodes de mesure".

### Documents techniques

- T. 1. JP, M. "Les robots parallèles- 2ème édition revue et argumentée". Paris: Hermès. (1997).
- T. 2. F. HENNEBELLE, M. BIGERELLE, T. COOREVITS. Thèse de doctorat : " Détermination des incertitudes de mesures sur machines à mesurer tridimensionnelles- application aux engrenages ". (05/12/2007).
- T. 3. F. HNNEBELLE, T. COORVITS. "Propagation des distribution- Détermination des incertitudes par la méthode de Monte Carlo". Techniques de l’Ingénieur, r288. (2013).
- T. 4. T.COOREVITS, J.M.DAVID. "Le contrôle tridimensionnel sur machine à mesurer et machine-outil". Renishaw/Techno-Nathan p 38. (1991).
- T. 5. A.D. ROLLETT, P. MANOHAR. "The Monte Carlo method". Continuum Scale Simulation of Engineering Materials: Fundamentals – Microstructures – Process Applications-Chapter 4. Wiley-VCH Verlag GmbH &Co. KGaA.( 2004).
- T. 6. W.Khalil, D. E. "Modélisation identification et commande des robots- 2ème édition revue et argumentée". Paris: HERMES. (1999).
- T. 7. G.Gogu, C. P. "Représentation des déplacements des robots". Paris: Hermès. (1997).



## Références bibliographiques

- T. 8. J.F. QUINET, P. MAURINE. "Etalonnage des robots industriels". Techniques de l'ingénieur. Référence S7733. (2006).
- T. 9. M.CORREVON. Cours systèmes électromécaniques. "Chapitre 10- Codeurs optiques de mesure de positionnement Conditionnement et traitement de signal".
- T. 10. SEW USOCOME. "Pratique de la technique d'entraînement. Codeurs SEW". Version 11/2009.
- T. 11. D. CASSEREAU. "Méthodes Numériques". École Supérieure de Physique et de Chimie Industrielles de la Ville de Paris- Service Informatique Enseignement. Année scolaire 2013/2014.
- T. 12. C. PERRUCHET, M. PRIEL, "Estimer l'incertitude Mesures- essais". AFNOR 2000- 2e Tirage (2003.)
- T. 13. J. Avril. "Encyclopédie Micromesures d'analyse des contraintes". Malakoff: MICROMESURES.
- T. 14. P. POIGNON. "Mécanique Unités nouvelles- Tome 2: Résistance des matériaux". M. PIERRON- sarreguemines.
- T. 15. A. POUILLOT. "Résistances des matériaux appliquées aux machines". Paris: Léon EYROLLES. (1940).
- T. 16. Manuel bras Sigma V19. Hexagon Metrology (07/11/2005)
- T. 17. Catalogue Heidenhain. "Capteurs rotatifs". Février 2011.
- T. 18. Catalogue Romer Hexagon Metrology. Portable coordinate measurement systems.
- T. 19. Mesure et contrôle- TRAMETAL. (Mars 2001).

## Brevets

- B. 1. FARO TECHNOLOGIES. "Portable coordinate measurement machine with integrated line laser scanner". Brevet 20090187373. 07-23-2009.
- B. 2. HEXAGON METROLOGY. "Enhanced position detection for a CMM". Brevet 20110107614. 05-12-2011.
- B. 3. FARO TECHNOLOGIES. "Portable coordinate measurement machine with integrated line laser scanner". Brevet 20110119026. 05-19-2011.
- B. 4. HEXAGON METROLOGY. "Articulated measuring arm with laser scanner". Brevet 20110192043. 08-11-2011.
- B. 5. HEXAGON METROLOGY. "Enhanced position detection for a CMM". Brevet 20120090185. 04-19-2012.
- B. 6. HEXAGON METROLOGY. "Mounting apparatus for articulated arm laser scanner". Brevet 20120210590. 08-23-2012.
- B. 7. HEXAGON METROLOGY. "Articulating measuring arm with laser scanner". Brevet 20120262729. 10-18-2012.

## Références bibliographiques

- B. 8. HEXAGON METROLOGY. "Articulating measuring arm with laser scannerh". Brevet 20140098378. 04-14-2014.
- B. 9. HEXAGON METROLOGY. "Method and device for exact measurement of objects". Brevet 20100208062. 08-19-2010.
- B. 10. HEXAGON METROLOGY. "Coordinate measuring machine with improved joint". Brevet 20100257746. 10-14-2010.
- B. 11. HEXAGON METROLOGY. "Coordinate measuring machine with improved joint". Brevet 20110302797. 12-15-2011.
- B. 12. HEXAGON METROLOGY. "Coordinate measuring machine with rotatable grip". Brevet 20100281706. 11-11-2010.
- B. 13. HEXAGON METROLOGY. "Coordinate measuring machine with rotatable grip". Brevet 20120017454. 01-26-2012.
- B. 14. FARO TECHNOLOGIES. "Portable coordinate measuring machine with a rotatable handle". Brevet 20120204436. 08-16-2012.
- B. 15. FARO TECHNOLOGIES. "Portable coordinate measurement machine having a handle that includes electronics". Brevet 20120222324. 09-06-2012.
- B. 16. HEXAGON METROLOGY. "Coordinate measuring machine with rotatable grip". Brevet 20120291297. 11-22-2012.
- B. 17. HEXAGON METROLOGY. "Coordinate measuring machine with vibration detection". Brevet 20100325907. 12-30-2010.
- B. 18. HEXAGON METROLOGY. "Coordinate measuring machine with vibration detection". Brevet 20120084988. 04-12-2012.
- B. 19. HEXAGON METROLOGY. "Systems and methods for control and calibration of a CMM". Brevet 201101107611. 05-12-2011.
- B. 20. HEXAGON METROLOGY. "Articulated arm". Brevet 201101107612. 05-12-2011.
- B. 21. HEXAGON METROLOGY. "Articulated arm". Brevet 20120144684. 06-14-2012.
- B. 22. HEXAGON METROLOGY. "CMM with modular functionality". Brevet 201101107613. 05-12-2011.
- B. 23. HEXAGON METROLOGY. "CMM with modular functionality". Brevet 20120222323. 09-06-2012.
- B. 24. HEXAGON METROLOGY. "CMM with modular functionality". Brevet 20130239424. 09-19-2013.
- B. 25. HEXAGON METROLOGY. "CMM with improved sensors". Brevet 20110112786. 05-12-2011.
- B. 26. FARO TECHNOLOGIES. "Counter balance for coordinate measurement device". Brevet 20110173825. 07-21-2011.

## Références bibliographiques

- B. 27. FARO TECHNOLOGIES. "Display for coordinate measurement machine". Brevet 20110173826. 07-21-2011.
- B. 28. FARO TECHNOLOGIES. "Coordinate measurement machines with removable accessories". Brevet 20110173827. 07-21-2011.
- B. 29. FARO TECHNOLOGIES. "Coordinate measurement machines with removable accessories". Brevet 20120260512. 10-18-2012.
- B. 30. FARO TECHNOLOGIES. "Coordinate measurement machines with removable accessories". Brevet 20130097882. 04-25-2013.
- B. 31. FARO TECHNOLOGIES. "Coordinate measurement machines with removable accessories". Brevet 20130125408. 05-23-2013.
- B. 32. FARO TECHNOLOGIES. "Coordinate measurement machines with removable accessories". Brevet 20130212889. 08-22-2013.
- B. 33. FARO TECHNOLOGIES. "Embedded arm strain sensors". Brevet 20110175745. 07-21-2011.
- B. 34. FARO TECHNOLOGIES. "Coordinate measuring machine having an illuminated probe end and method of operation". Brevet 20110176148. 07-21-2011.
- B. 35. FARO TECHNOLOGIES. "Coordinate measuring machine having an illuminated probe end and method of operation". Brevet 20130222816. 08-29-2013.
- B. 36. FARO TECHNOLOGIES. "Portable articulated arm coordinate measuring machine and integrated environmental recorder". Brevet 20110178753. 07-21-2011.
- B. 37. FARO TECHNOLOGIES. "Portable articulated arm coordinate measuring machine having integrated software controls". Brevet 20110178754. 07-21-2011.
- B. 38. FARO TECHNOLOGIES. "Portable articulated arm coordinate measuring machine having integrated software controls". Brevet 20120144685. 06-14-2012.
- B. 39. FARO TECHNOLOGIES. "Portable articulated arm coordinate measuring machine and integrated electronic data processing system". Brevet 20110178755. 07-21-2011.
- B. 40. FARO TECHNOLOGIES. "Integrated part temperature measurement system". Brevet 20110178758. 07-21-2011.
- B. 41. FARO TECHNOLOGIES. "Use of inclinometers to improve relocation of a portable arm coordinate measuring machine". Brevet 20110178763. 07-21-2011.
- B. 42. FARO TECHNOLOGIES. "Portable articulated arm coordinate measuring machine with multi-bus arm technology". Brevet 20110178764. 07-21-2011.
- B. 43. FARO TECHNOLOGIES. "Multi-functional coordinate measuring machines". Brevet 20110178765. 07-21-2011.
- B. 44. FARO TECHNOLOGIES. "Method for evaluating mounting stability of articulated arm coordinate measuring machine using inclinometers". Brevet 20110178766. 07-21-2011.

## Références bibliographiques

- B. 45. HEXAGON METROLOGY. "Articulated arm with imaging device". Brevet 20110213247. 09-01-2011.
- B. 46. HEXAGON METROLOGY. "Locking counterbalance for a CMM". Brevet 20130187022. 07-25-2013.
- B. 47. FARO TECHNOLOGIES. "Measurement machine utilizing a barcode to identify an inspection plan for an object". Brevet 20130197852. 08-01-2013.
- B. 48. FARO TECHNOLOGIES. "Coordinate measuring machines with dual layer arm". Brevet 20130205606. 08-15-2013.

## Communications et publications

### Revues

“Methodology for the assessment of measuring uncertainties of Coordinates Measuring Arms”. F. ROMDHANI, F. HENNEBELLE, M.GE, P. JUILLION, R.COQUET, J.F. FONTAINE. (soumis à la revue Measurement Science and Technology le 18/07/2014).

### Conférences internationales

“Estimation des incertitudes de mesure sur bras polyarticulé portable par méthode de Monte Carlo ”. F. ROMDHANI, P. JUILLION, F. HENNEBELLE, J.F. FONTAINE. 16<sup>ème</sup> Congrès International de Métrologie, Paris, France, le 08 octobre 2013. (Proccedings of 16th International Congress of Metrology, 04007, EDP Sciences 2013).

Using of a uncertainty model of an polyarticulated coordinates measuring arm to validate the measurement in a manufacturing processsus. F. ROMDHANI, F. HENNEBELLE, P. JUILLION, R.COQUET, J.F. FONTAINE. 9th CIRP Conference on Intelligent Computation in Manufacturing Engineering - CIRP ICME '14. Capri, Italie, du 23 au 25 Août 2014. (Procedia CIRP 00 (2014) 000-000).

### Conférences nationales

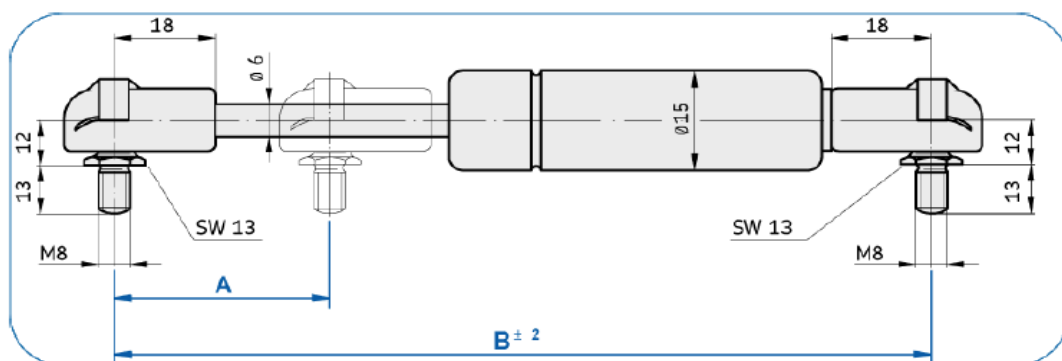
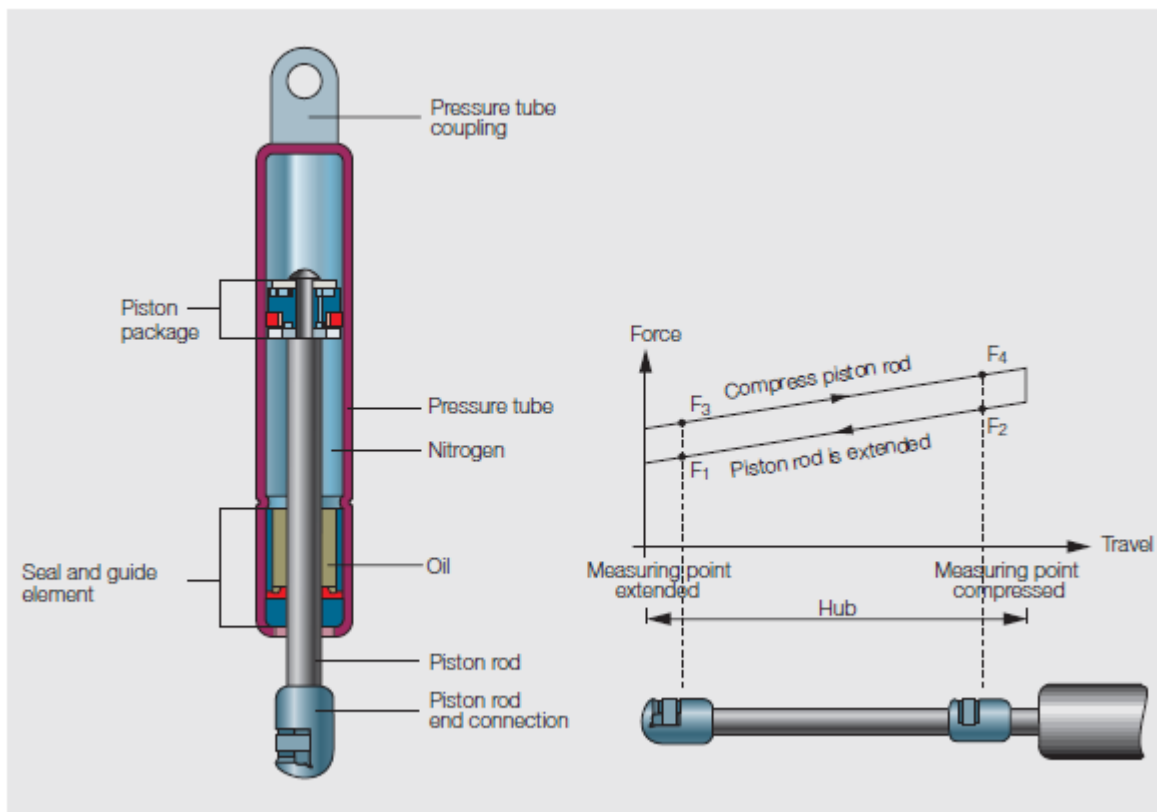
“Consideration of the mechanical strain in a model of uncertainties quantification of a Coordinate Measuring Arm”. F. ROMDHANI, M. GE, P. JUILLION, F. HENNEBELLE, J.F. FONTAINE. 21<sup>ème</sup> Congrès Français de Métrologie. (26 au 30 août 2013). (Proceedings 21<sup>ème</sup> Congrès Français de Métrologie).

### Autres

Présentation des travaux de recherche issus de la thèse à la journée Recherche du Centre Technique des Industries Mécaniques (18/10/2012).

# **ANNEXES**

## Annexe I. Vérin pneumatique LIFT-O-MAT



### Caractéristiques

|                      |      |                  |
|----------------------|------|------------------|
| Diamètre du tube     | [mm] | 15               |
| Longueur étendue     | [mm] | 195,5            |
| Course               | [mm] | 60               |
| Force d'extension F1 | [N]  | 150              |
| Type de fixation     |      | Rotule plastique |

## Annexe II. Construction du modèle de DH pour le bras Sigma 2025

### III.1.3.5. Création du repère lié au codeur B : R<sub>2</sub>

En seconde étape, on a construit le repère R<sub>2</sub> (O<sub>2</sub>,  $\vec{x}_2$ ,  $\vec{y}_2$ ,  $\vec{z}_2$ ) lié au codeur B [Figure 97].

Le passage du repère R<sub>1b</sub> vers le repère R<sub>2</sub> se fait selon :

- une **rotation** selon l'axe  $\vec{x}_{1b}$  entre les axes  $\vec{z}_{1b}$  et  $\vec{z}_2$  d'angle  $\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$ .
- une **rotation** selon l'axe  $\vec{z}_2$  entre les axes  $\vec{x}_{1b}$  et  $\vec{x}_2$ , soit la **rotation suivant le codeur B** d'angle  $\theta_2$ .
- la translation selon l'axe  $\vec{x}_{1b}$  entre les axes  $\vec{z}_{1b}$  et  $\vec{z}_2$ ,  $d_2 = 0$ .
- la translation selon l'axe  $\vec{z}_2$  entre les axes  $\vec{x}_{1b}$  et  $\vec{x}_2$ ,  $r_2 = 0$ .

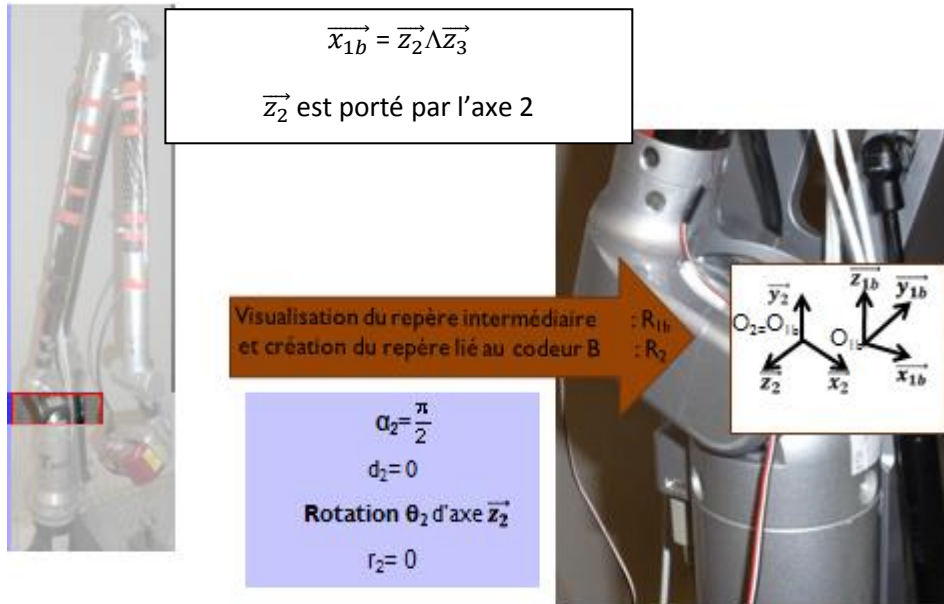


Figure 97: Création du repère lié au Codeur B : R<sub>2</sub>

### III.1.3.6. Création du repère lié au Codeur C : R<sub>3</sub>

On a construit le repère R<sub>3</sub> (O<sub>3</sub>,  $\vec{x}_3$ ,  $\vec{y}_3$ ,  $\vec{z}_3$ ) lié au codeur C dont l'origine O<sub>3</sub> n'est pas le centre du codeur C [Figure 98].

Le passage du repère R<sub>2</sub> au repère R<sub>3</sub> se fait selon :

- une **rotation** selon l'axe  $\vec{x}_2$  entre les axes  $\vec{z}_2$  et  $\vec{z}_3$  d'angle  $\alpha_3 = \frac{\pi}{2}$ .
- une **translation** selon l'axe  $\vec{x}_2$  entre les axes  $\vec{z}_2$  et  $\vec{z}_3$  d'une distance  $d_3 \approx 68$  mm.
- une **rotation** selon l'axe  $\vec{z}_3$  entre les axes  $\vec{x}_2$  et  $\vec{x}_3$ , soit la **rotation suivant le codeur C** d'angle  $\theta_3$ .
- une **translation** selon l'axe  $\vec{z}_3$  entre les axes  $\vec{x}_2$  et  $\vec{x}_3$  d'une distance  $r_3 \approx 639.5$  mm.



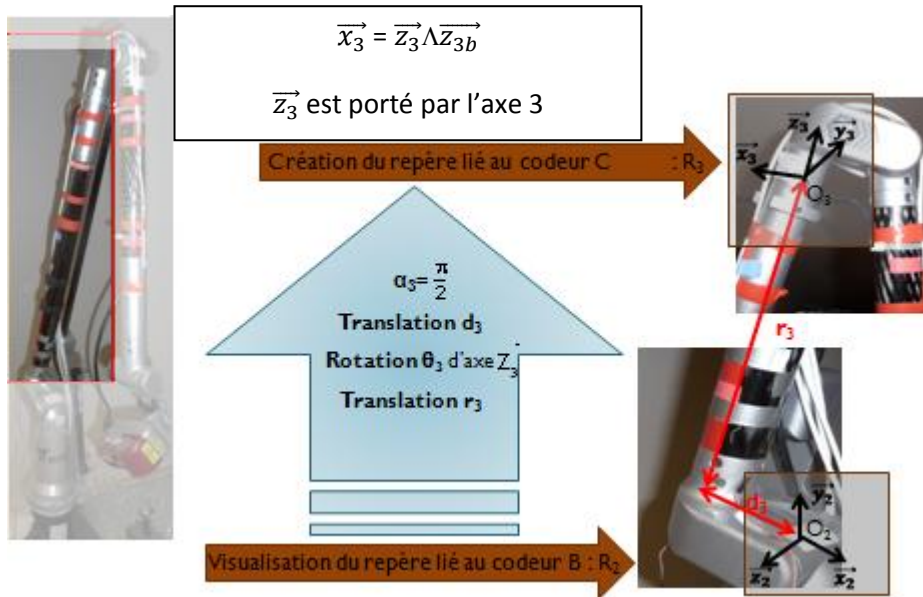


Figure 98: Création du repère lié au Codeur C:  $R_3$

### III.1.3.7. Création du repère intermédiaire : $R_{3b}$

Le repère  $R_{3b}$  ( $O_{3b}$ ,  $\vec{x}_{3b}$ ,  $\vec{y}_{3b}$ ,  $\vec{z}_{3b}$ ) [Figure 99] correspond à une simple translation du repère  $R_3$  pour ramener ce dernier du codeur C au codeur D. L'origine du repère  $R_{3b}$  est donc  $O_{3b}$ , le centre du codeur D.

Ainsi, le passage du repère  $R_3$  au repère  $R_{3b}$  se fait selon :

- une **translation** selon l'axe  $\vec{x}_3$  entre les axes  $\vec{z}_3$  et  $\vec{z}_{3b}$  d'une distance  $d_{3b} \approx 68$  mm.
- une **translation** selon l'axe  $\vec{z}_{3b}$  entre les axes  $\vec{x}_3$  et  $\vec{x}_{3b}$ ,  $r_{3b} \approx 35.5$  mm.
- l'angle de rotation selon l'axe  $\vec{x}_3$  entre les axes  $\vec{z}_3$  et  $\vec{z}_{3b}$ ,  $\alpha_{3b} = 0$ .
- l'angle de rotation selon l'axe  $\vec{z}_{3b}$  entre les axes  $\vec{x}_3$  et  $\vec{x}_{3b}$ ,  $\theta_{3b} = 0$ .

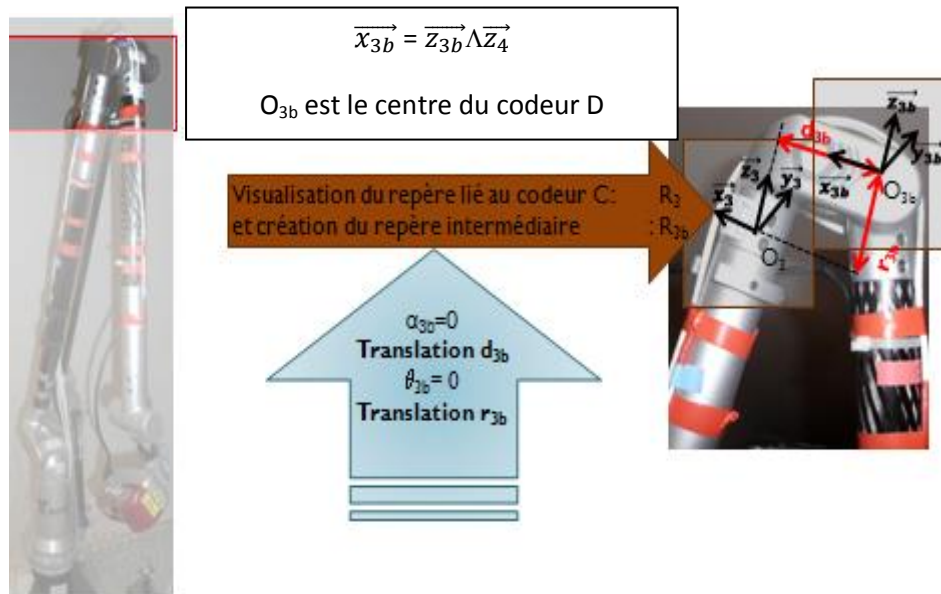


Figure 99: Création du repère intermédiaire  $R_{3b}$

### III.1.3.8. Création du repère lié au codeur D : R4

On a construit le repère  $R_4$  ( $O_4, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4$ ) lié au codeur D [Figure 100].

Le passage du repère  $R_{3b}$  vers le repère  $R_4$  se fait selon:

- une **rotation** selon l'axe  $\vec{x}_{3b}$  entre les axes  $\vec{z}_{3b}$  et  $\vec{z}_4$  d'angle  $\alpha_4 = \frac{\pi}{2}$ .
- une **rotation** selon l'axe  $\vec{z}_4$  entre les axes  $\vec{x}_{3b}$  et  $\vec{x}_4$ , soit la **rotation suivant le codeur D** d'angle  $\theta_4$ .
- la translation selon l'axe  $\vec{x}_{3b}$  entre les axes  $\vec{z}_{3b}$  et  $\vec{z}_4$ ,  $d_4 = 0$ .
- la translation selon l'axe  $\vec{z}_4$  entre les axes  $\vec{x}_{3b}$  et  $\vec{x}_4$ ,  $r_4 = 0$ .

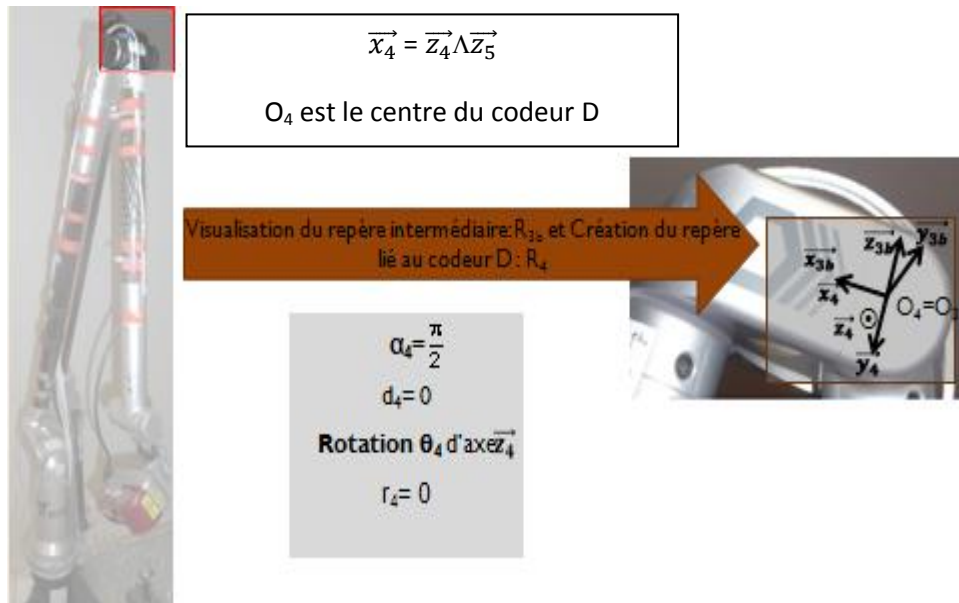


Figure 100: Création du repère lié au codeur D : R4

### III.1.3.9. Création du repère lié au Codeur E : R5

On a construit le repère intermédiaire  $R_5$  ( $O_5, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5$ ) [Figure 101].

Le passage du repère  $R_4$  vers le repère  $R_5$  se fait selon :

- une **rotation** selon l'axe  $\vec{x}_4$  entre les axes  $\vec{z}_4$  et  $\vec{z}_5$  d'angle  $\alpha_5 = \frac{\pi}{2}$ .
- la translation selon l'axe  $\vec{x}_4$  entre les axes  $\vec{z}_4$  et  $\vec{z}_5$ ,  $d_5 = 0$ .
- une **rotation** selon l'axe  $\vec{z}_5$  entre les axes  $\vec{x}_4$  et  $\vec{x}_5$ , soit la **rotation suivant le codeur E** d'angle  $\theta_5$ .
- une **translation** selon l'axe  $\vec{z}_5$  entre les axes  $\vec{x}_4$  et  $\vec{x}_5$  d'une distance  $r_5 \approx 450$  mm.

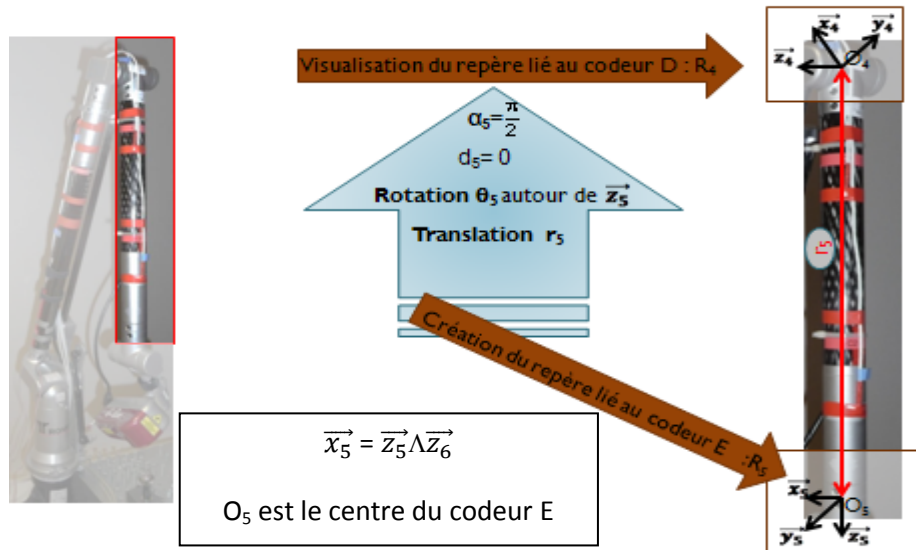


Figure 101: Création du repère lié au Codeur E :  $R_5$

### III.1.3.10. Création du repère intermédiaire : $R_{5b}$

Le repère  $R_{5b}$  ( $O_{5b}$ ,  $\vec{x}_{5b}$ ,  $\vec{y}_{5b}$ ,  $\vec{z}_{5b}$ ) [Figure 102] correspond à une simple translation du repère  $R_5$  pour ramener ce dernier du codeur E au codeur F. L'origine du repère  $R_{5b}$  est donc  $O_{5b}$ , le centre du codeur F.

Ainsi, le passage du repère  $R_5$  vers le repère  $R_{5b}$  se fait selon :

- une **translation** selon l'axe  $\vec{z}_{5b}$  entre les axes  $\vec{x}_5$  et  $\vec{x}_{5b}$  d'une distance  $r_{5b} \approx 50$  mm.
- l'angle de rotation selon l'axe  $\vec{x}_5$  entre les axes  $\vec{z}_5$  et  $\vec{z}_{5b}$ ,  $\alpha_{5b} = 0$ .
- la translation selon l'axe  $\vec{x}_5$  entre les axes  $\vec{z}_5$  et  $\vec{z}_{5b}$ ,  $d_{5b} = 0$ .
- l'angle de rotation selon l'axe  $\vec{z}_{5b}$  entre les axes  $\vec{x}_5$  et  $\vec{x}_{5b}$ ,  $\theta_{5b} = 0$ .

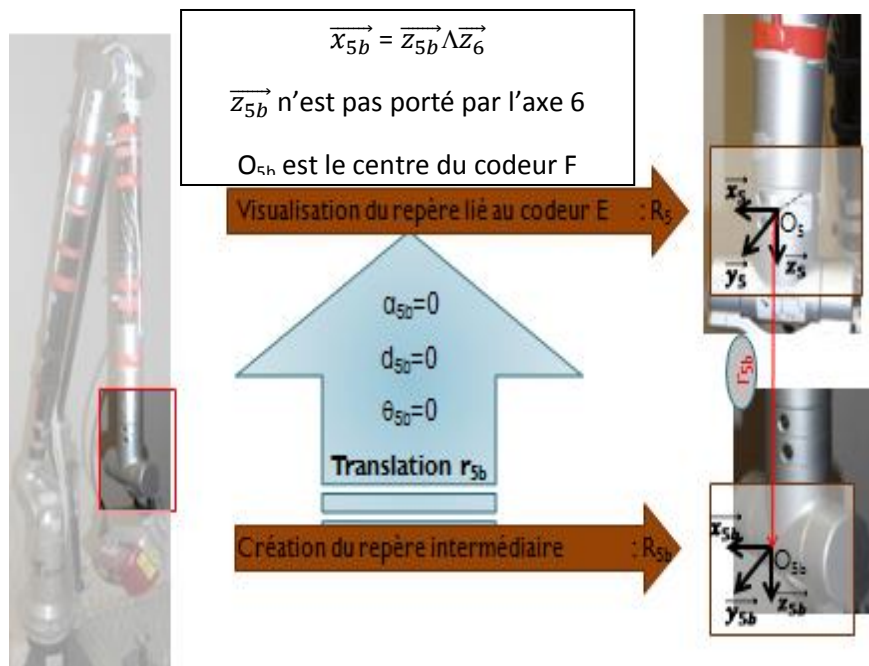


Figure 102: Création du repère intermédiaire :  $R_{5b}$

### III.1.3.11. Création du repère lié au codeur F : R<sub>6</sub>

On a construit le repère R<sub>6</sub> (O<sub>6</sub>,  $\vec{x}_6$ ,  $\vec{y}_6$ ,  $\vec{z}_6$ ) lié au codeur F [Figure 103].

Le passage du repère R<sub>5b</sub> vers le repère R<sub>6</sub> se fait selon :

- une **rotation** selon l'axe  $\vec{x}_{5b}$  entre les axes  $\vec{z}_{5b}$  et  $\vec{z}_6$  d'angle  $\alpha_6 = \frac{\pi}{2}$ .
- une **rotation** selon l'axe  $\vec{z}_6$  entre les axes  $\vec{x}_{5b}$  et  $\vec{x}_6$ , soit la **rotation suivant le codeur F** d'angle  $\theta_6$ .
- la translation selon l'axe  $\vec{x}_{5b}$  entre les axes  $\vec{z}_{5b}$  et  $\vec{z}_6$ ,  $d_6 = 0$ .
- la translation selon l'axe  $\vec{z}_6$  entre les axes  $\vec{x}_{5b}$  et  $\vec{x}_6$ ,  $r_6 = 0$ .

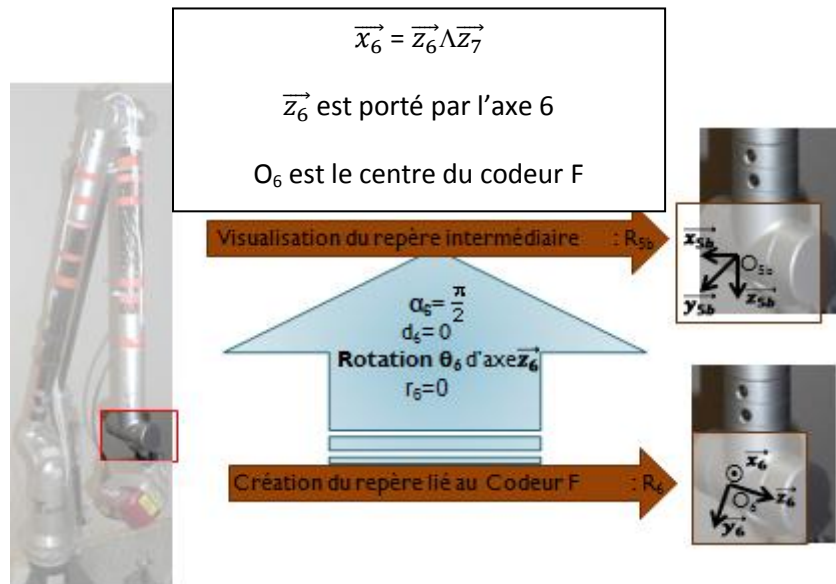


Figure 103: Création du repère lié au codeur F : R<sub>6</sub>

**Annexe III : Résultats de l'étude de répétabilité sur la  
mesure de point et de distance**

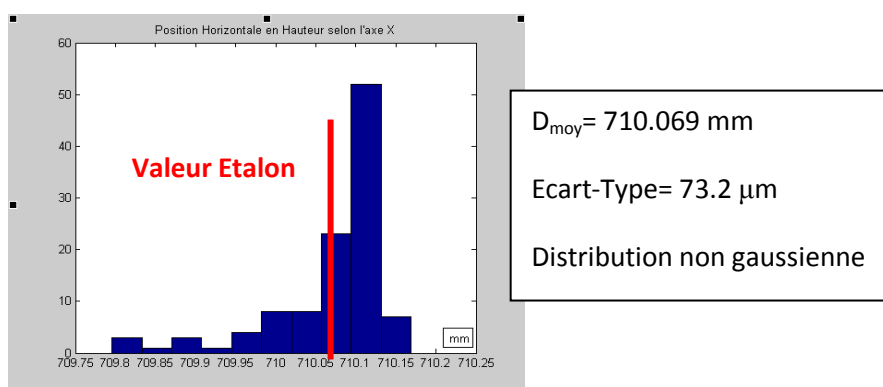
## Position Horizontale Haut selon l'axe X



Figure 104: Position Horizontale Haut selon l'axe X (Pos 1)

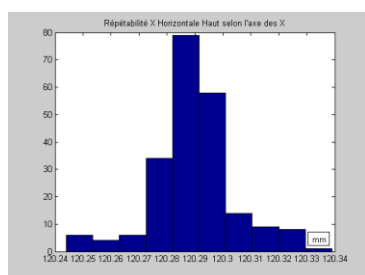
### Répétabilité sur la mesure de distance

$T = 20.0 \pm 0.6 \text{ }^{\circ}\text{C}$



### Répétabilité sur la mesure de point

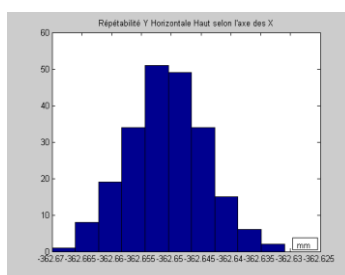
$T = 19.9 \pm 0.6 \text{ }^{\circ}\text{C}$



$X_{\text{moy}} = 120.290 \text{ mm}$

Ecart-Type =  $14.5 \text{ }\mu\text{m}$

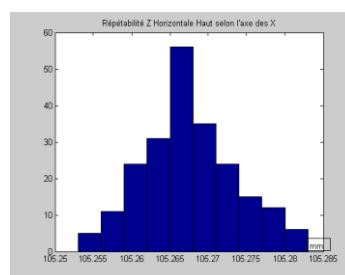
Distribution non gaussienne



$Y_{\text{moy}} = -362.651 \text{ mm}$

Ecart-Type =  $6.7 \text{ }\mu\text{m}$

Distribution gaussienne



$Z_{\text{moy}} = 105.268 \text{ mm}$

Ecart-Type =  $6.0 \text{ }\mu\text{m}$

Distribution gaussienne

## Position Horizontale Haut selon l'axe Y

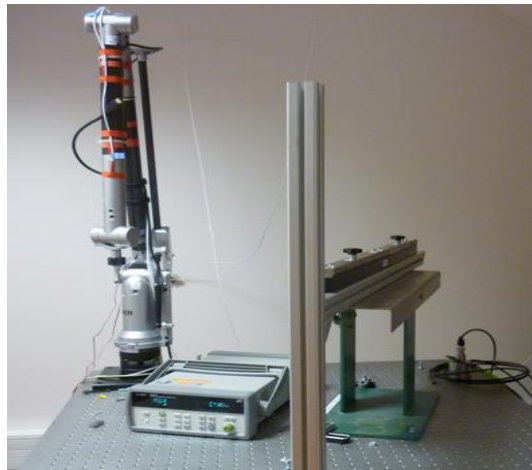
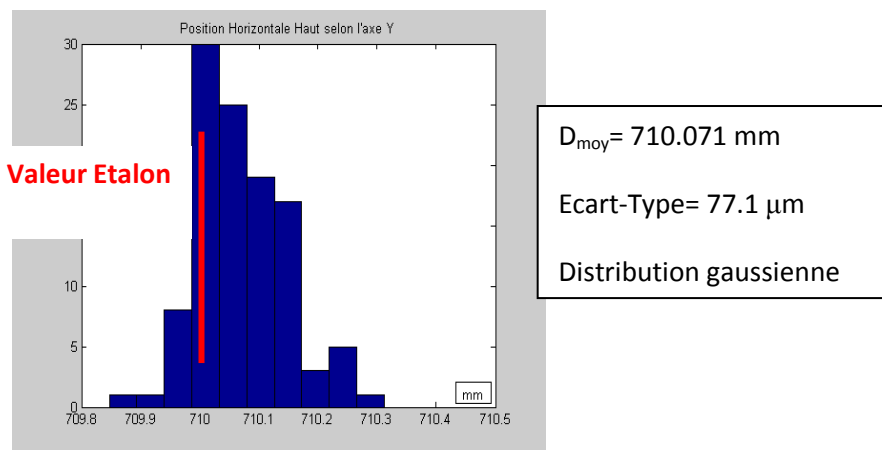


Figure 105: Position Horizontale Haut selon l'axe Y (Pos 2)

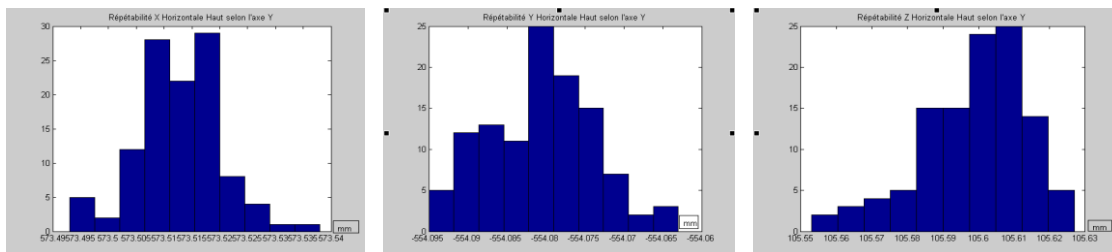
### Répétabilité sur la mesure de distance

$T = 19.9 \pm 0.6 \text{ }^{\circ}\text{C}$



### Répétabilité sur la mesure de point

$T = 20.0 \pm 0.7 \text{ }^{\circ}\text{C}$



$X_{\text{moy}} = 573.513 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 7.8 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution gaussienne

$Y_{\text{moy}} = -554.080 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 6.7 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution gaussienne

$Z_{\text{moy}} = 105.599 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 15.1 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution gaussienne

## Position Horizontale selon l'axe X

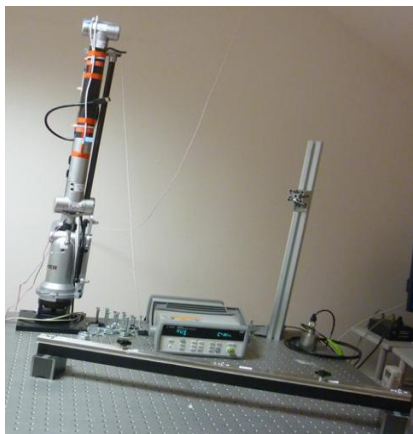
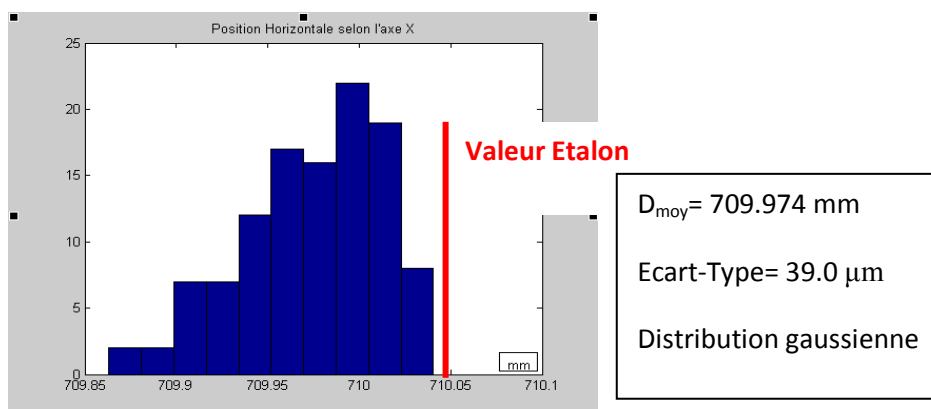


Figure 106: Position Horizontale selon l'axe X (Pos 3)

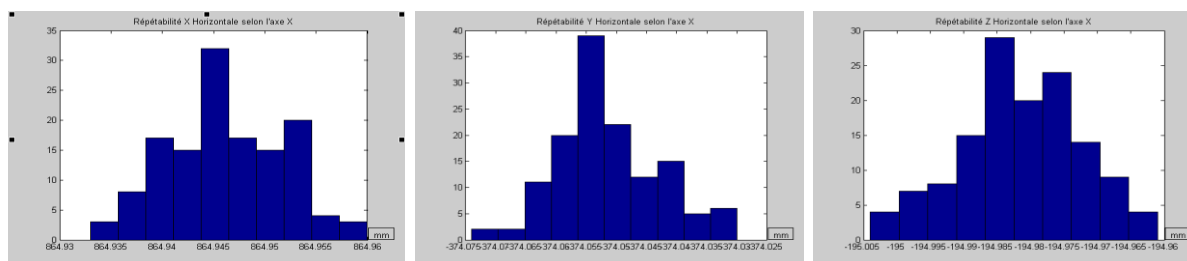
### Répétabilité sur la mesure de distance

$T = 19.9 \pm 0.7 \text{ }^{\circ}\text{C}$



### Répétabilité sur la mesure de point

$T = 19.9 \pm 0.7 \text{ }^{\circ}\text{C}$



$X_{\text{moy}} = 864.946 \text{ mm}$

Ecart-Type =  $5.7 \text{ }\mu\text{m}$

Distribution gaussienne

$Y_{\text{moy}} = -374.052 \text{ mm}$

Ecart-Type =  $8.5 \text{ }\mu\text{m}$

Distribution non gaussienne

$Z_{\text{moy}} = -194.982 \text{ mm}$

Ecart-Type =  $9.1 \text{ }\mu\text{m}$

Distribution gaussienne



## Position Horizontale selon l'axe Y

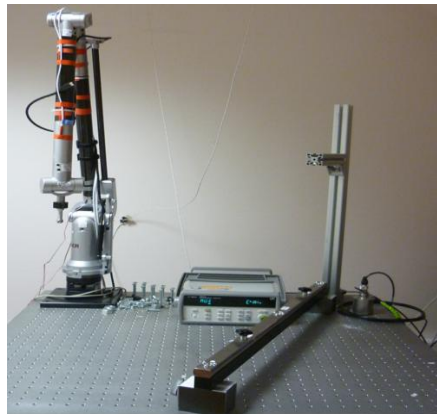
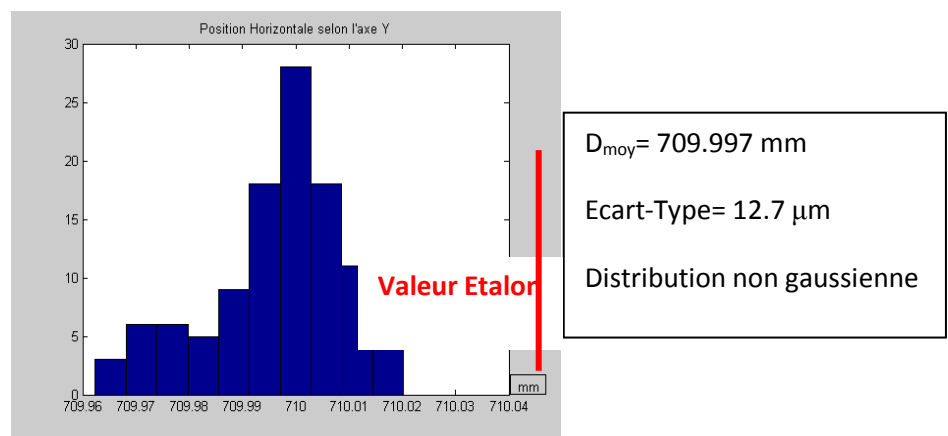


Figure 107: Position Horizontale selon l'axe Y (Pos 4)

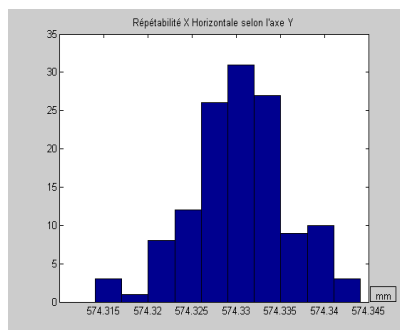
### Répétabilité sur la mesure de distance

$T = 19.3 \pm 0.6 \text{ }^{\circ}\text{C}$



### Répétabilité sur la mesure de point

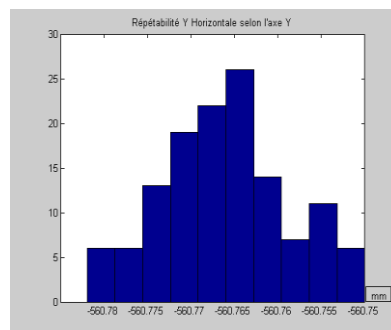
$T = 19.3 \pm 0.6 \text{ }^{\circ}\text{C}$



$X_{\text{moy}} = 574.331 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 5.7 \text{ }\mu\text{m}$

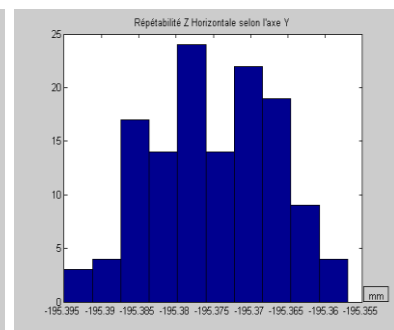
Distribution gaussienne



$Y_{\text{moy}} = -560.766 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 7.1 \text{ }\mu\text{m}$

Distribution gaussienne



$Z_{\text{moy}} = -195.375 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 8.2 \text{ }\mu\text{m}$

Distribution gaussienne

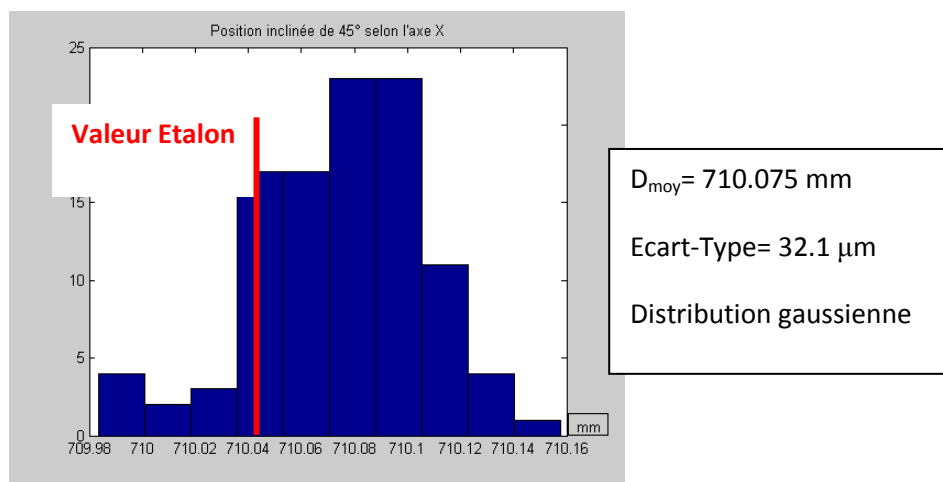
## Position Inclinée de 45° selon l'axe X



Figure 108: Position Inclinée de 45° selon l'axe X (Pos 5)

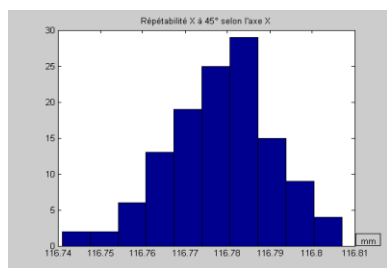
### Répétabilité sur la mesure de distance

$T = 20.0 \pm 0.7 \text{ } ^\circ\text{C}$



### Répétabilité sur la mesure de point

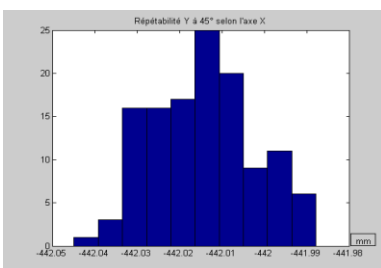
$T = 20.1 \pm 0.7 \text{ } ^\circ\text{C}$



$X_{\text{moy}} = 116.778 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 12.5 \text{ } \mu\text{m}$

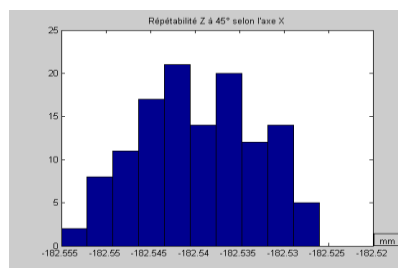
Distribution gaussienne



$Y_{\text{moy}} = -442.015 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 12.0 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution gaussienne



$Z_{\text{moy}} = -182.540 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 6.9 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution gaussienne

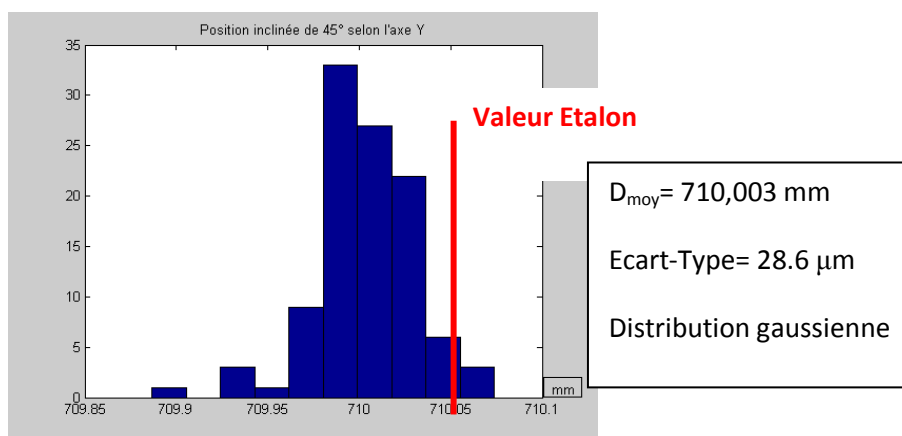
## Position Inclinée de 45° selon l'axe Y



Figure 109: Position Inclinée de 45° selon l'axe Y (Pos 6)

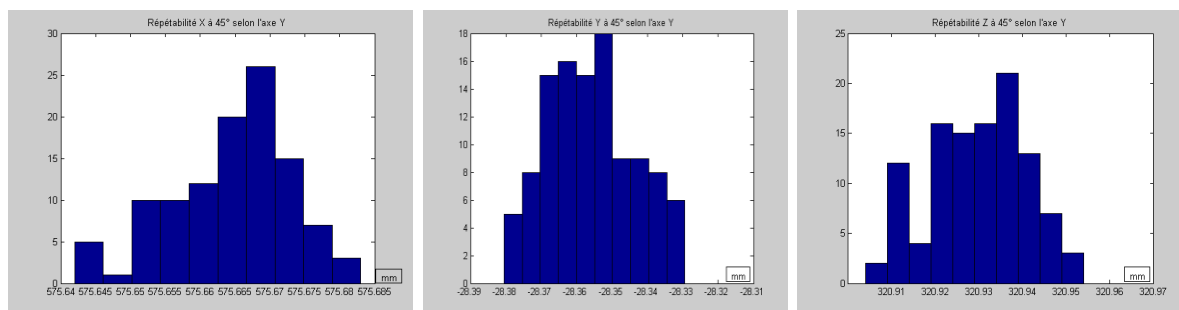
### Répétabilité sur la mesure de distance

$T = 19.8 \pm 0.7 \text{ } ^\circ\text{C}$



### Répétabilité sur la mesure de point

$T = 20.0 \pm 0.7 \text{ } ^\circ\text{C}$



$X_{\text{moy}} = 575.665 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 8.5 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution gaussienne

$Y_{\text{moy}} = -28.355 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 12.4 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution gaussienne

$Z_{\text{moy}} = 320.930 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 11.1 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution gaussienne

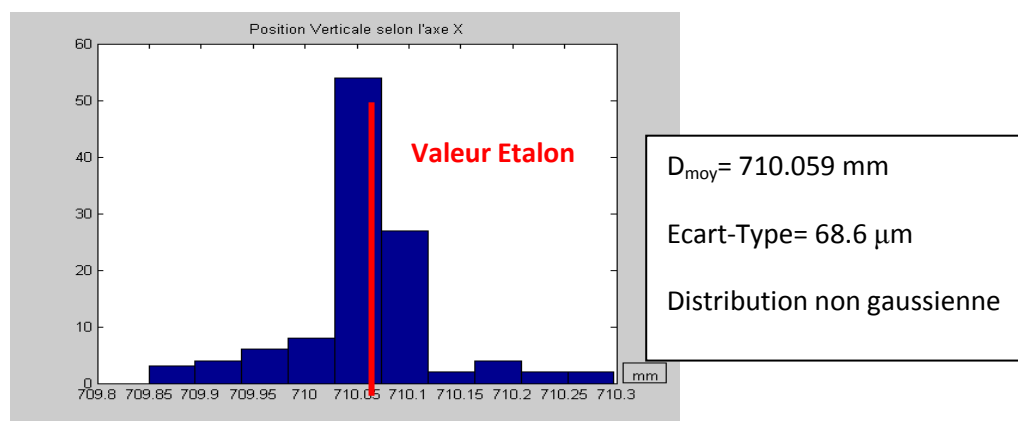
## Position Verticale selon l'axe X



Figure 110: Position Verticale selon l'axe X (Pos 7)

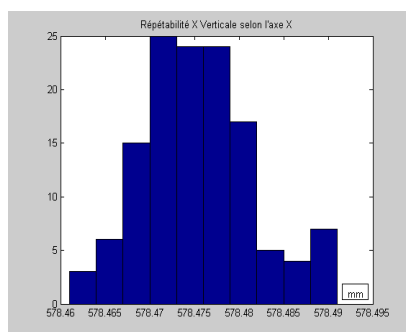
### Répétabilité sur la mesure de distance

$T = 19.6 \pm 0.7 \text{ }^{\circ}\text{C}$



### Répétabilité sur la mesure de point

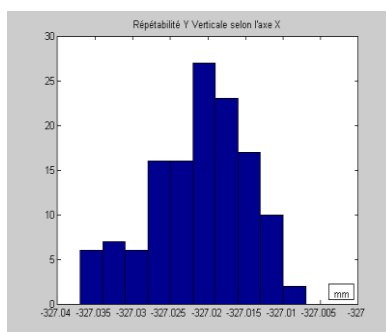
$T = 19.5 \pm 0.6 \text{ }^{\circ}\text{C}$



$X_{\text{moy}} = 578.476 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 6.1 \text{ } \mu\text{m}$

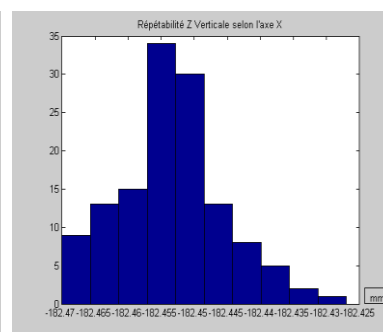
Distribution gaussienne



$Y_{\text{moy}} = -327.021 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 6.4 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution gaussienne



$Z_{\text{moy}} = -182.453 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 8.1 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution gaussienne

## Position Verticale selon l'axe Y

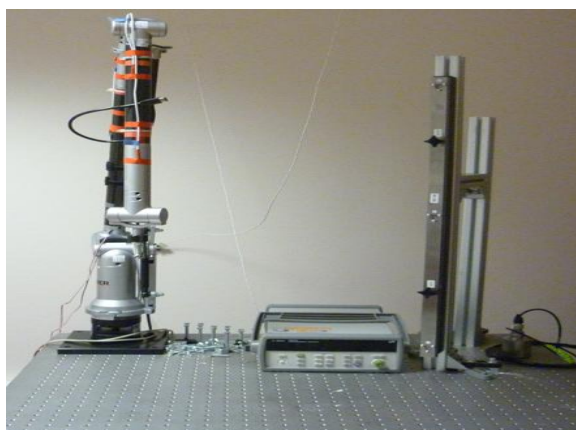
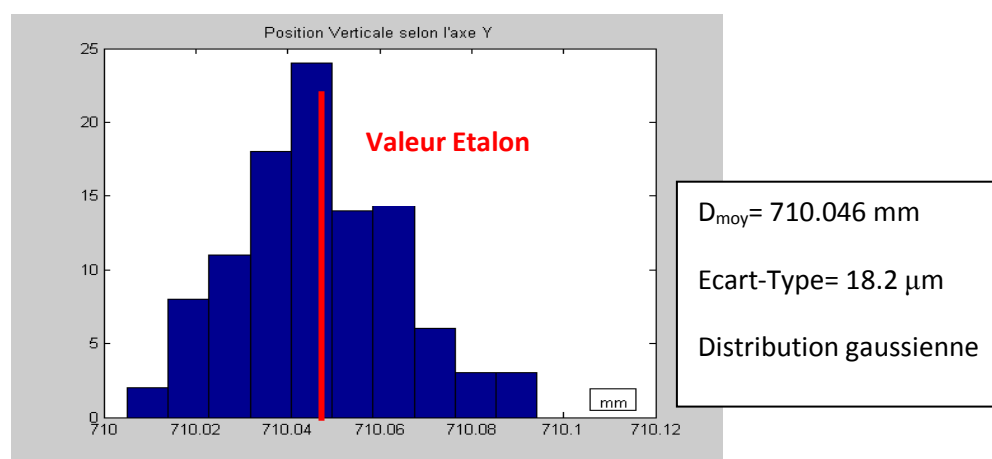


Figure 111: Position Verticale selon l'axe Y (Pos 8)

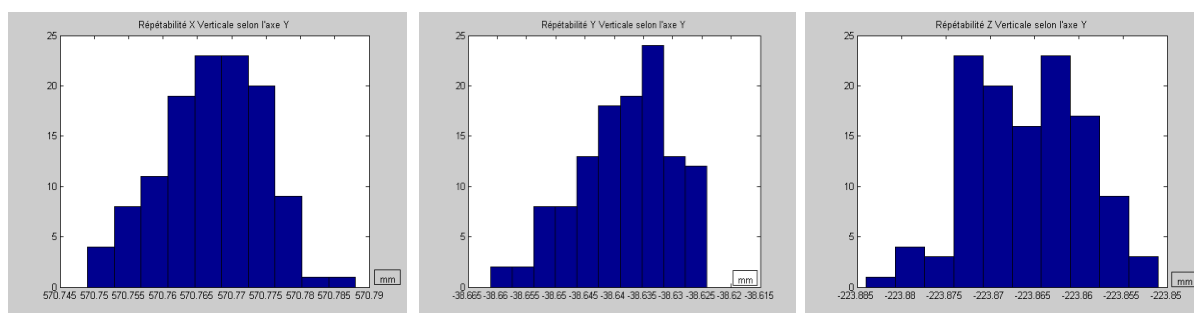
### Répétabilité de la mesure de distance

$T = 19.9 \pm 0.7 \text{ }^{\circ}\text{C}$



### Répétabilité de la mesure de point

$T = 19.7 \pm 0.7 \text{ }^{\circ}\text{C}$



$X_{\text{moy}} = 570.767 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 7.6 \text{ }\mu\text{m}$

Distribution gaussienne

$Y_{\text{moy}} = -38.638 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 8.0 \text{ }\mu\text{m}$

Distribution gaussienne

$Z_{\text{moy}} = -223.866 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 6.4 \text{ }\mu\text{m}$

Distribution gaussienne

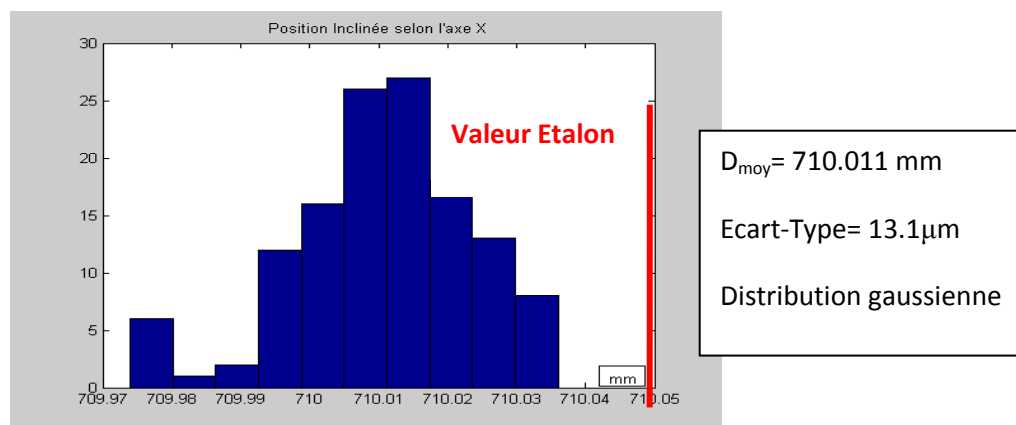
## Position Incliné selon l'axe X



Figure 112: Position Incliné selon l'axe X (Pos 9)

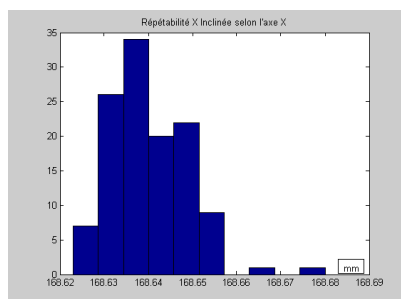
### Répétabilité sur la mesure de distance

$T = 21.0 \pm 0.9 \text{ }^{\circ}\text{C}$



### Répétabilité sur la mesure de point

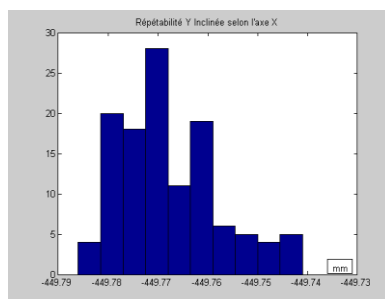
$T = 20.8 \pm 0.8 \text{ }^{\circ}\text{C}$



$X_{\text{moy}} = 168.640 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 8.9 \mu\text{m}$

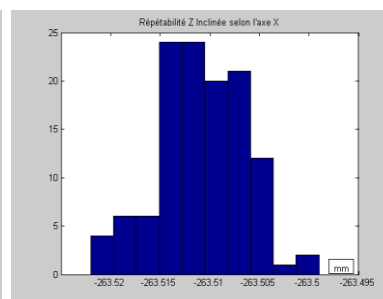
Distribution non gaussienne



$Y_{\text{moy}} = -449.768 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 9.9 \mu\text{m}$

Distribution non gaussienne



$Z_{\text{moy}} = -263.511 \text{ mm}$

$\text{Ecart-Type} = 4.4 \mu\text{m}$

Distribution gaussienne

## Position inclinée selon l'axe Y

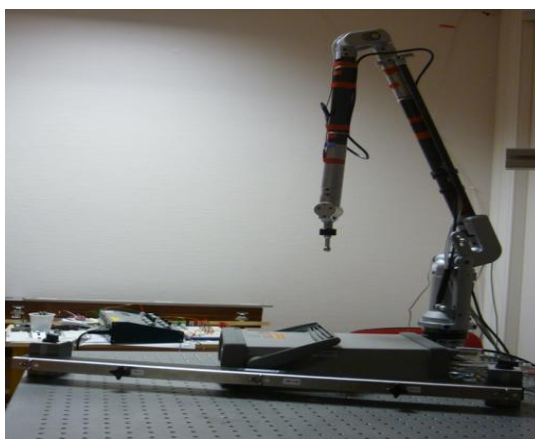
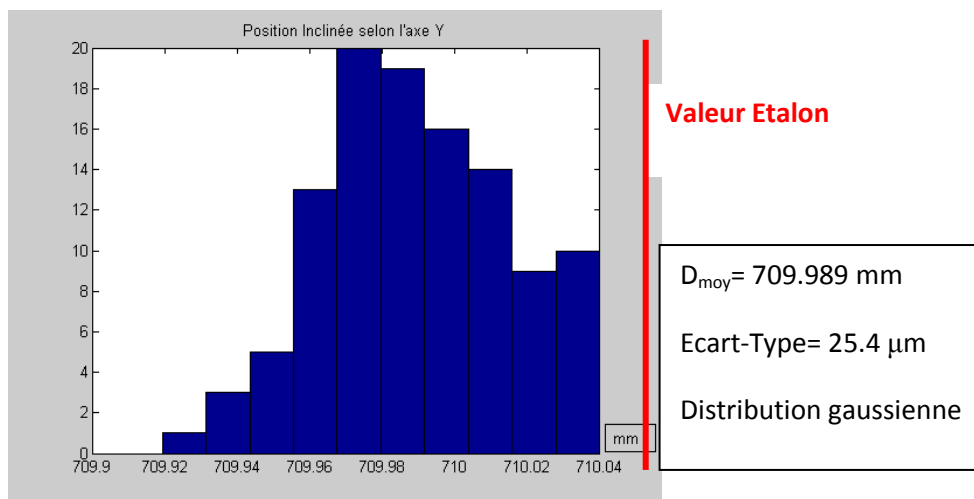


Figure 113: Position Inclinée selon l'axe Y (Pos 10)

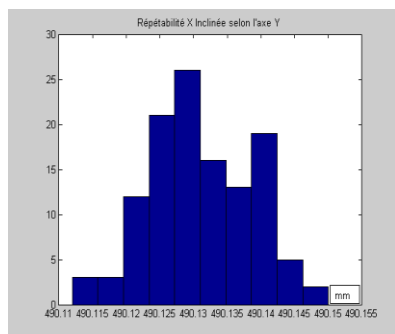
### Répétabilité sur la mesure de distance

$T = 19.4 \pm 0.6 \text{ } ^\circ\text{C}$



### Répétabilité sur la mesure de point

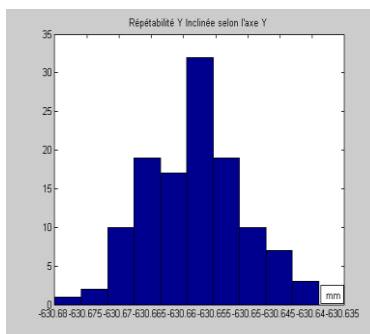
$T = 19.5 \pm 0.6 \text{ } ^\circ\text{C}$



$X_{\text{moy}} = 490.131 \text{ mm}$

Ecart-Type =  $7.6 \text{ } \mu\text{m}$

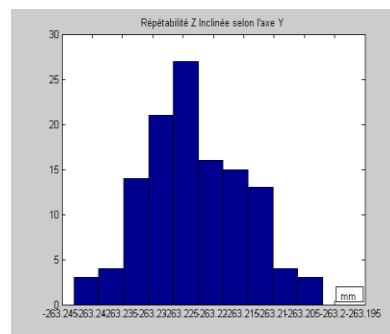
Distribution gaussienne



$Y_{\text{moy}} = -630.658 \text{ mm}$

Ecart-Type =  $7.4 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution gaussienne



$Z_{\text{moy}} = -263.223 \text{ mm}$

Ecart-Type =  $8.2 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution gaussienne

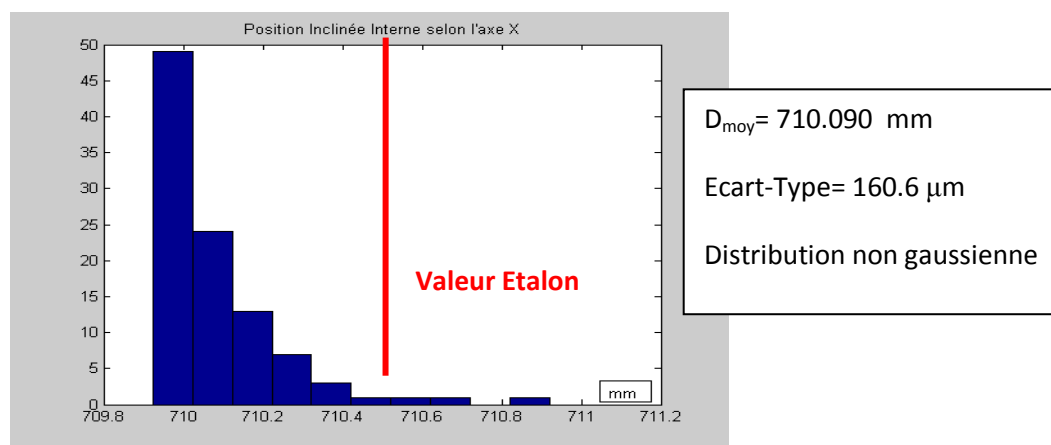
## Position Inclinée Interne selon l'axe X



Figure 114: Position Inclinée Interne selon l'axe X (Pos 11)

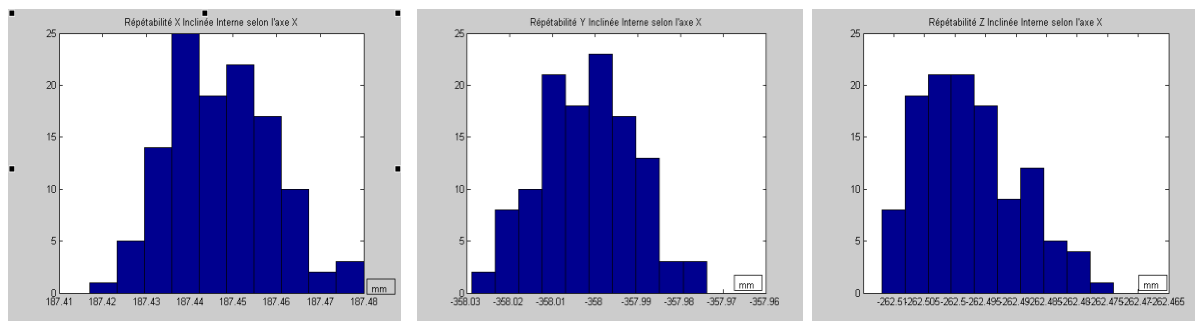
### Répétabilité sur la mesure de distance

$T = 19.5 \pm 0.7 \text{ }^{\circ}\text{C}$



### Répétabilité sur la mesure de point

$T = 19.4 \pm 0.7 \text{ }^{\circ}\text{C}$



$X_{\text{moy}} = 187.447 \text{ mm}$

Ecart-Type =  $11.9 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution gaussienne

$Y_{\text{moy}} = -358.002 \text{ mm}$

Ecart-Type =  $11.2 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution gaussienne

$Z_{\text{moy}} = -262.498 \text{ mm}$

Ecart-Type =  $8.1 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution gaussienne



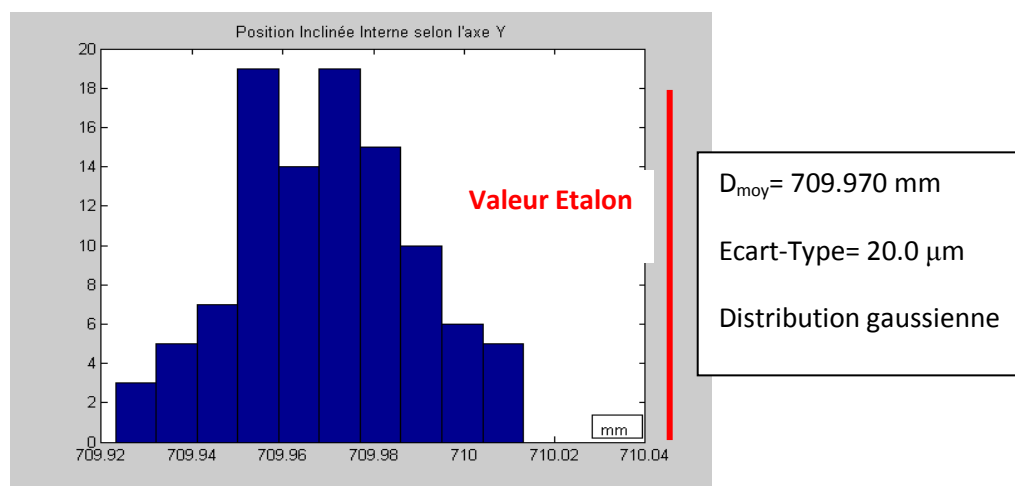
## Position Inclinée Interne selon l'axe Y



Figure 115: Position Inclinée Interne selon l'axe Y (Pos 12)

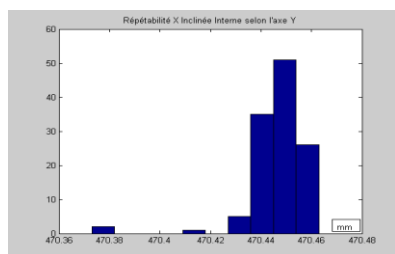
### Répétabilité sur la mesure de distance

$T = 19.6 \pm 0.6 \text{ }^{\circ}\text{C}$



### Répétabilité sur la mesure de point

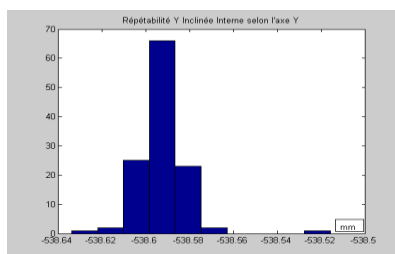
$T = 19.4 \pm 0.6 \text{ }^{\circ}\text{C}$



$X_{\text{moy}} = 470.447 \text{ mm}$

Ecart-Type =  $11.4 \text{ } \mu\text{m}$

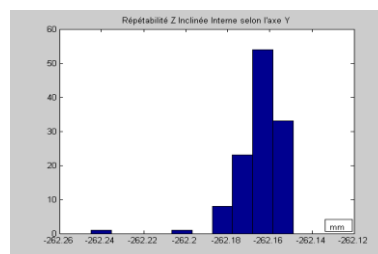
Distribution non gaussienne



$Y_{\text{moy}} = -538.592 \text{ mm}$

Ecart-Type =  $10.8 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution non gaussienne



$Z_{\text{moy}} = -262.165 \text{ mm}$

Ecart-Type =  $10.6 \text{ } \mu\text{m}$

Distribution non gaussienne

**Annexe IV: Résultats de mesures de torsion et de flexion  
dans les différentes positions considérées**

## Résultats de mesure de la position P1-I1

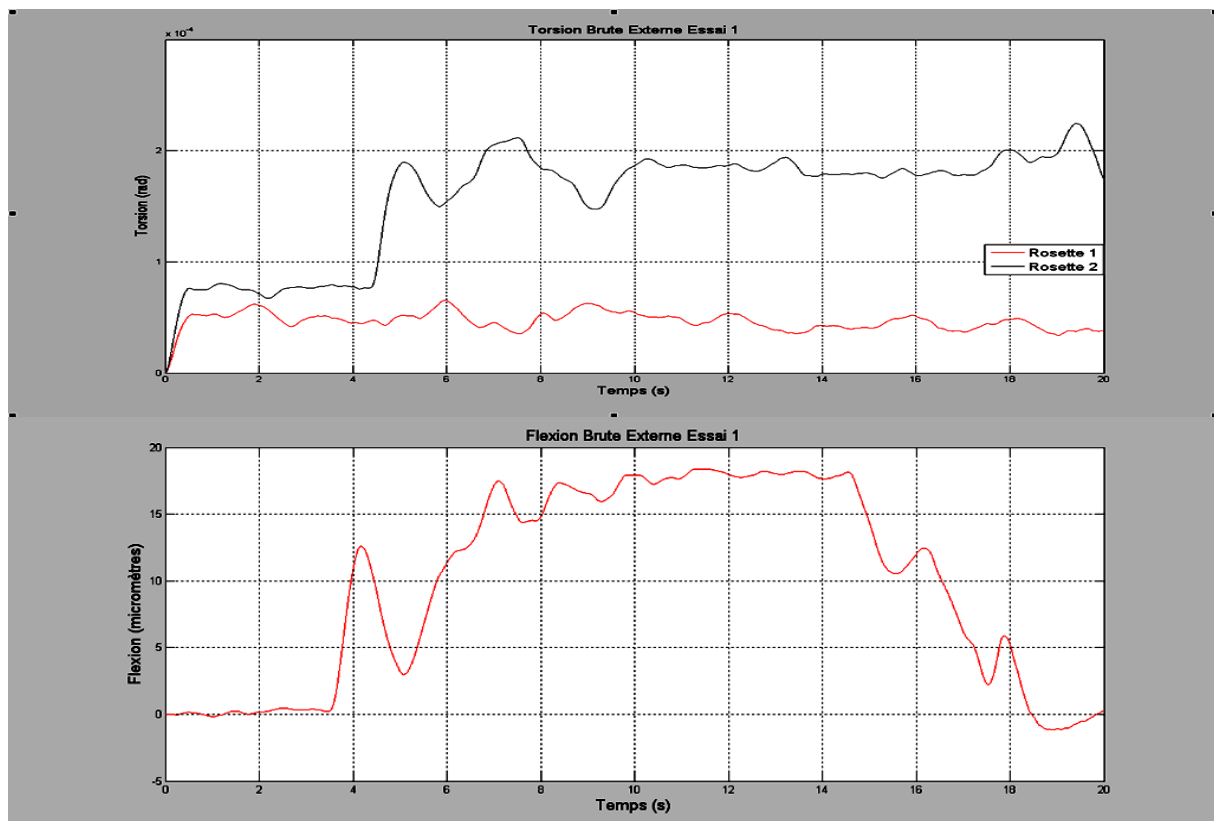


Figure 116: Résultats de mesure de la position P1-I1- Essai 1

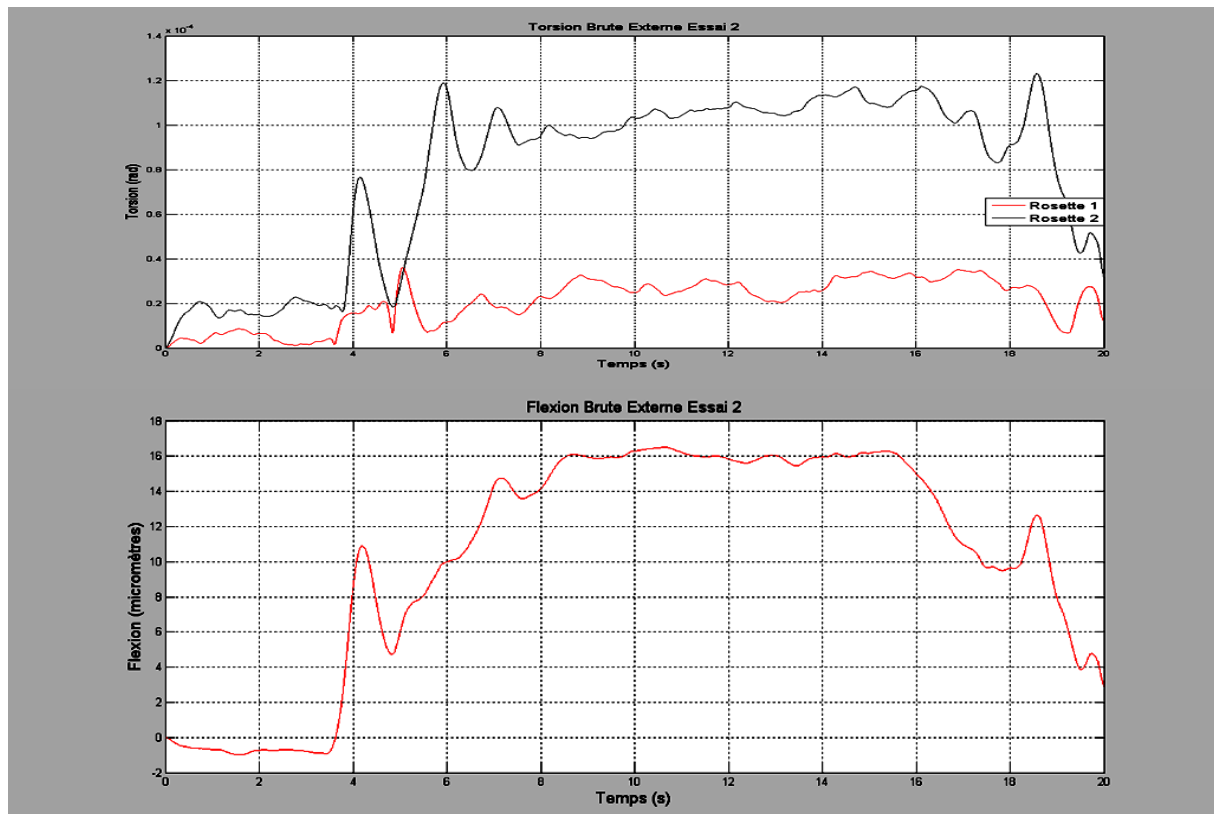


Figure 117: Résultats de mesure de la position P1-I1- Essai 2

## Résultats de mesure de la position P1-I2

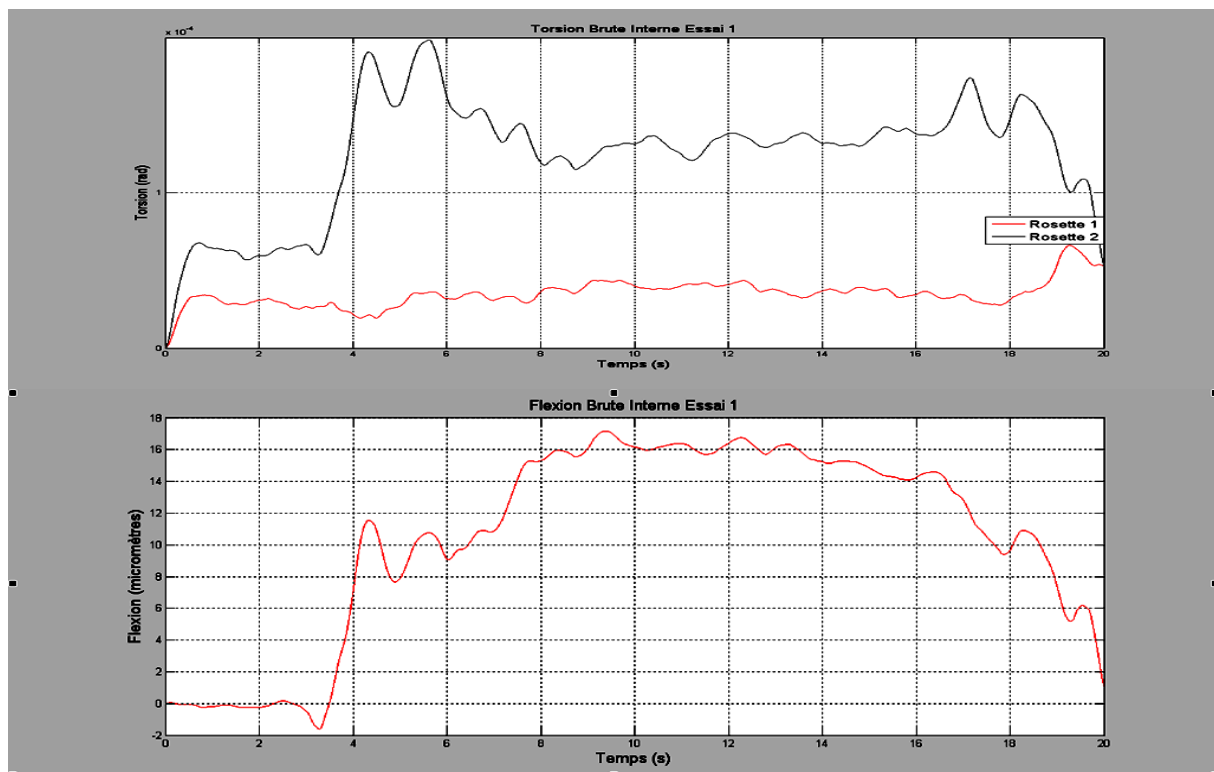


Figure 118: Résultats de mesure de la position P1-I2- Essai 1

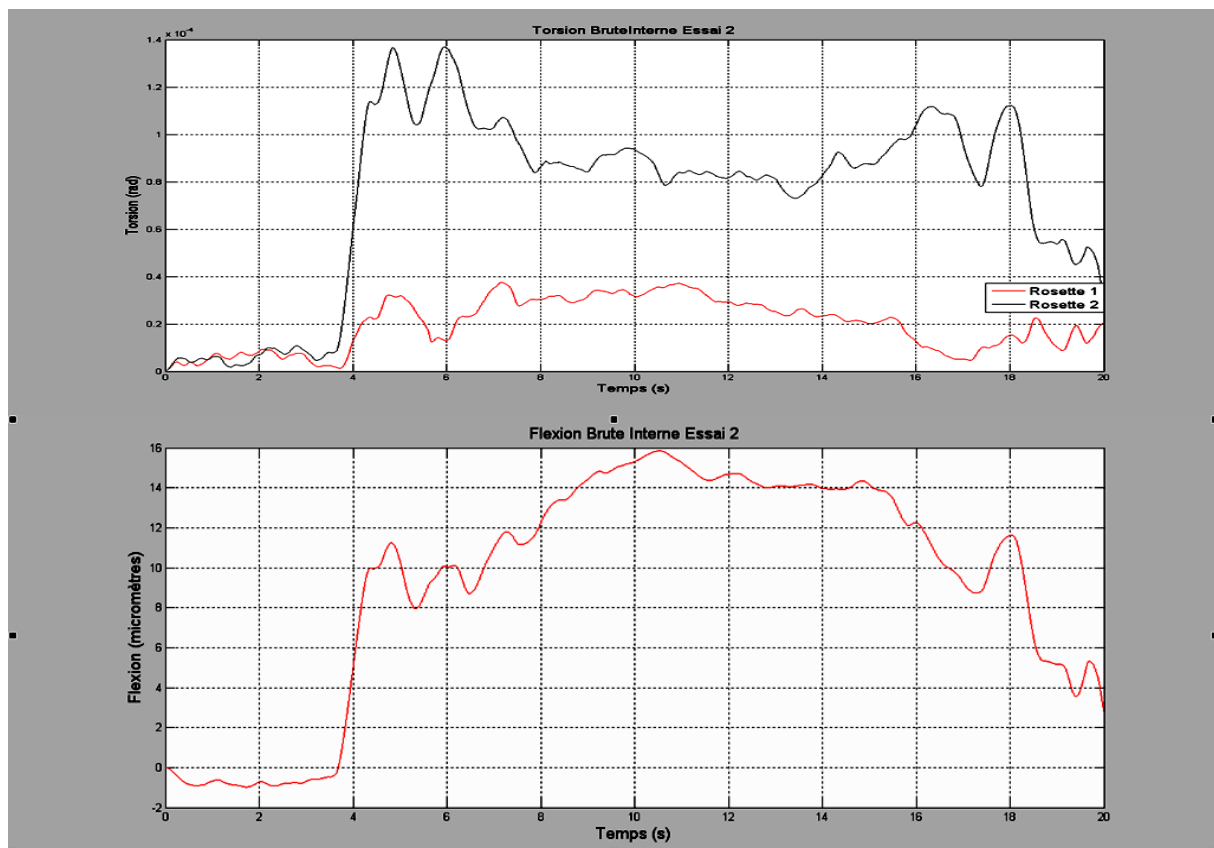


Figure 119: Résultats de mesure de la position P1-I2- Essai 2

## Résultats de mesure de la position P2-V

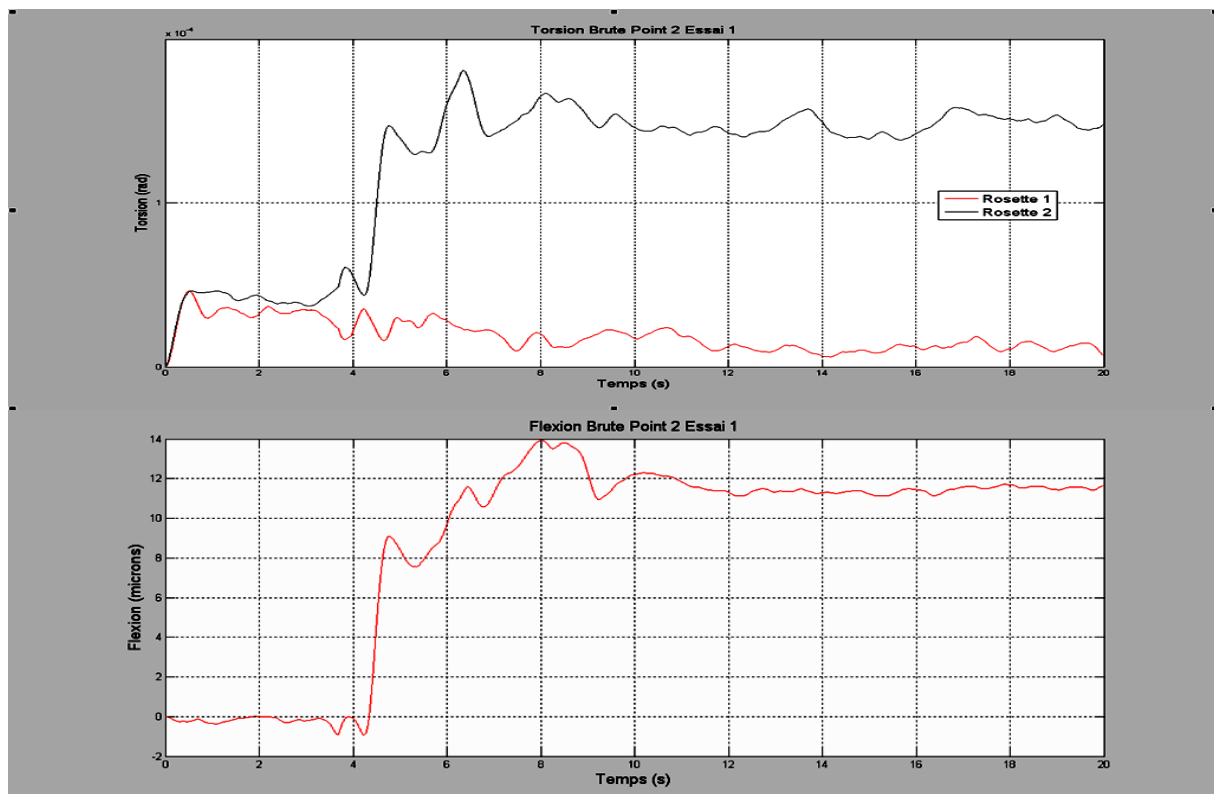


Figure 120: Résultats de mesure de la position verticale P2-V- Essai

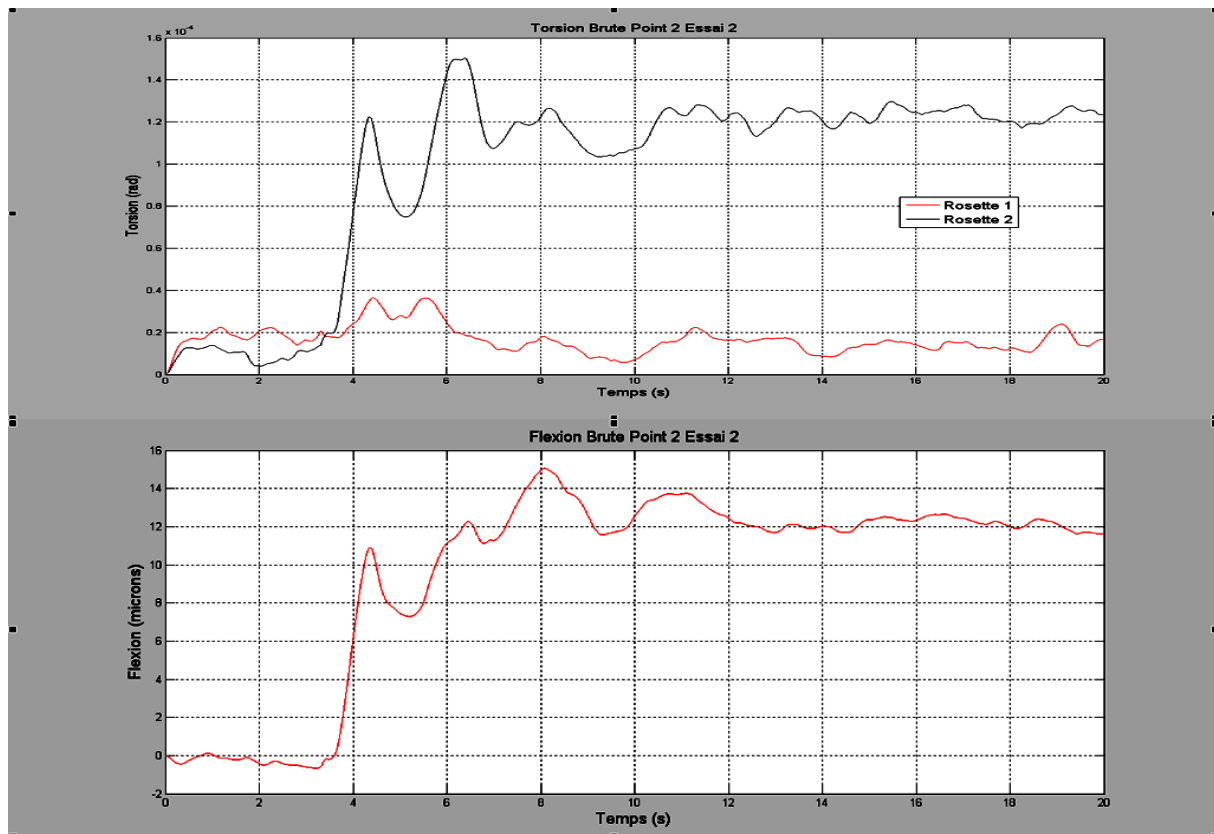


Figure 121: Résultats de mesure de la position verticale P2-V- Essai 2

**ANNEXE V : Résultats de mesures de torsion et de flexion  
dans les différentes positions considérées après correction**

## Résultats de mesure de la position P1-V

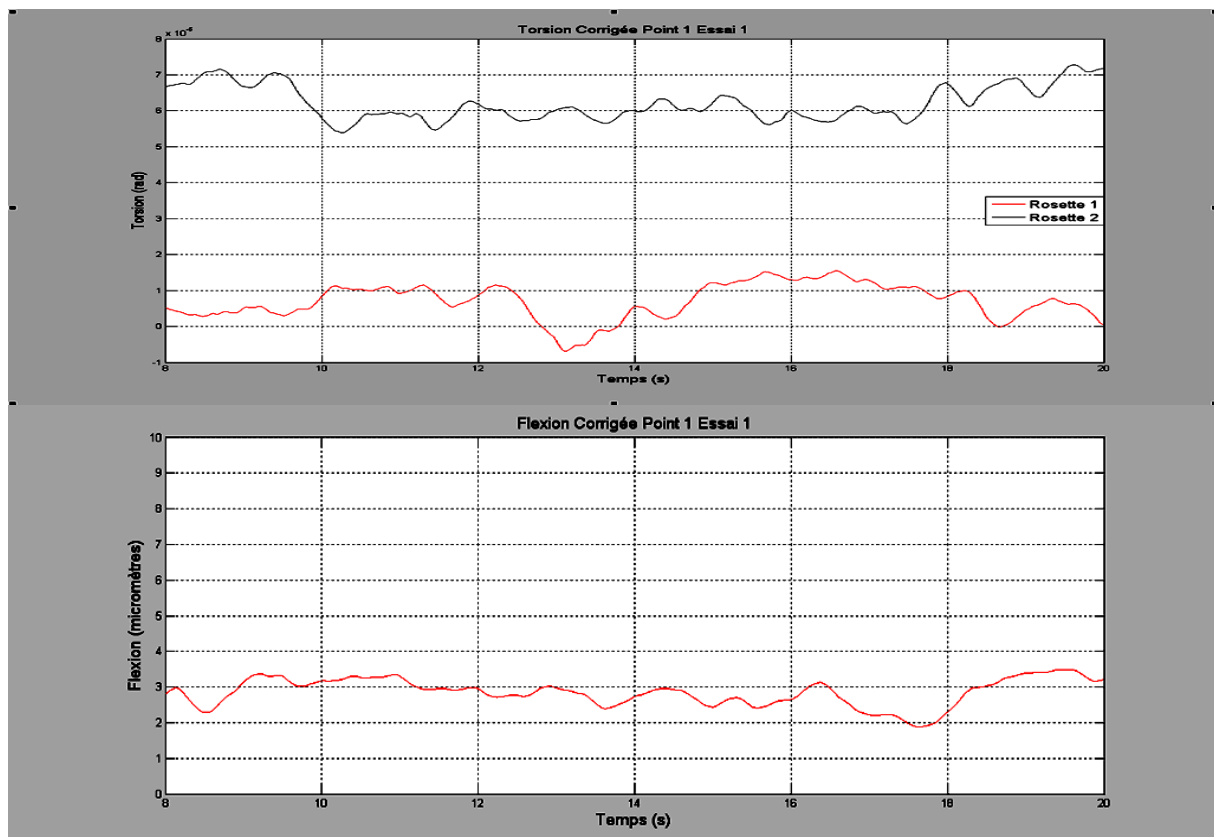


Figure 122: Résultats de mesure corrigés de la position verticale P1-V- Essai 1

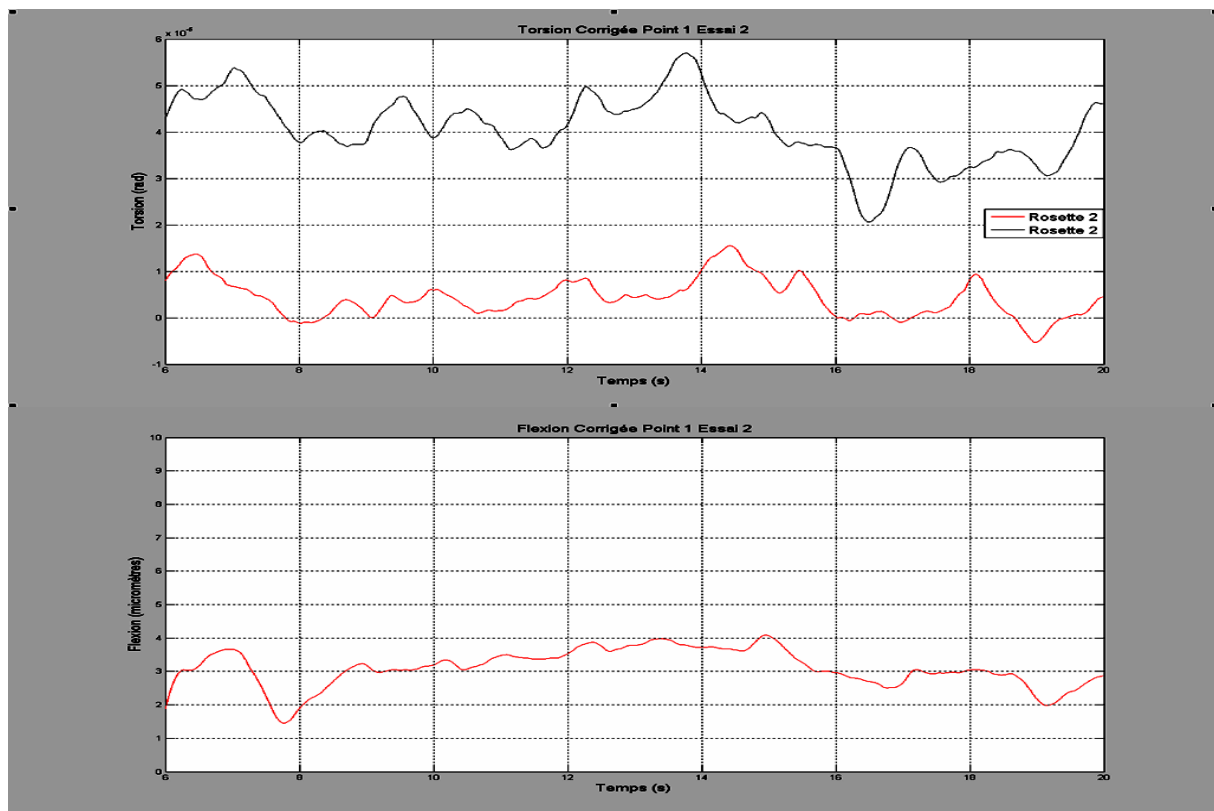


Figure 123: Résultats de mesure corrigés de la position verticale P1-V- Essai 2

## Résultats de mesure de la position P1-I1

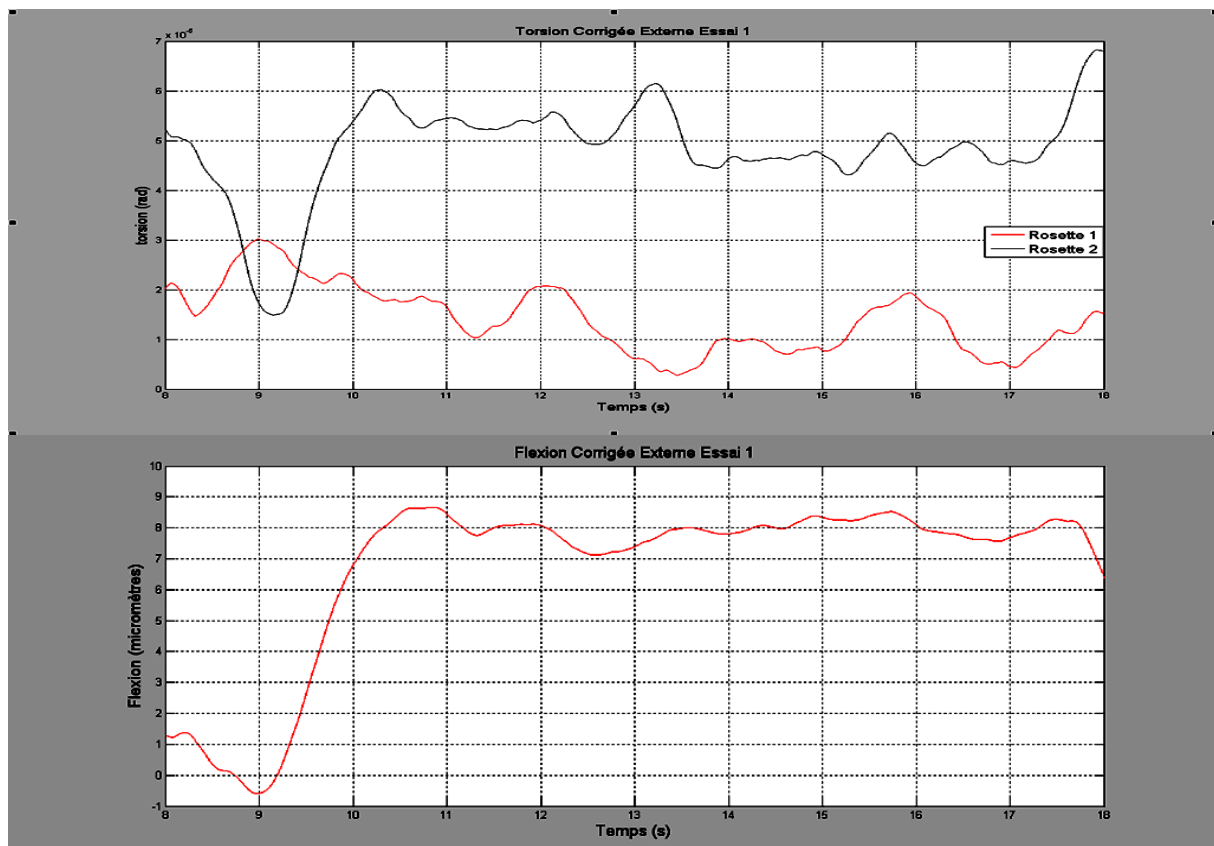


Figure 124: Résultats de mesure corrigés de la position P1-I1- Essai 1

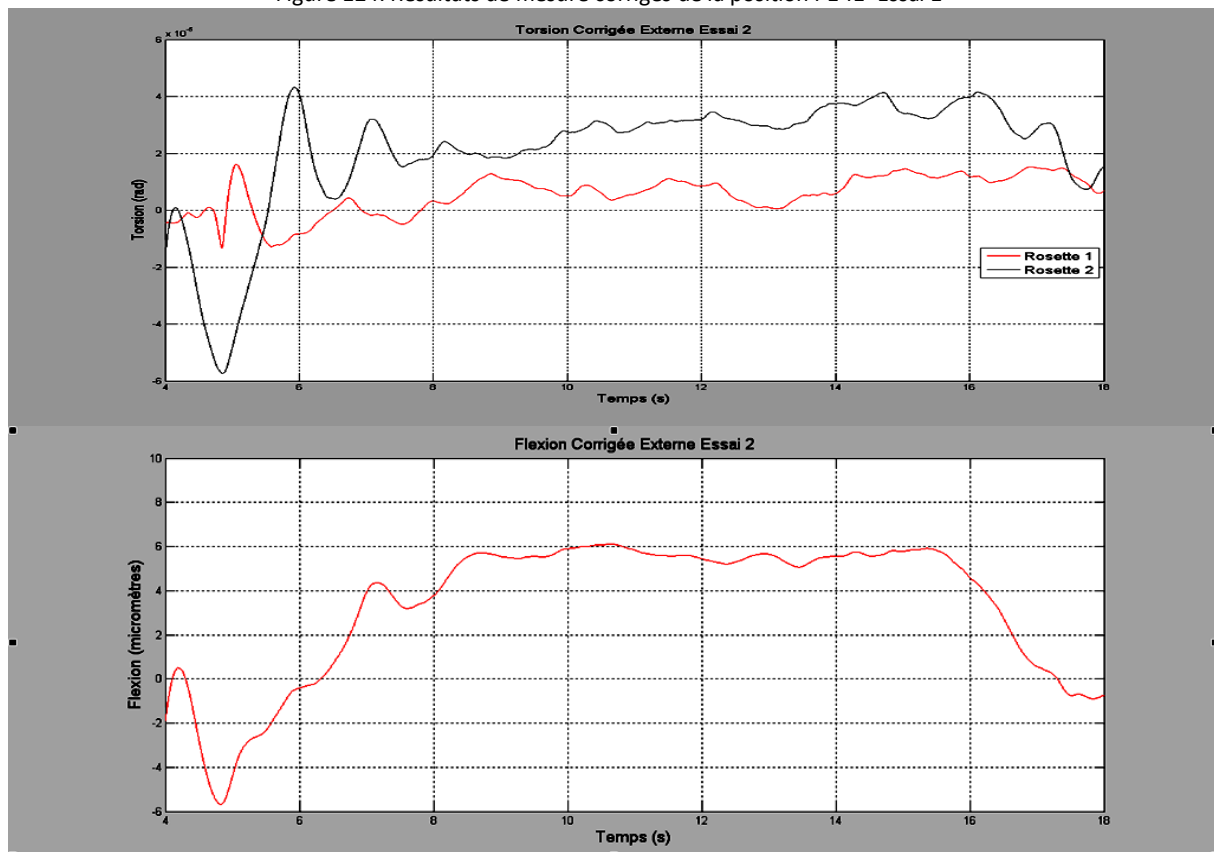


Figure 125: Résultats de mesure corrigés de la position P1-I1- Essai 2



## Résultats de mesure de la position P1-I2

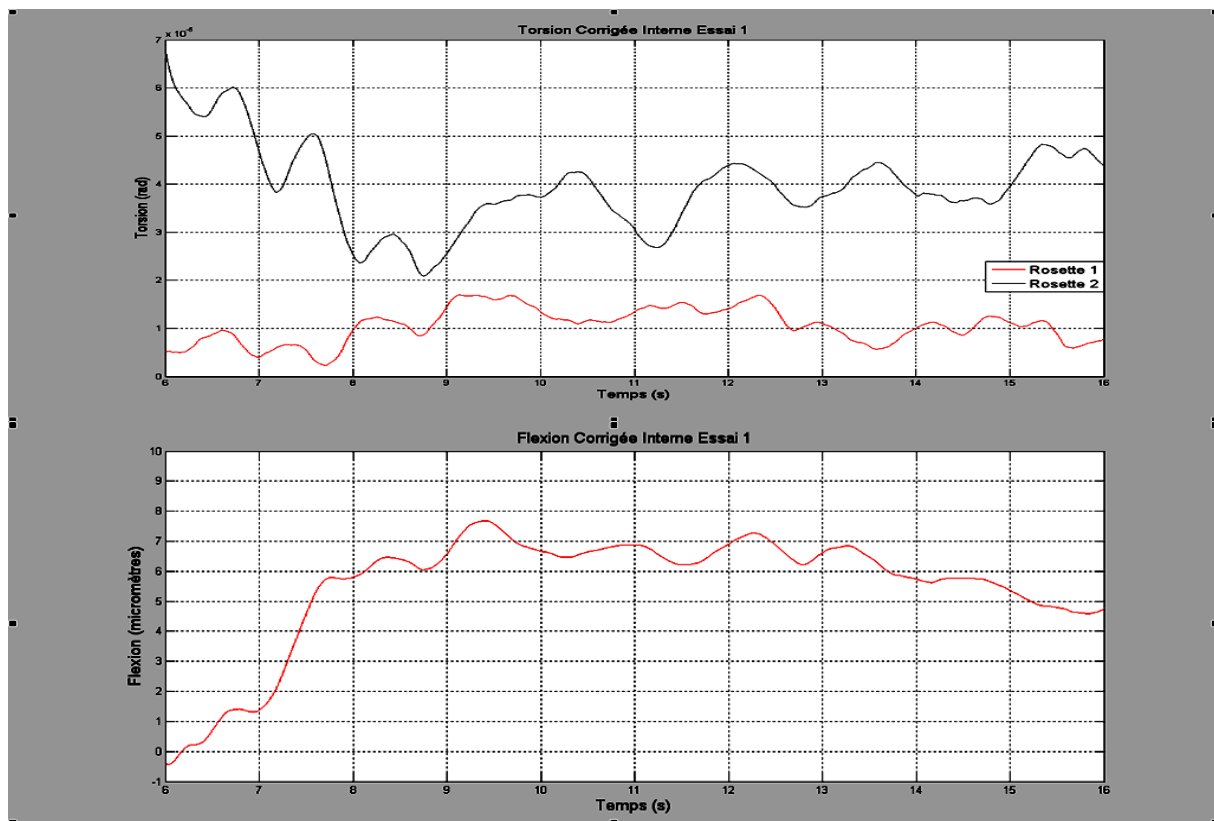


Figure 126: Résultats de mesure corrigés de la position P1-I2- Essai 1

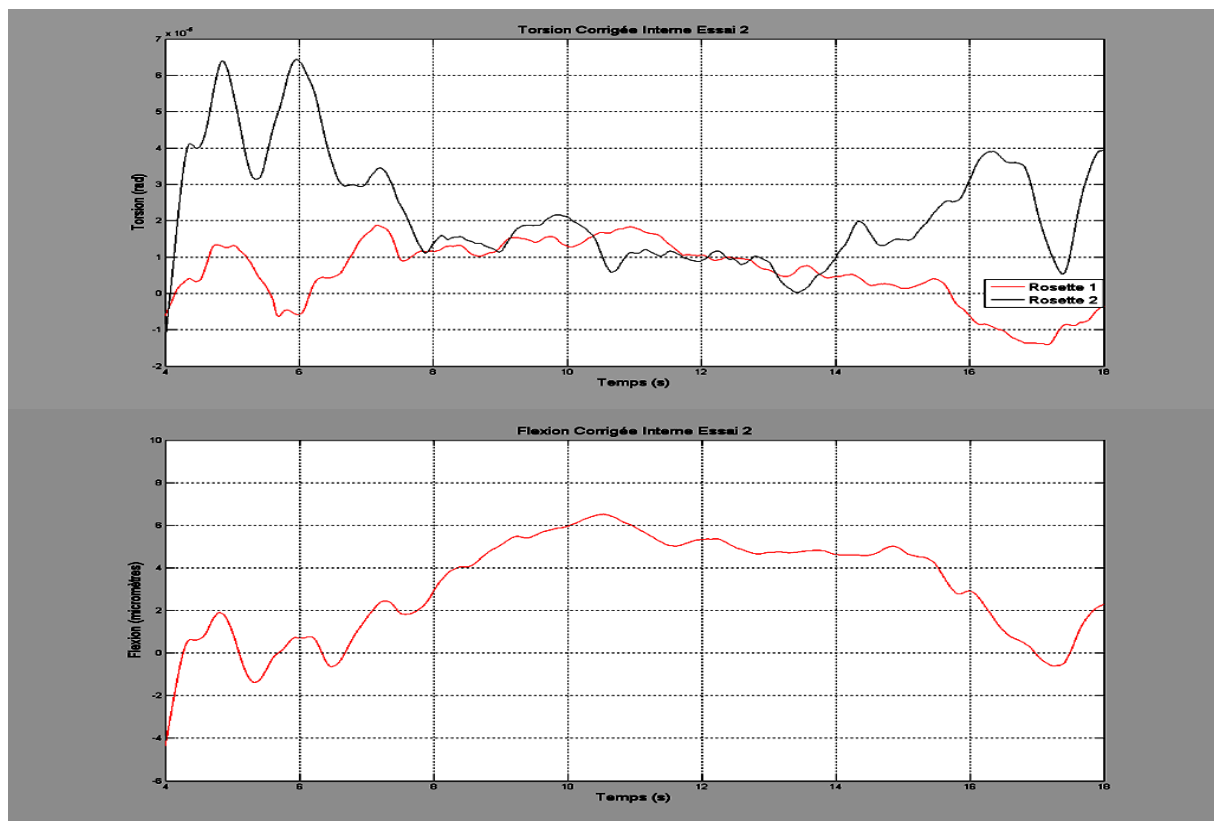


Figure 127: Résultats de mesure corrigés de la position P1-I2- Essai 2

## Résultats de mesure de la position P2-V

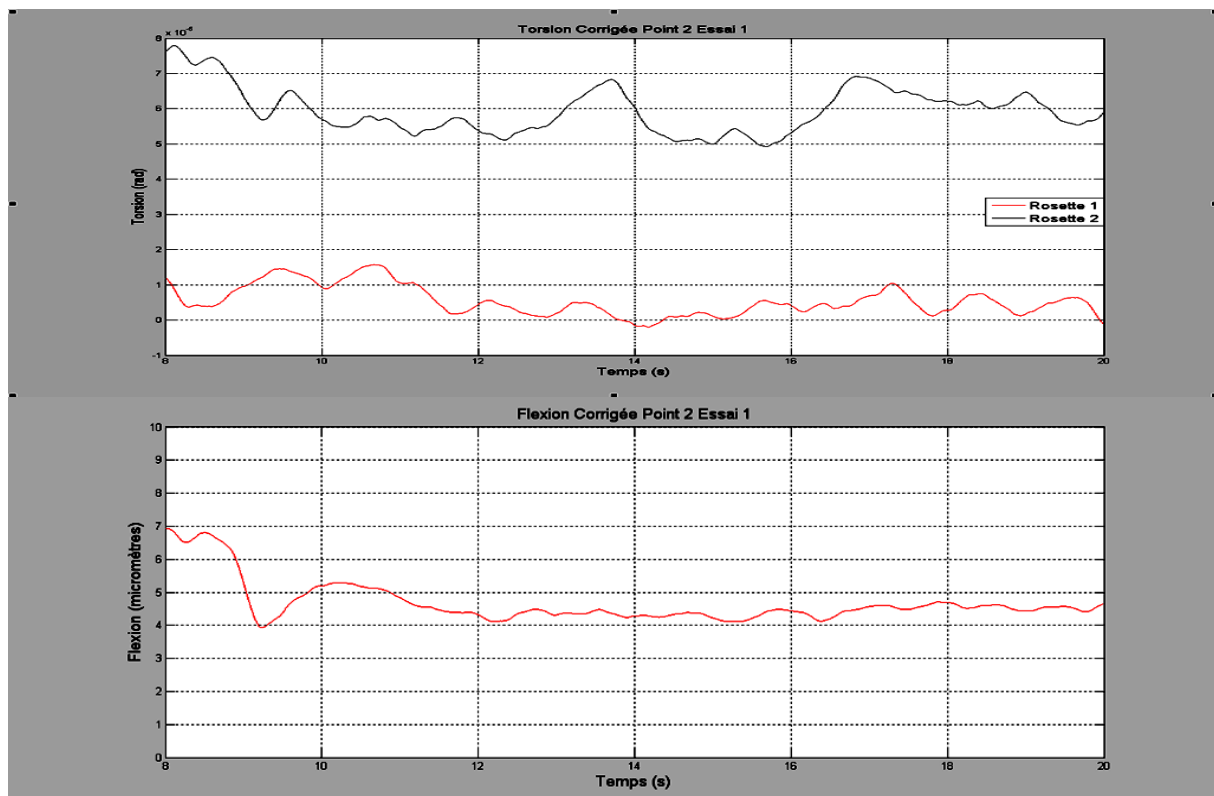


Figure 128: Résultats de mesure corrigés de la position verticale P2-V- Essai 1

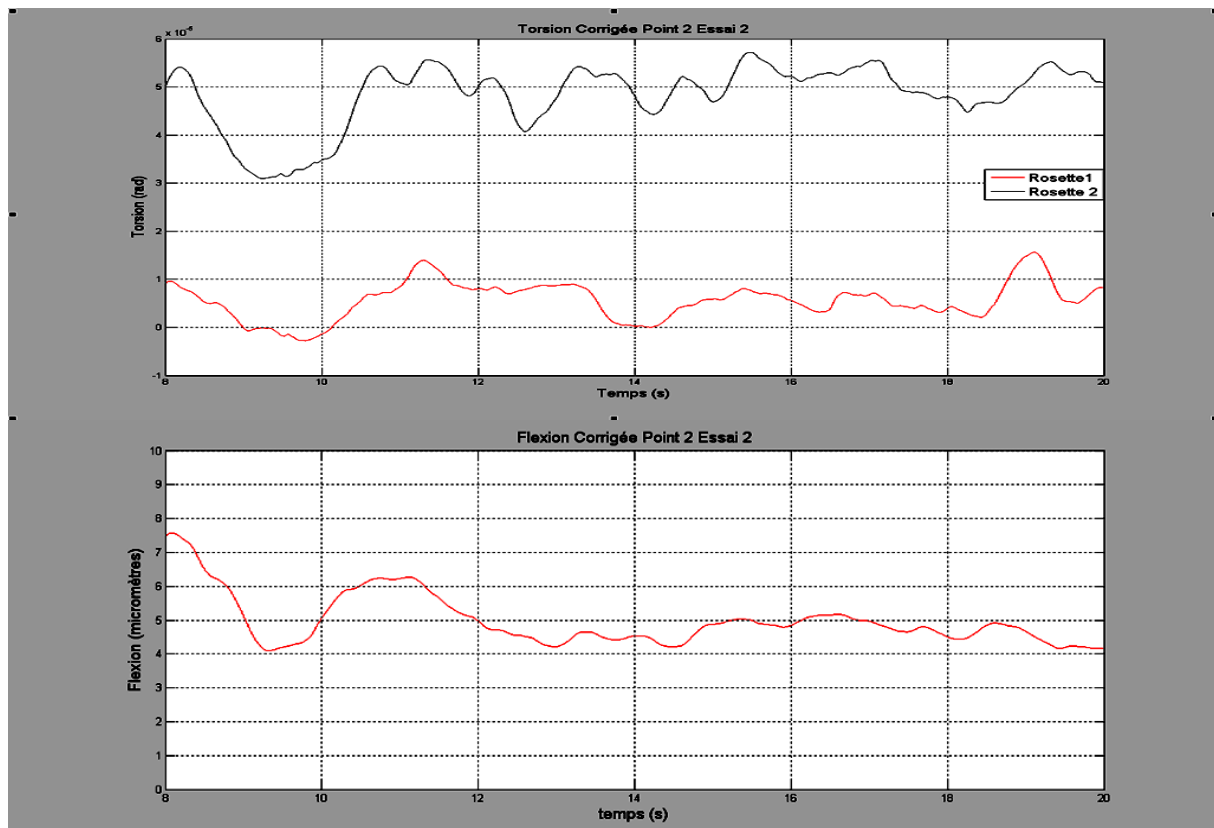


Figure 129: Résultats de mesure corrigés de la position verticale P2-V- Essai 2

## Annexe VI. Construction du modèle de DH pour le bras Absolue

### IV.1.6. Création du repère lié au codeur B : R<sub>2</sub>

En seconde étape, on a construit le repère R<sub>2</sub> (O<sub>2</sub>,  $\vec{x}_2$ ,  $\vec{y}_2$ ,  $\vec{z}_2$ ) lié au codeur B [Figure 130].

Le passage du repère R<sub>1b</sub> vers le repère R<sub>2</sub> se fait selon :

- une **rotation** selon l'axe  $\vec{x}_{1b}$  entre les axes  $\vec{z}_{1b}$  et  $\vec{z}_2$  d'angle  $\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$ .
- une **rotation** selon l'axe  $\vec{z}_2$  entre les axes  $\vec{x}_{1b}$  et  $\vec{x}_2$ , soit la **rotation suivant le codeur B** d'angle  $\theta_2$ .
- la translation selon l'axe  $\vec{x}_{1b}$  entre les axes  $\vec{z}_{1b}$  et  $\vec{z}_2$ ,  $d_2=0$ .
- la translation selon l'axe  $\vec{z}_2$  entre les axes  $\vec{x}_{1b}$  et  $\vec{x}_2$ ,  $r_2=0$ .

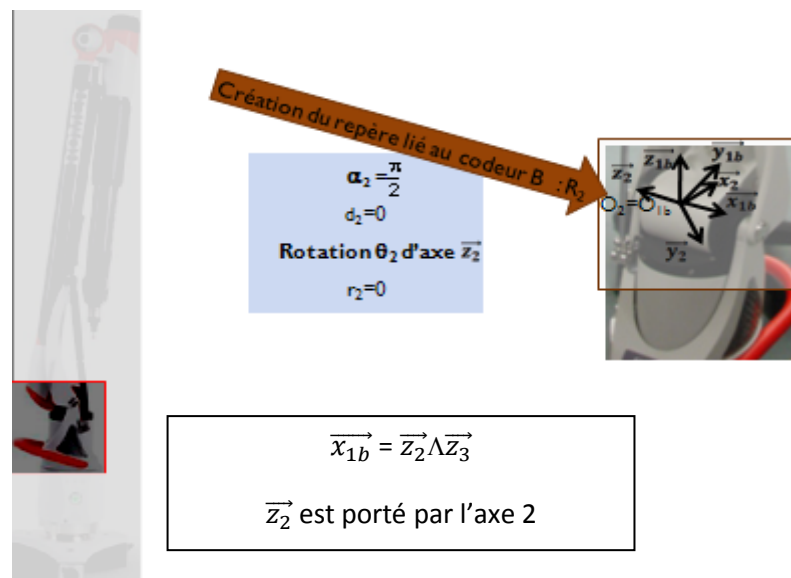


Figure 130: Création du repère lié au Codeur B: R<sub>2</sub>

### IV.1.7. Création du repère lié au Codeur C : R<sub>3</sub>

On a construit le repère R<sub>3</sub> (O<sub>3</sub>,  $\vec{x}_3$ ,  $\vec{y}_3$ ,  $\vec{z}_3$ ) lié au codeur C dont l'origine O<sub>3</sub> est pas le centre du codeur C [Figure 131].

Le passage du repère R<sub>2</sub> au repère R<sub>3</sub> se fait selon :

- une **rotation** selon l'axe  $\vec{x}_2$  entre les axes  $\vec{z}_2$  et  $\vec{z}_3$  d'angle  $\alpha_3 = \frac{\pi}{2}$ .
- une **translation** selon l'axe  $\vec{x}_2$  entre les axes  $\vec{z}_2$  et  $\vec{z}_3$  d'une distance  $d_3 \approx 62$  mm.

- une **rotation** selon l'axe  $\vec{z}_3$  entre les axes  $\vec{x}_2$  et  $\vec{x}_3$ , soit la **rotation suivant le codeur C** d'angle  $\theta_3$ .
- une **translation** selon l'axe  $\vec{z}_3$  entre les axes  $\vec{x}_2$  et  $\vec{x}_3$  d'une distance  $r_3$ .

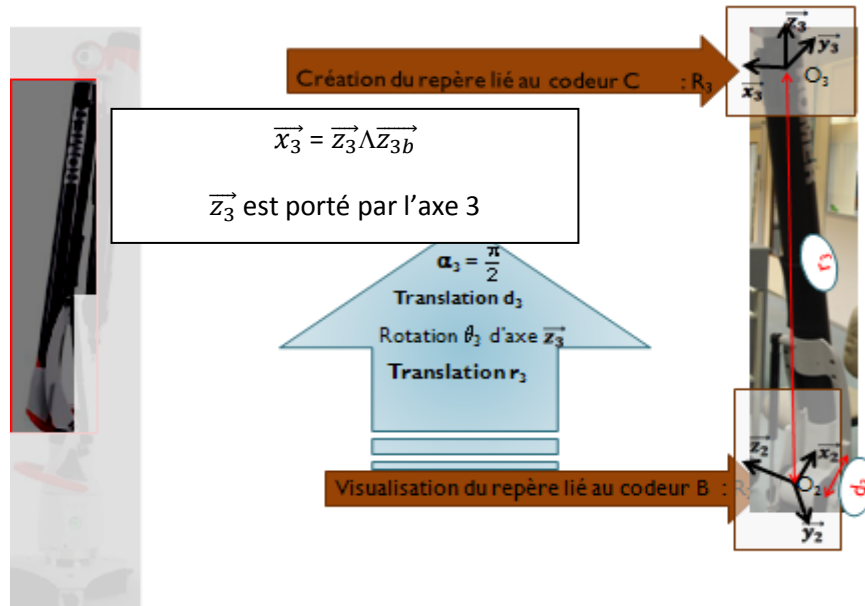


Figure 131: Création du repère lié au Codeur C:  $R_3$

#### IV.1.8. Création du repère intermédiaire : $R_{3b}$

Le repère  $R_{3b}$  ( $O_{3b}$ ,  $\vec{x}_{3b}$ ,  $\vec{y}_{3b}$ ,  $\vec{z}_{3b}$ ) [Figure 132] correspond à une simple translation du repère  $R_3$  pour ramener ce dernier du codeur C au codeur D. L'origine du repère  $R_{3b}$  est donc  $O_{3b}$ , le centre du codeur D.

Ainsi, le passage du repère  $R_3$  au repère  $R_{3b}$  se fait selon :

- une **translation** selon l'axe  $\vec{z}_{3b}$  entre les axes  $\vec{x}_3$  et  $\vec{x}_{3b}$ ,  $r_{3b} \approx 100$  mm.
- la translation selon l'axe  $\vec{x}_3$  entre les axes  $\vec{z}_3$  et  $\vec{z}_{3b}$   $d_{3b} = 0$ .
- l'angle de rotation selon l'axe  $\vec{x}_3$  entre les axes  $\vec{z}_3$  et  $\vec{z}_{3b}$ ,  $\alpha_{3b} = 0$ .
- l'angle de rotation selon l'axe  $\vec{z}_{3b}$  entre les axes  $\vec{x}_3$  et  $\vec{x}_{3b}$ ,  $\theta_{3b} = 0$ .

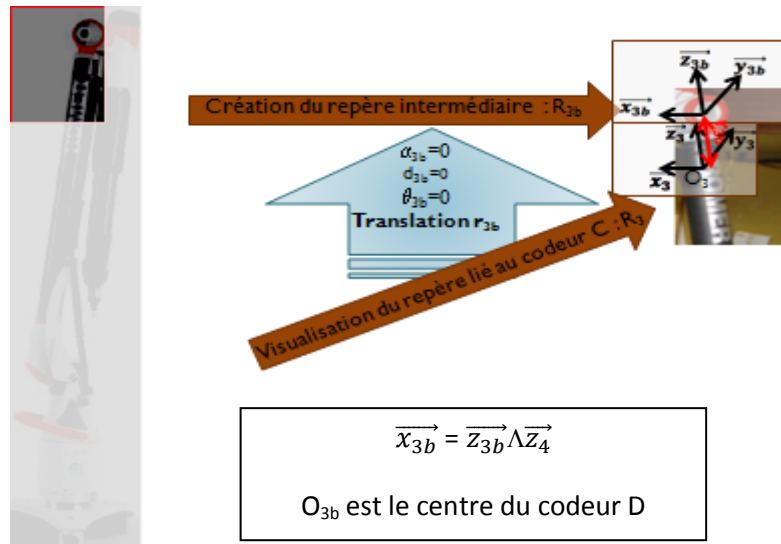


Figure 132: Création du repère intermédiaire  $R_{3b}$

#### IV.1.9. Création du repère lié au codeur D : $R_4$

On a construit le repère  $R_4 (O_4, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$  lié au codeur D [Figure 133].

Le passage du repère  $R_{3b}$  vers le repère  $R_4$  se fait selon:

- une **rotation** selon l'axe  $\vec{x}_{3b}$  entre les axes  $\vec{z}_{3b}$  et  $\vec{z}_4$  d'angle  $\alpha_4 = \frac{\pi}{2}$ .
- une **rotation** selon l'axe  $\vec{z}_4$  entre les axes  $\vec{x}_{3b}$  et  $\vec{x}_4$ , soit la **rotation suivant le codeur D** d'angle  $\theta_4$ .
- la translation selon l'axe  $\vec{x}_{3b}$  entre les axes  $\vec{z}_{3b}$  et  $\vec{z}_4$ ,  $d_4=0$ .
- la translation selon l'axe  $\vec{z}_4$  entre les axes  $\vec{x}_{3b}$  et  $\vec{x}_4$ ,  $r_4=0$ .

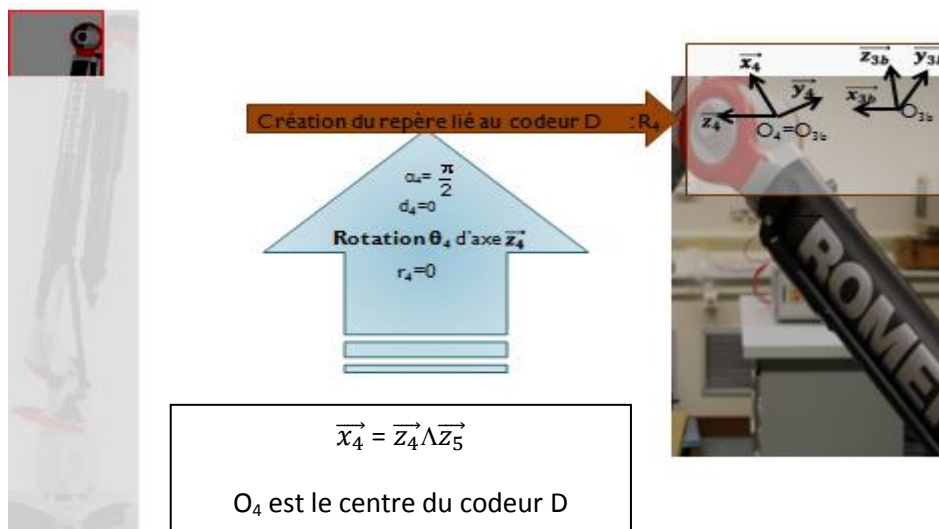


Figure 133: Création du repère lié au codeur D :  $R_4$

#### IV.1.10. Création du repère lié au Codeur E : R<sub>5</sub>

On a construit le repère intermédiaire R<sub>5</sub> (O<sub>5</sub>,  $\vec{x}_5$ ,  $\vec{y}_5$ ,  $\vec{z}_5$ ) [Figure 134].

Le passage du repère R<sub>4</sub> vers le repère R<sub>5</sub> se fait selon :

- une **rotation** selon l'axe  $\vec{x}_4$  entre les axes  $\vec{z}_4$  et  $\vec{z}_5$  d'angle  $\alpha_5 = \frac{\pi}{2}$ .
- une **translation** selon l'axe  $\vec{x}_4$  entre les axes  $\vec{z}_4$  et  $\vec{z}_5$  d'une distance  $d_5 \approx 62$  mm.
- une **rotation** selon l'axe  $\vec{z}_5$  entre les axes  $\vec{x}_4$  et  $\vec{x}_5$ , soit la **rotation suivant le codeur E** d'angle  $\theta_5$ .
- une **translation** selon l'axe  $\vec{z}_5$  entre les axes  $\vec{x}_4$  et  $\vec{x}_5$  d'une distance  $r_5 \approx 485$  mm.

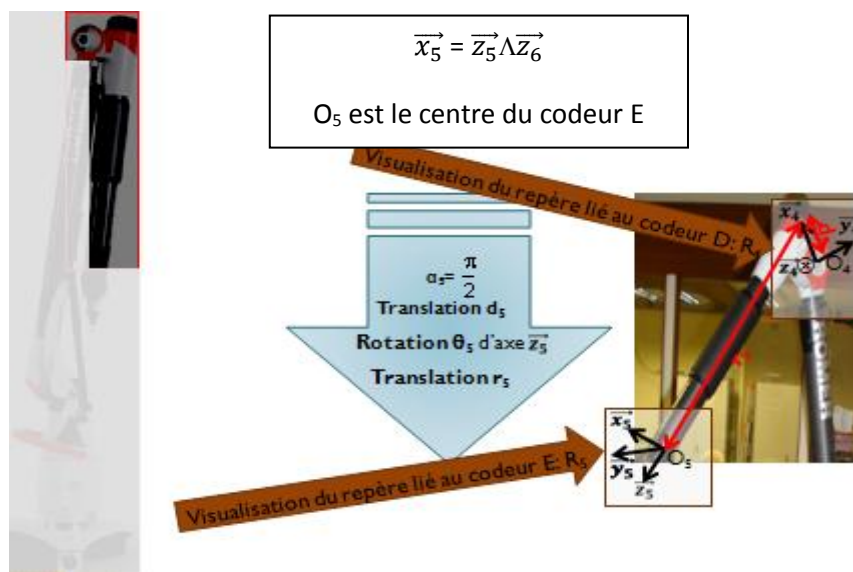


Figure 134: Création du repère lié au Codeur E : R<sub>5</sub>

#### IV.1.11. Création du repère intermédiaire : R<sub>5b</sub>

Le repère R<sub>5b</sub> (O<sub>5b</sub>,  $\vec{x}_{5b}$ ,  $\vec{y}_{5b}$ ,  $\vec{z}_{5b}$ ) [Figure 135] correspond à une simple translation du repère R<sub>5</sub> pour ramener ce dernier du codeur E au codeur F. L'origine du repère R<sub>5b</sub> est donc O<sub>5b</sub>, le centre du codeur F.

Ainsi, le passage du repère R<sub>5</sub> vers le repère R<sub>5b</sub> se fait selon :

- une **translation** selon l'axe  $\vec{z}_{5b}$  entre les axes  $\vec{x}_5$  et  $\vec{x}_{5b}$  d'une distance  $r_{5b} \approx 15$  mm.
- l'angle de rotation selon l'axe  $\vec{x}_5$  entre les axes  $\vec{z}_5$  et  $\vec{z}_{5b}$ ,  $\alpha_{5b} = 0$ .
- la translation selon l'axe  $\vec{x}_5$  entre les axes  $\vec{z}_5$  et  $\vec{z}_{5b}$ ,  $d_{5b} = 0$ .
- l'angle de rotation selon l'axe  $\vec{z}_{5b}$  entre les axes  $\vec{x}_5$  et  $\vec{x}_{5b}$ ,  $\theta_{5b} = 0$ .

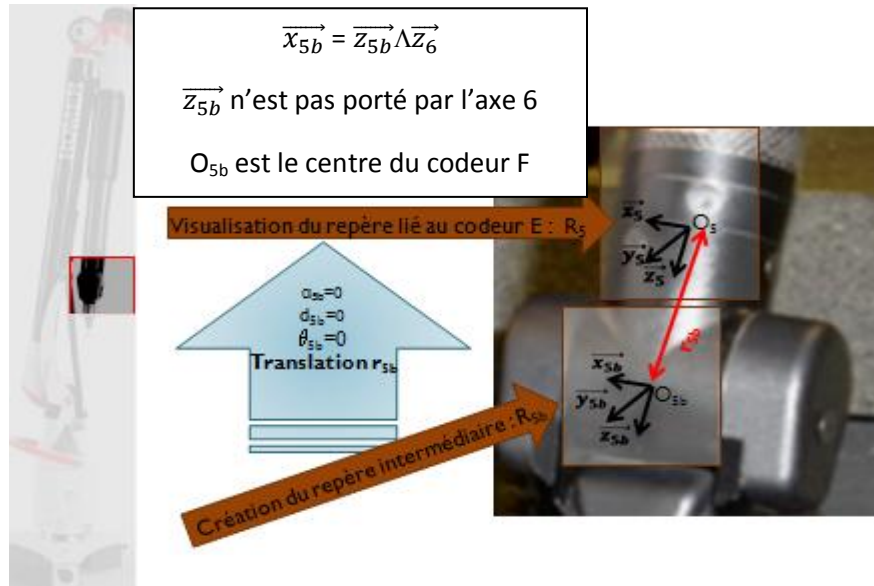


Figure 135: Création du repère intermédiaire :  $R_{5b}$

#### IV.1.12. Création du repère lié au codeur F : $R_6$

On a construit le repère  $R_6$  ( $O_6$ ,  $\vec{x}_6$ ,  $\vec{y}_6$ ,  $\vec{z}_6$ ) lié au codeur F [Figure 136].

Le passage du repère  $R_{5b}$  vers le repère  $R_6$  se fait selon :

- une **rotation** selon l'axe  $\vec{x}_{5b}$  entre les axes  $\vec{z}_{5b}$  et  $\vec{z}_6$  d'angle  $\alpha_6 = \frac{\pi}{2}$ .
- une **rotation** selon l'axe  $\vec{z}_6$  entre les axes  $\vec{x}_{5b}$  et  $\vec{x}_6$ , soit la **rotation suivant le codeur F** d'angle  $\theta_6$ .
- la translation selon l'axe  $\vec{x}_{5b}$  entre les axes  $\vec{z}_{5b}$  et  $\vec{z}_6$ ,  $d_6=0$ .
- la translation selon l'axe  $\vec{z}_6$  entre les axes  $\vec{x}_{5b}$  et  $\vec{x}_6$ ,  $r_6=0$ .

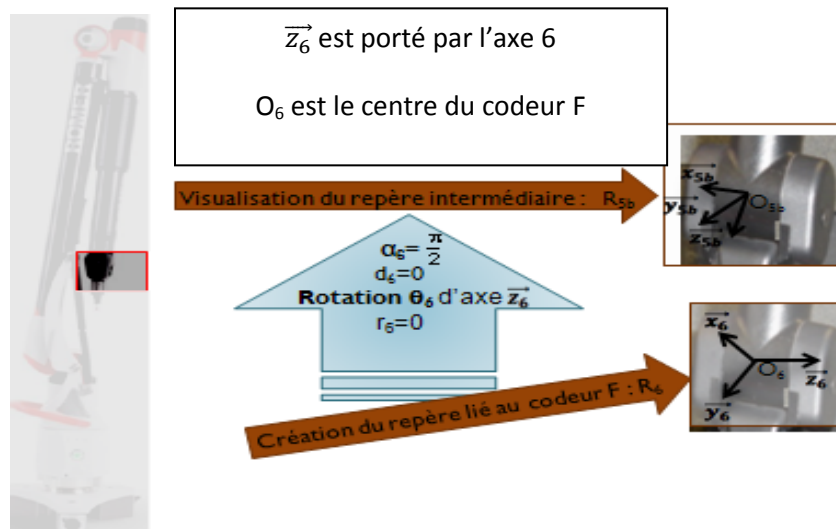


Figure 136: Création du repère lié au codeur F :  $R_6$

## Annexe VII : Instrumentation du bras Absolute

| JAUGES D'EXTENSOMETRIE |                     |  |                      |
|------------------------|---------------------|--|----------------------|
| N° point de mesure     | Identification voie | Localisation   | Identification photo |
| R1                     | R1-J1               | Sur la partie en composite à 15mm de la partie en aluminium dans le plan perpendiculaire à l'axe du pivot inférieur du bras. | 1                    |
|                        | R1-J2               |  |                      |
|                        | R1-J3               |  |                      |
| R2                     | R2-J1               | Diamétralement opposée à la rosette R1.  | 2                    |
|                        | R2-J2               |  |                      |
|                        | R2-J3               |  |                      |
| R3                     | R3-J1               | Sur la partie en composite à 80mm de la partie en aluminium dans le plan perpendiculaire à l'axe R1-R2.                      | 3                    |
|                        | R3-J2               |  |                      |
|                        | R3-J3               |  |                      |
| R4                     | R4-J1               | Diamétralement opposée à la rosette R3.  | 4                    |
|                        | R4-J2               |  |                      |
|                        | R4-J3               |  |                      |
| R5                     | R5-J1               | Sur la partie en composite à 15mm de la partie en aluminium dans le plan perpendiculaire à l'axe du pivot supérieur du bras. | 5                    |
|                        | R5-J2               |  |                      |
|                        | R5-J3               |  |                      |
| R6                     | R6-J1               | Diamétralement opposée à la rosette R5   | 6                    |
|                        | R6-J2               |  |                      |
|                        | R6-J3               |  |                      |

Tableau 36: Tableaux d'identification des jauges d'extensométrie

| TEMPÉRATURE        |                        |  |                      |
|--------------------|------------------------|--|----------------------|
| N° point de mesure | Type                   | Localisation                           | Identification photo |
| TC1                | Thermocouple de type T | A proximité de la rosette R1           | 1                    |
| TC2                |                        | A proximité de la rosette R2           | 2                    |
| TC3                |                        | A proximité de la rosette R3           | 3                    |
| TC4                |                        | A proximité de la rosette R4           | 4                    |
| TC5                |                        | A proximité de la rosette R5           | 5                    |
| TC6                |                        | A proximité de la rosette R6           | 6                    |
| TC7                |                        | Au bout de l'avant-bras à proximité du | 7                    |
| Température        | sonde Pt 100           | Température ambiante à proximité du    | xxx                  |

Tableau 37: Tableau d'identification des thermocouples



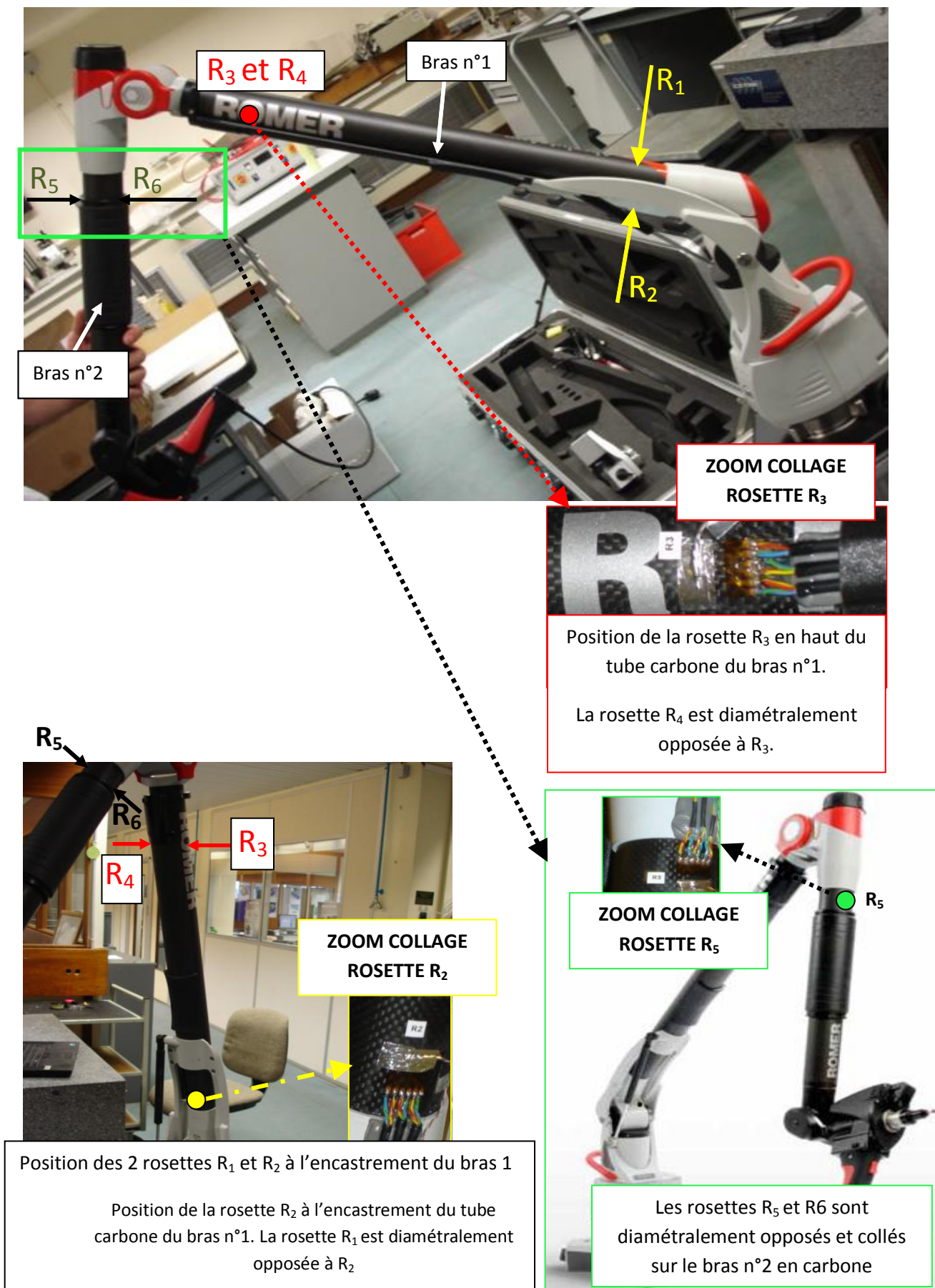


Figure 137: Position des rosettes sur le bras Absolute

## Annexe IIX : Tableau de vérification et de contrôle des jauges

| Id. pièce  | N° point de mesure | N° de jauge | N° de câble de jauge | Type de rosette                         | N° lot   | Facteur de jauge k | Résistance jauge ( $\Omega$ ) | Vérification des jauges après protection |                         |
|------------|--------------------|-------------|----------------------|---|----------|--------------------|-------------------------------|--|-------------------------|
|            |                    |             |                      |   |          |                    |                               | $\Delta R/R$ en %                        | Isolement (M $\Omega$ ) |
| BRAS       | R1                 | R1-J1       | 1                    | Rosette VISHAY de type CEA-00-125UR-350 | A49AA823 | 2,085              | 350                           | 0,13                                     | > 20000                 |
|            |                    | R1-J2       | 2                    |   |          | 2,085              | 350                           | 0,19                                     | > 20000                 |
|            |                    | R1-J3       | 3                    |   |          | 2,085              | 350                           | -0,07                                    | > 20000                 |
|            | R2                 | R2-J1       | 4                    |   |          | 2,085              | 350                           | 0,14                                     | > 20000                 |
|            |                    | R2-J2       | 5                    |   |          | 2,085              | 350                           | 0,17                                     | > 20000                 |
|            |                    | R2-J3       | 6                    |   |          | 2,085              | 350                           | -0,06                                    | > 20000                 |
|            | R3                 | R3-J1       | 7                    |   |          | 2,085              | 350                           | 0,08                                     | > 20000                 |
|            |                    | R3-J2       | 8                    |   |          | 2,085              | 350                           | 0,22                                     | > 20000                 |
|            |                    | R3-J3       | 9                    |   |          | 2,085              | 350                           | 0,25                                     | > 20000                 |
|            | R4                 | R4-J1       | 10                   |   |          | 2,085              | 350                           | 0,12                                     | > 20000                 |
|            |                    | R4-J2       | 11                   |   |          | 2,085              | 350                           | 0,28                                     | > 20000                 |
|            |                    | R4-J3       | 12                   |   |          | 2,085              | 350                           | 0,03                                     | > 20000                 |
| AVANT-BRAS | R5                 | R5-J1       | 13                   |   |          | 2,085              | 350                           | 0,09                                     | > 20000                 |
|            |                    | R5-J2       | 14                   |   |          | 2,085              | 350                           | 0,14                                     | > 20000                 |
|            |                    | R5-J3       | 15                   |   |          | 2,085              | 350                           | 0,02                                     | > 20000                 |
|            | R6                 | R6-J1       | 16                   |   |          | 2,085              | 350                           | 0,02                                     | > 20000                 |
|            |                    | R6-J2       | 17                   |   |          | 2,085              | 350                           | 0,10                                     | > 20000                 |
|            |                    | R6-J3       | 18                   |   |          | 2,085              | 350                           | -0,05                                    | > 20000                 |

Tableau 38: Vérification et contrôle des jauges

## Annexe IX: Paramètres de réglage de la centrale d'acquisition QUANTUMX MX1615

| Id. pièce  | N° point de mesure   | N° de jauge | Identification Quantum X |         |               | Type de montage                      | Tension d'alimentation (V) | Facteur de jauge Kj | Filtre           |
|------------|----------------------|-------------|--------------------------|---------|---------------|--------------------------------------|----------------------------|---------------------|------------------|
|            |                      |             | N° de voie               | Type    | N°            |                                      |                            |                     | ButterWorth (Hz) |
| BRAS       | R1                   | R1-J1       | 1                        | MX1615  | CM-BDB-01-T13 | $\frac{1}{4}$ de pont 3 fils 350Ω DC | 5                          | 2,085               | 20               |
|            |                      | R1-J2       | 2                        |         |               |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
|            |                      | R1-J3       | 3                        |         |               |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
|            | R2                   | R2-J1       | 4                        |         |               |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
|            |                      | R2-J2       | 5                        |         |               |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
|            |                      | R2-J3       | 6                        |         |               |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
|            | R3                   | R3-J1       | 7                        |         |               |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
|            |                      | R3-J2       | 8                        |         |               |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
|            |                      | R3-J3       | 9                        |         |               |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
|            | R4                   | R4-J1       | 10                       |         |               |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
|            |                      | R4-J2       | 11                       |         |               |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
|            |                      | R4-J3       | 12                       |         |               |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
| AVANT-BRAS | R5                   | R5-J1       | 13                       | MX1615  | CM-BDB-02-T13 |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
|            |                      | R5-J2       | 14                       |         |               |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
|            |                      | R5-J3       | 15                       |         |               |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
|            | R6                   | R6-J1       | 1                        |         |               |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
|            |                      | R6-J2       | 2                        |         |               |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
|            |                      | R6-J3       | 3                        |         |               |                                      | 5                          | 2,085               | 20               |
| xxx        | Température ambiante |             | 4                        |         | Pt 100        | xxx                                  | xxx                        | 5                   |                  |
| BRAS       | TC1                  |             | 1                        | MX1609T | CM-BDD-01-T13 | Thermocouple type T                  | xxx                        | xxx                 | 5                |
|            | TC2                  |             | 2                        |         |               |                                      | xxx                        | xxx                 | 5                |
|            | TC3                  |             | 3                        |         |               |                                      | xxx                        | xxx                 | 5                |
|            | TC4                  |             | 4                        |         |               |                                      | xxx                        | xxx                 | 5                |
| AVANT-BRAS | TC5                  |             | 5                        |         |               |                                      | xxx                        | xxx                 | 5                |
|            | TC6                  |             | 6                        |         |               |                                      | xxx                        | xxx                 | 5                |
|            | TC7                  |             | 7                        |         |               |                                      | xxx                        | xxx                 | 5                |

Tableau 39: Paramètres de réglage de la centrale d'acquisition QUANTUM<sup>x</sup> MX1615

## Annexe X : Vérification des voies de mesure de déformation

| Conditionneur |               |            | Jauge | Valeur simulée<br>( $\mu\text{m/m}$ ) | Valeur mesurée<br>( $\mu\text{m/m}$ ) | Ecart<br>( $\mu\text{m/m}$ ) |
|---------------|---------------|------------|-------|---------------------------------------|---------------------------------------|------------------------------|
| Type          | n°            | N° de voie |       |                                       |                                       |                              |
| MX1615        | CM-BDB-01-T13 | 1          | R1-J1 | -14,3                                 | -14,5                                 | -0,2                         |
|               |               | 2          | R1-J2 | -14,3                                 | -14,3                                 | 0                            |
|               |               | 3          | R1-J3 | -14,3                                 | -14,8                                 | -0,5                         |
|               |               | 4          | R2-J1 | -14,3                                 | -14,3                                 | 0                            |
|               |               | 5          | R2-J2 | -14,3                                 | -14,8                                 | -0,5                         |
|               |               | 6          | R2-J3 | -14,3                                 | -14,5                                 | -0,2                         |
|               |               | 7          | R3-J1 | -14,3                                 | -14,7                                 | -0,4                         |
|               |               | 8          | R3-J2 | -14,3                                 | -14,6                                 | -0,3                         |
|               |               | 9          | R3-J3 | -14,3                                 | -14,7                                 | -0,4                         |
|               |               | 10         | R4-J1 | -14,3                                 | -14,7                                 | -0,4                         |
|               |               | 11         | R4-J2 | -14,3                                 | -14,6                                 | -0,3                         |
|               |               | 12         | R4-J3 | -14,3                                 | -14,8                                 | -0,5                         |
|               |               | 13         | R5-J1 | -14,3                                 | -14,7                                 | -0,4                         |
|               |               | 14         | R5-J2 | -14,3                                 | -14,8                                 | -0,5                         |
|               |               | 15         | R5-J3 | -14,3                                 | -14,8                                 | -0,5                         |
| MX1615        | CM-BDB-02-T13 | 1          | R6-J1 | -14,3                                 | -14,8                                 | -0,5                         |
|               |               | 2          | R6-J2 | -14,3                                 | -14,6                                 | -0,3                         |
|               |               | 3          | R6-J3 | -14,3                                 | -14,8                                 | -0,5                         |

Tableau 40: Vérification des voies de mesure de déformation